

Universidad de Costa Rica
Facultad de Educación
Instituto de Investigación en Educación

**Estrategias didácticas para la enseñanza y el
aprendizaje de la Matemática**

Investigadoras:
Dra. Annia Espeleta Sibaja.
M.Sc. Ana Victoria Fonseca Rodríguez.
Licda. Wendy Zamora Monge.

Investigadora colaboradora:
Dra. Trena Wilkerson
Universidad de Baylor, Texas USA

Febrero, 2016

I. INFORMACIÓN GENERAL

1. Portada.
2. Índice General.
3. Índice de Anexos.
4. Índice de Cuadros.
5. Información Administrativa del proyecto.

1.2 Índice General

1.2	Índice General.....	3
1.3	Índice de Anexos.....	5
1.4	Índice de Tablas, Cuadros y Gráficos.....	6
1.5	Información Administrativa	7
1.6	Resumen de 200 palabras sobre el proyecto	7
1.7	Descriptorios (los que planteó en la propuesta)	8
2.	Introducción	10
2.1	Surgimiento del proyecto	10
2.2	Antecedentes del proceso investigativo	10
2.3	Objetivos del Proyecto	15
2.3.1	Objetivo General	15
2.3.2	Objetivos Específicos.....	15
3.	Marco teórico-referencial	17
3.1	Enfoque teórico.....	17
3.2	Terminología Básica	20
3.3	Selección y planeamiento de estrategias didácticas: algunas consideraciones	25
3.3.1	Selección de estrategias didácticas	25
3.3.2	Planeamiento de estrategias.....	26
3.4	Enseñanza eficaz de la Matemática: planteamientos del National Council of Teachers of Mathematics.....	27
3.5	Clasificación de estrategias y técnicas.....	30
3.5.1	Estrategias y técnicas didácticas según componente cognitivo	31
3.5.2	Estrategias y técnicas didácticas según componente afectivo y de interacción social... ..	41
3.6	A modo de cierre	55
4.	Procedimiento Metodológico.....	57
4.1	Tipo de investigación	57
4.2	Descripción y sustento del método utilizado	57
4.3	Descripción y sustento de las técnicas utilizadas.....	60
4.3.1	Análisis de Documentos	60
4.3.2	Observación No Participante	60

4.3.3	Entrevista.....	61
4.3.4	Grupos Focales	62
4.4	Población a la que va dirigida la investigación y selección de la muestra o participantes	63
4.5	Descripción del procedimiento para recolectar y analizar los datos	64
4.6	Forma de análisis de la Información: Triangulación y comparación	73
4.7	Consideraciones éticas.....	74
5.	Análisis de los Resultados.....	76
5.1	Elementos didácticos y curriculares identificados en los Programas de Matemática del Ministerio de Educación Pública.....	76
5.2	Categorías de Análisis	84
5.2.1	Conocimiento de técnicas y estrategias didácticas	84
5.2.2	Estilos o modelos docentes de acuerdo con las estrategias utilizadas y la formación docente	87
5.2.3	Logros de los estudiantes en la clase de Matemática	93
5.3	Consideraciones finales: Una experiencia con estrategias didácticas.....	96
VI.	CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.....	100
6.1	Conclusiones	101
6.2	Recomendaciones.....	103
VII.	BIBLIOGRAFÍA.....	104
VIII.	ANEXOS	111

1.3 Índice de Anexos

Anexo 1: Cuestionario aplicado a estudiantes de Experiencia Docente	112
Anexo 2: Planeamiento de clase de octavo año	115
Anexo 3: Algunos problemas interesante	117
Anexo 4: Curiosidades sobre las fracciones	118
Anexo 5: Transcripción del Taller “Prácticas Efectivas en Enseñanza de la Matemática que favorecen el aprendizaje de los estudiantes” impartido por la Dra Trena Wilkerson	119
Anexo 6: Cuestionario aplicado a Docentes en Servicio	141
Anexo 7: Resumen de ideas abordadas en el Grupo Focal con Docentes con más de 10 años de servicio (DEMEP)	144
Anexo 8: Estrategias didácticas implementadas en Experiencia Docente de Matemática	149

1.4 Índice de Tablas, Cuadros y Gráficos

Tabla 4.1 Descripción del procedimiento de recolección de datos	66
Tabla 5.1 Análisis de rasgos del Currículo y las estrategias didácticas en su relación teórica-práctica	80
Tabla 5.2 Síntesis que caracteriza estilos de enseñanza según rasgos encontrados en grupos de docentes estudiados	89
Tabla 8.1 Estrategias didácticas implementadas por estudiantes de Experiencia Docente de la carrera de Enseñanza de la Matemática de la UCR	149
Cuadro 5.1 Distribución de los estudiantes según fuente donde han aprendido estrategias didácticas	90
Gráfico 5.1 Distribución de los estudiantes según concepciones acerca de las estrategias didácticas	85
Gráfico 5.2 Distribución de los estudiantes según área relacionada con estrategias didácticas, en la que le gustaría capacitarse.	91
Gráfico 5.3 Distribución de los estudiantes según calificación otorgada a las herramientas didácticas adquiridas en su formación docente	92

1.5 Información Administrativa

- a. **No. del proyecto:**724-B4-329
- b. **Nombre del proyecto:** “Estrategias metodológicas para la Enseñanza de la Matemática.”
- c. **Unidad base del investigador:** Formación Docente.
- d. **Unidad de adscripción:** Instituto de Investigación en Educación-INIE.
- e. **Programa al que pertenece:** Mejoramiento de los procesos de enseñanza-aprendizaje.
- f. **Nombre de investigadores y carga académica asignada y quien asigna la misma:**
Dra. Annia Espeleta Sibaja, Investigadora principal, $\frac{1}{4}$ ad honorem.
Licda. Wendy Zamora Monge, Investigadora asociada, $\frac{1}{4}$ INIE, nombramiento del 01-01-14 al 31-12-15.
M.Ed. Ana Victoria Fonseca Rodríguez, Investigadora asociada, $\frac{1}{4}$ ad honorem, a partir del I ciclo 2015 se jubiló.
- g. **Vigencia del proyecto:** 01/01/2014 al 29/02/2016

1.6 Resumen de 200 palabras sobre el proyecto

Las estrategias didácticas son las combinaciones de situaciones y actividades para desarrollar la labor de aula. En la presente investigación se analizan estrategias, técnicas didácticas y elementos relacionados con éstas, tanto presentes en investigaciones científicas acerca de Didáctica de la Matemática, como las sugeridas en los Programas de Estudio de Matemática y las implementadas en clases.

Todo ello dentro del marco de la investigación acción, a partir de un diseño mixto de indagación, con la aplicación de técnicas como entrevistas, grupos focales, observaciones no participantes y análisis de documentos. Se cuenta con la participación de estudiantes de cursos de la carrera de Enseñanza de la Matemática y del Proyecto Habilidades para la vida, docentes en servicio tanto a nivel de secundaria como a nivel universitario y asesores educativos del Ministerio de Educación Pública en esta disciplina.

Se propone un marco referencial desde un enfoque constructivista en educación, que incluye la definición de diferentes elementos y componentes de las estrategias y técnicas didácticas en Matemáticas. Asimismo, se plantea una clasificación de dichas estrategias y técnicas didácticas basada principalmente según dos componentes: cognitivo y afectivo-interacción social, la cual tiene más sentido teórico que práctico. Finalmente, se describen las potencialidades y funcionalidades de las estrategias reseñadas y analizadas. Estos resultados pretenden producir insumos para la planificación y desarrollo de las lecciones, así como para el planteamiento de mejoras en la formación de docentes.

1.7 Descriptores (los que planteó en la propuesta)

Estrategias didácticas, educación matemática, técnicas de enseñanza, currículo matemático, enseñanza.

II. ANTECEDENTES

2. Introducción.

2.1 Surgimiento del Proyecto.

2.2 Antecedentes del proceso investigativo.

2.3 Objetivos General y Específicos.

2. Introducción

2.1 Surgimiento del proyecto

Surge de la necesidad de contar con insumos sobre metodologías de enseñanza en Matemática (estrategias y técnicas didácticas afines con la Educación Matemática), tanto para estudiantes de nuestra Universidad que serán docentes de Matemática, como los docentes que están en servicio, con el fin de proponer alternativas de enseñanza que permitan la reflexión sobre las formas de enseñar y que sobrepasen el modelo tradicional de enseñanza y aprendizaje de la Matemática en la educación secundaria costarricense.

2.2 Antecedentes del proceso investigativo

El Ministerio de Educación Pública de Costa Rica (MEP, 2012) señala que, nuevas propuestas curriculares en Educación Matemática en Costa Rica, han incorporado elementos de las políticas educativas internacionales y sugieren lineamientos que sean más acordes con el ciudadano que se requiere en las sociedades contemporáneas.

Dichas propuestas curriculares, aprobadas en mayo del 2012, han establecido los nuevos Programas de Estudio de Matemática, tanto para primaria como para secundaria, que han sido implementadas de manera paulatina en los diferentes niveles del sistema educativo, desde el año 2012.

Entre los cambios propuestos más contundentes, está la metodología de trabajo en la clase. Se propone una tendencia hacia el desarrollo de las competencias matemáticas. Un enfoque curricular que enfatiza el devenir de la clase por medio de la resolución de problemas y estrategias didácticas que, permitan al estudiante construir el conocimiento y que, al mismo tiempo, se desarrollen habilidades y competencias que, le acerquen a la solución de problemas y situaciones relacionadas con su cotidianidad y contexto. Todo lo anterior, con el fin de hacer más significativo y atractivo el aprendizaje de esta disciplina.

En relación a esta propuesta programática el MEP señala que,

Este currículo asume como su objetivo principal la búsqueda del fortalecimiento de mayores capacidades cognitivas para abordar

los retos de una sociedad moderna, donde la información, el conocimiento y la demanda de mayores habilidades y capacidades mentales son invocadas con fuerza... Aprender a plantear y resolver problemas y especialmente usarlos en la organización de las lecciones se adopta como la estrategia central para generar esas capacidades... En este currículo se enfatizará el trabajo con problemas asociados a los entornos reales, físicos, sociales y culturales, o que puedan ser imaginados de esa manera. Se asume que usar este tipo de problemas es una poderosa fuente para la construcción de aprendizajes en las Matemáticas. (MEP, 2012, p.13)

Se comprende claramente que es necesario que el y la docente de Matemática se actualicen en estas nuevas estrategias metodológicas, ya que así se demanda. Pues en este sentido, la implementación de dicha propuesta curricular obliga al y a la docente, repensar y reformular el planeamiento de sus lecciones de una manera muy distinta a la sugerida por el Programa de Estudios anterior.

Asimismo, el planteamiento de estos nuevos Programas de Estudio de Matemática, ha permitido a varios sectores relacionados con la Educación Matemática, opinar y reaccionar; de ahí que, puede decirse que se está en un momento estratégico para considerar actualizaciones y nuevas direcciones ante los problemas y situaciones que se presentan en la enseñanza y aprendizaje de la Matemática.

Por otro lado, aún y cuando no se hubiese dado el establecimiento de nuevos Programas de Estudio de Matemática y sus consecuentes demandas al sector docente, es claro que, deben hacerse ajustes en relación a la forma en que se da la Educación Matemática en el contexto educativo costarricense.

Es necesario reflexionar sobre las prácticas de aula, ya que, no han dado los resultados esperados; pues las estadísticas con respecto al rendimiento académico en diversas evaluaciones efectuadas en esta materia, señalan que éste es débil y bajo, lo cual es de bastante consideración. Por ejemplo, en el caso de las pruebas de Bachillerato en Matemática o en pruebas internacionales como SERCE y PISA, Costa Rica no ha tenido promociones que puedan considerarse oportunas.

Para el caso, en el Cuarto Informe Estado de la Educación del Programa Estado de la Nación (2013), en relación al rendimiento académico de los estudiantes en Costa Rica, se señalan como hallazgos relevantes los siguientes:

A pesar de sus diferencias en alcance y método, los resultados de las pruebas PISA y las pruebas diagnósticas del MEP coinciden al ubicar a la mayoría de los estudiantes en niveles bajos o medios de desempeño con respecto a las habilidades esperadas.

El desempeño promedio de las y los estudiantes costarricenses en las pruebas internacionales está por debajo del que muestran sus pares de países más avanzados, y no se distinguen particularmente de los resultados obtenidos por otras naciones de América Latina.

Tanto en Matemática como en lectura existe una marcada brecha entre los alumnos de colegios privados y públicos, y dentro de estos últimos, entre las distintas modalidades de formación. La brecha es más profunda en Matemática. No obstante, ni siquiera la educación privada costarricense se acerca a los niveles de países avanzados. (Programa Estado de la Nación, 2013, p.253)

Lo cual, evidentemente, demanda la necesidad de reflexionar acerca de los aprendizajes y logros de los estudiantes, así como también en las formas en que se lleva a cabo la Educación Matemática. Pues como se señala en este mismo informe

...es necesario desarrollar capacidades, valores y actitudes que permitan a los alumnos hacer frente a las distintas situaciones, tomar decisiones utilizando la información disponible y resolver problemas. Lo anterior solo es factible si se asume el reto de buscar nuevos modelos para la enseñanza de las matemáticas.” (Programa Estado de la Nación, 2013, p.134)

En este sentido, resulta oportuno pensar en tales modelos para la enseñanza de la Matemática, pues a pesar de las nuevas políticas educativas y los programas de estudio que se establecen, la realidad de las prácticas pedagógicas es muy distinta.

Pues, en el desarrollo de las lecciones en las aulas de Matemática, del contexto educativo costarricense, independientemente de la modalidad educativa que sea, existe de forma

mayoritaria, un predominio de los enfoques mecanicistas y tecnicistas en la enseñanza-aprendizaje de esta materia. En dichos enfoques, de forma prioritaria, se da suma importancia a las pruebas y evaluaciones, tanto por parte de docentes como de estudiantes. De tal modo que, de manera casi generalizada, los y las estudiantes estudian los contenidos más para “salir bien en los exámenes” que, para aprehenderlos.

Consecuentemente, los resultados de dichas prácticas se hacen notorios. Tal y como se ha señalado anteriormente, los resultados académicos del estudiantado costarricense en Matemática son bajos y esto, es motivo de deserción o repitencia.

De ahí que resulta oportuno, obtener información de los y las docentes, sobre lo que se hace comúnmente en las aulas de Matemática, con el fin de generar espacios de reflexión y propiciar la incubación de nuevos modelos teóricos pedagógicos que, permitan la reformulación de lo que se puede hacer en Educación Matemática, para propiciar cambios en el quehacer cotidiano, que a su vez, desencadenen beneficios para los procesos de enseñanza-aprendizaje de esta disciplina.

También debe señalarse que, la anterior situación se vuelve imperativa, debido a que, de acuerdo con la evidencia práctica, no hay lineamientos, propuestas o estudios que den seguimiento a los análisis de la relación teórica y práctica del currículo de Matemática, de ahí que haya que generarlos.

Dicha situación no resulta extraña, ya que tanto a nivel nacional como internacional, usualmente se da una desconexión entre lo que oficialmente se debe enseñar y lo que cotidianamente ocurre en las aulas. Pues tal y como señala Magendzo (2008)

...la lógica de producción de un currículo oficial: selección, organización, transferencia y evaluación del conocimiento es como ya se ha dicho, distinta a la lógica de enseñanza del currículo y producción de conocimiento curricular. En ocasiones no hay intención ni deseo de aproximar dichos discursos; hay rivalidades entre ambos y críticas mutuas. (p.54)

Por lo tanto, como se ha dicho, como parte de la formación permanente de los y las docentes, es necesario facilitarles espacios para reflexionar y discutir acerca del trabajo de aula, y muy específicamente, de las propuestas metodológicas que se implementan y de la

conveniencia del uso de ciertas estrategias y técnicas didácticas, así como del uso de la tecnología (tales como las pizarras virtuales o software matemático), entre otras cuestiones.

Pues como bien señala Hernández (2009), hoy día los y las docentes no pueden ignorar la necesidad de diversificar sus métodos de enseñanza, debido a las múltiples demandas que el medio le hace: la existencia de múltiples experiencias didácticas, la diversidad de los y las estudiantes que están en las aulas, las necesidades educativas especiales dentro de esta población, entre otros retos que proponen las nuevas tendencias de la educación actual.

De ahí que, en el presente trabajo se busque contestar a las siguientes preguntas de investigación ¿Cuáles son las estrategias y técnicas didácticas propuestas en la literatura educativa y las implementadas durante las lecciones de Matemática para la enseñanza-aprendizaje de esta disciplina? ¿Y de dichas propuestas, cuáles resultan más pertinentes de aplicar en el desarrollo de las diferentes temáticas del Programa de Estudios de Matemática del Ministerio de Educación Pública?

Todo ello con el fin de sistematizar conocimientos para la utilización en la labor del docente de Matemática en cuanto a la didáctica de ciertas temáticas en Matemática, tanto para la formación de docentes como para los docentes de secundaria, ya que la reflexión acerca de las mejores formas de enseñar matemática contribuye a que el docente mejore sus práctica y por ende los aprendizajes en los estudiantes. También, se espera que los resultados de la presente investigación se conviertan en insumos en la formación permanente que debe tener un docente de Matemática en servicio.

Con lo cual se establece que el impacto del presente trabajo iría en tres direcciones:

- Permitir la actualización en el conocimiento para los futuros docentes de Matemática y para los docentes en servicio.
- Sugerir herramientas para las nuevas propuestas del currículo de Matemática de la Educación Secundaria.
- Propiciar la reflexión pedagógica y producción científica en cuanto a Didáctica de la Matemática.

Finalmente, se señala que para alcanzar las respuestas a las ya mencionadas interrogantes de investigación, se plantean los siguientes objetivos investigativos.

2.3 Objetivos del Proyecto

2.3.1 Objetivo General

Analizar diferentes estrategias didácticas, propuestas en la literatura educativa y las implementadas durante las lecciones de Matemática para la enseñanza-aprendizaje de esta disciplina, con el fin de determinar las más pertinentes y aplicarlas en el desarrollo de las diferentes temáticas del Programa de Estudios de Matemática del Ministerio de Educación Pública.

2.3.2 Objetivos Específicos

- Examinar los Programas de Matemática vigentes en Costa Rica, con el fin de indagar las metodologías sugeridas y otros componentes curriculares, importantes de considerar para la enseñanza y aprendizaje de la Matemática.
- Identificar las estrategias y las técnicas didácticas propuestas en la literatura y las presentes en la clase de Matemática.
- Aplicar las estrategias y las técnicas didácticas identificadas como idóneas para el desarrollo de temáticas específicas.

III. REFERENTE TEÓRICO

3. Marco Teórico-Referencial

3.1 Enfoque teórico.

3.2 Terminología básica.

3.3 Selección y planeamiento de estrategias didácticas: algunas consideraciones.

3.4 Enseñanza eficaz de la Matemática: planteamientos del National Council of Teachers of Mathematics.

3.5 Clasificación de estrategias y técnicas didácticas en Matemática.

3.6 A modo de cierre.

3. Marco teórico-referencial

En este capítulo se establece el marco teórico o conceptual de la investigación. En el mismo se incluye, tanto el enfoque teórico de la investigación, como la terminología básica y la clasificación de las estrategias didácticas (propuesta por las autoras), según componentes cognitivos, afectivos y sociales, también se incluyen elementos a tomar en consideración a la hora de plantear estrategias y técnicas didácticas, las características de una enseñanza eficaz de la Matemática, planteadas por el National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) de los Estados Unidos de Norteamérica, así como una descripción de cada una de esas estrategias.

3.1 Enfoque teórico

El enfoque teórico de la presente investigación es el constructivismo en educación.

Flores (2001) señala que en esta perspectiva se pueden diferenciar al menos cuatro corrientes o paradigmas de pensamiento:

1. El modelo constructivista en el que la meta educativa es que cada individuo acceda, progresiva y secuencialmente, a la etapa superior de su desarrollo intelectual, de acuerdo con las necesidades y condiciones particulares.

En este modelo, los docentes debe crear ambientes estimulantes, llenos de experiencias que faciliten el progreso a estructuras cognoscitivas de etapas superiores en las que está inicialmente un estudiante; de este modo, la experiencia es más importante que el contenido que con ellas se desarrolle.

2. La segunda corriente se ocupa del contenido de la enseñanza y del aprendizaje; en ella se privilegian los conceptos y estructuras básicas de la ciencias, por considerarlas insumos de alta complejidad que brindan mejores oportunidades para desencadenar las capacidades intelectuales de los estudiantes, a quienes se les considera aprendices de científicos.

Bajo esta corriente, los docentes deben propiciar aprendizajes significativos en sus estudiantes, y para ello, el docente debe suscitar en ellos dudas e interrogantes respecto a los conocimientos que ya poseen, además de relacionar los temas que se vayan a ver

con las experiencias y saberes anteriores de éstos, además de dar los espacios necesarios para que los estudiantes puedan ensayar y aplicar los nuevos conceptos.

3. El tercer modelo orienta la enseñanza y el currículo hacia la formación de ciertas habilidades cognitivas que se consideran más importantes que el contenido, científico o no, donde éstas se desarrollan.

En este caso, el docente propone estrategias y actividades secuenciadas y estimulantes a los estudiantes, mediante por ejemplo, preguntas desafiantes formuladas en momentos oportunos.

4. La cuarta corriente se denomina social-cognitiva, señala que los éxitos de la enseñanza radican en la interacción y la comunicación de los estudiantes, en el debate y crítica argumentativa que se pueda establecer en los grupos, con el fin de lograr resultados cognitivos y éticos de toda la colectividad involucrada, y con ello, plantear respuestas y soluciones a problemas reales de toda una comunidad mediante interacciones teóricas-prácticas.

Por otra parte, según Díaz y Hernández (2006) al hablar de “constructivismo” se hace necesario aclarar el contexto de origen, la teorización y la aplicación que acompañen a dicho término, pues el mismo, hoy día es utilizado para describir tanto a corrientes epistemológicas como psicológicas. Entre las cuales sobresalen:

- El *constructivismo psicogenético de Jean Piaget*, cuyos planteamientos se centraron en el estudio del funcionamiento y el contenido de la mente de los individuos.
- El *constructivismo social de Vygotsky y la escuela sociohistórica o sociocultural* que centra su atención en el desarrollo de dominios de origen social.
- El *constructivismo radical de Von Glaserfeld o Maturana*, quienes señalan que la construcción del conocimiento es completamente subjetiva, es decir, el ser humano no cuenta con posibilidad alguna de llegar a poseer representaciones objetivas ni verdaderas de la realidad, sino que sólo cuenta con formas viables o efectivas de actuar sobre la misma.

Lo que demanda que se atienda lo que se vaya a denominar constructivismo en educación; pues aunque según Díaz y Hernández (2006) existe convergencia en todos los encuadres teóricos, en el principio de que es importante la actividad mental constructiva del estudiante en la realización de los aprendizajes escolares, también es cierto que existen diferencias de peso en otros aspectos importantes.

Según Vázquez (2000) un elemento importante del constructivismo en educación, es el paradigma sociocultural de L.S. Vigotsky, ya que desde este enfoque se concibe al estudiante como un ser social, producto y protagonista en múltiples y variados eventos e interacciones sociales, en los que está inmerso a lo largo de su vida, y en particular, a lo largo de su escolaridad, en los cuales se promueve el desarrollo de la personalidad del estudiante; también se concibe a los docentes como agentes culturales que enseñan en contextos de prácticas y medios social y culturalmente definidos y determinados, además de considerarse un mediador esencial entre los saberes culturales ya establecidos y los procesos en los que los estudiantes se apropian de esos saberes. De ahí que, resulta importante, que los docentes promuevan instrumentos y procesos de apropiación de saberes, donde haya construcción conjunta de estos saberes en consenso con sus estudiantes.

En la presente investigación se asumen los planteamientos de Carretero (1993, en Díaz y Hernández, 2006) acerca de lo que se puede denominar constructivismo en educación.

Básicamente puede decirse que es la idea que mantiene que el individuo tanto en los aspectos cognitivos y sociales del comportamiento como en los afectivos no es un mero producto del ambiente ni un simple resultado de sus disposiciones internas, sino una construcción propia que se va produciendo día a día como resultado de la interacción entre esos dos factores... ¿Con qué instrumentos realiza la persona dicha construcción?...Dicho proceso de construcción depende de dos aspectos fundamentales: De los conocimientos previos o representación que se tenga de la nueva información, o de la actividad o tarea a resolver y de la actividad externa o interna que el aprendiz realice al respecto (p.27).

Pues para el caso de la Educación Matemática, vale decir que más que un proceso de construcción, los estudiantes llevan a cabo un proceso de re-construcción de conocimientos matemáticos, donde cobran suma importancia los conocimientos y experiencias previas que tengan los estudiantes en Matemática (lo que regularmente se llaman las “bases matemáticas” de los estudiantes) y dónde las estrategias y técnicas didácticas utilizadas por el docente pueden marcar notablemente el desarrollo de los procesos de aprendizaje de los estudiantes o desembocar en frustrantes experiencias educativas alrededor de dicha disciplina.

También es importante señalar que se asumen algunas de las consideraciones del constructivismo planteadas por Gutiérrez, Arias y Piedra (2009), las cuales se derivan de los principios generales del constructivismo. Tales como las siguientes:

- Todo conocimiento se gesta desde el lenguaje y por ende es una experiencia social, cultural y adaptativa (Maturana, 1990a, en Gutiérrez, Arias y Piedra, 2009).
- El conocimiento se enseña en mayor grado o menor grado, pero nunca es posible enseñar todo, pues hay partes del mismo que son intransferibles por medio de la comunicación humana (Watzlawick, 1998, en Gutiérrez, Arias y Piedra, 2009).
- El conocimiento se memoriza, no se almacena. Donde memorizar implicaría transformar, pues al pasar el conocimiento por el filtro de la experiencia individual y grupal, éste se modifica (Piedra, 2008, en en Gutiérrez, Arias y Piedra, 2009).

Es importante aclarar que aunque en el trabajo de Gutiérrez, Arias y Piedra, (2009) se señalan seis premisas derivadas de los planteamientos constructivistas, no todas ellas son aplicables al conocimiento matemático ni a los procesos propios de la Educación Matemática, de ahí se asuman solamente las tres que se acaba de señalar.

3.2 Terminología Básica

Shulman (1999, en Vadillo y Klingler, 2004) menciona que si se profesa algo, se es profesor o profesional en ese algo, pues uno profesa el entendimiento de algo.

En este sentido se dice que se es docente de Matemática porque de algún modo se profesa la Matemática, y al decir profesar se hace referencia a las diferentes connotaciones que señala el Diccionario de la Real Academia de esta palabra, algunas a resaltar serían:

1. tr. Ejercer una ciencia, un arte, un oficio, etc.
2. tr. Enseñar una ciencia o un arte.
3. tr. Ejercer algo con inclinación voluntaria y continuación en ello. *Profesar amistad, el mahometismo.*
4. tr. Creer, confesar. *Profesar un principio, una doctrina, una religión.*
5. tr. Sentir algún afecto, inclinación o interés, y perseverar voluntariamente en ellos. *Profesar cariño, odio.*

De lo que se entiende e infiere que el docente matemático(a) ejerce su oficio de enseñar los contenidos matemáticos, con inclinación voluntaria (porque deposita diferentes afectos en ello) y con la creencia en la Matemática como disciplina que puede aportar al desarrollo y crecimiento de sus estudiantes (aunque algunas veces no se esté tan consciente de esa creencia).

Sin embargo, las experiencias de aula, nos muestran que no siempre ese profesar se traslada a la actitud y vivencia de los y las estudiantes en favor del educarse matemáticamente; en este sentido es válido pensar, entonces, en acciones que puedan favorecer “un contagio” de esa devoción hacia la Matemática que en buena teoría profesa el docente de Matemática.

Claro está, no se puede ser simplista a la hora de pensar en qué acciones promover; pero tampoco se puede caer en el fatalismo de que no hay mucho por hacer; sin duda alguna, hay elementos que retomar, por ejemplo, la literatura señala la importancia del uso de la didáctica en la enseñanza de los contenidos en cualquier disciplina. De ahí que, la presente investigación pretende reseñar elementos relacionados con las estrategias didácticas aplicadas al caso de la Matemática, dada la importancia de las mismas en la planificación de las lecciones de esta materia.

Tal y como señalan Vadillo y Klingler (2004) la importancia de la didáctica en los procesos de enseñanza-aprendizaje y en los procesos educativos de todo nivel es crucial, pues cuando se habla de didáctica, dicen las autoras, se habla de la “disciplina de la pedagogía que estudia y perfecciona los métodos, procesos, técnicas y estrategias cuyo objetivo es potenciar la enseñanza para lograr aprendizajes más amplios, profundos y significativos” (p. xii). En el entendido de que la didáctica siempre hace referencia a la enseñanza sistemática, cuyo contenido es la cultura organizada y cuyo fin es la educación intelectual del alumno (García, 1987, en Vadillo y Klingler, 2004).

En el caso concreto de la Matemática, también afirman Vadillo y Klinger (2004) que según sea el concepto de la Matemática utilizado (lo cual está en estrecha relación con la concepción ontológica que se tenga de ella), así será su enfoque didáctico. Al respecto señalan,

Cuando se la concibe como un saber terminado y rígido, su didáctica se diseña en función de la enseñanza de conceptos y procedimientos específicos. Cuando, por el contrario, se le aborda como un saber que se construye en forma permanente, su didáctica, está encaminada a estudiar y a aprovechar las complejas relaciones entre el objeto de estudio, el sujeto que aprende, el sujeto que enseña, los medios que utiliza, y los contextos internos y externos que inciden en la educación matemática (p.153-154).

De lo que se infiere que es oportuno considerar, y si es del caso, reformular todas aquellas concepciones ontológicas sobre la disciplina matemática que la conciben como un saber terminado y rígido, pues tal y como se ha señalado en apartados anteriores, dicha concepción genera modelos de enseñanza que están en discrepancia con las demandas actuales de formación.

Para el caso de la presente investigación se concibe la Matemática como un saber que se reconstruye, donde se pone atención a las complejas relaciones existentes entre el docente, los contenidos matemáticos, el estudiantado, los recursos, estrategias y técnicas didácticas, así como al contexto donde se den los procesos educativos relacionados con esta materia.

Lo que en consecuencia genera que conciba la mediación pedagógica como aquella mediación capaz de promover y acompañar el aprendizaje de nuestros interlocutores, es

decir, de promover en los educandos la tarea de construirse y de apropiarse del mundo y de sí mismos.

Situación que demanda según Martínez (1988, en Ferreiro, 2007, p.6) que el docente al mediar cumpla entre otros requisitos con los siguientes:

- La reciprocidad, es decir, una relación actividad-comunicación mutua, en la que ambos, mediador y alumno, participen activamente.
- La intencionalidad, o sea, tener muy claro qué quieren lograr y cómo ha de lograrse; tanto el docente mediador como el estudiante que hace suya esa intención, dada la reciprocidad que se alcanza.
- El significado, es decir, que el estudiante le encuentre sentido a la tarea.
- La trascendencia, que equivale a ir más allá del aquí y el ahora, y crear un nuevo sistema de necesidades que muevan a acciones posteriores.
- El sentimiento de capacidad o autoestima, o lo que es lo mismo, despertar en los alumnos el sentimiento de que son capaces.

Donde tales requisitos propician una acción docente acorde con los planteamientos de Salazar (2012a), quien señala que la acción docente es una tarea de promover logros, de generar rutas para que otros puedan aprender y ascender; donde se hace explícito que la complejidad del contexto y las diversidades del estudiantado, se ven entrelazadas de maneras distintas, en combinación con las capacidades en el personal docente, y que en consecuencia sugiere que en esta tarea los elementos personales, el dominio del contenido y la competencia pedagógica se integren.

Pues, entre otras cosas, que el docente sea mediador demanda la transformación de los contenidos al considerar la comunicación, la capacidad de representar conocimientos y de organizar didácticamente éstos (Salazar, 2012a). Lo cual conlleva a planear y desarrollar acciones de aula, de manera consciente y reflexiva para el logro de los objetivos esperados.

En cuanto a metodología, ésta se define como el conjunto de estrategias aplicadas en el proceso de enseñanza y aprendizaje. Se resalta que las estrategias contribuyen en la mediación pedagógica y se concretan con diversas actividades. Donde la estrategia didáctica

según Salazar (2012a) se concibe “como un proceso integral que organiza y desarrolla un conjunto de acciones que se proyectan y se ponen en marcha de forma ordenada para alcanzar un determinado propósito pedagógico” (p.76). Mientras que para Hernández (2009) es un plan general formulado para hacer frente a una tarea específica.

Lo que en síntesis equivale a decir que la estrategia didáctica se entiende como el conjunto de técnicas que pretenden el logro de aprendizajes de contenidos, procedimientos y actitudes; sin dejar de lado que la selección, planificación y aplicación de estrategias permean o promueven entre otras cosas un determinado clima de aula, el tipo de relaciones interpersonales que se establezcan (interacción docente-estudiante, estudiante-estudiante), la forma en que se manifiesten las actitudes (y las actitudes mismas manifestadas), así como la construcción de determinadas creencias, y el desarrollo que se dé del proceso de comunicación en el aula, entre otros elementos.

En relación con el hecho de que la estrategia didáctica permite y modela la interacción del estudiante con el objeto de estudio, Salazar (2012a) señala que

los componentes de la estrategia van más allá de las técnicas o métodos, puesto que requieren poner atención a los objetivos de aprendizajes esperados, las acciones que desarrolla tanto el docente como el estudiante, la naturaleza y dificultad del contenido y los métodos para la enseñanza y para su evaluación (p.76)

Lo que permite concluir que las estrategias y técnicas didácticas a desarrollar en el aula de Matemática deben ser consideradas de manera atenta por las implicaciones de su ejecución y también, porque están en estrecha relación con el contenido curricular y las habilidades que se pretenden desarrollar, con las características del grupo con el que se trabaja, y muy importante, del docente, con las condiciones y recursos del aula, de la institución y del contexto educativo en general.

Una aclaración necesaria por hacer es que existen autores que utilizan el término de estrategia didáctica de forma sinónima a técnica didáctica. Para el caso de la presente investigación no se establecen diferencias entre lo que es una técnica didáctica y una estrategia didáctica. La técnica o estrategia será definida como las acciones y actividades

concretas que se llevan a cabo para implementar, en su totalidad, un determinado enfoque de enseñanza.

Calderón (2003) afirma que las técnicas didácticas son instrumentos que se pueden tomar en consideración para hacer más eficiente la labor educativa; y entre sus características señala que son imparciales, en el sentido de que, se trata meramente de instrumentos que pueden utilizarse, adaptarse o mejorarse de acuerdo con las condiciones y situaciones educativas existentes. Es decir, las técnicas pueden servir a estrategias y métodos de enseñanza distintos.

En relación a los recursos didácticos, éstos se entenderán como los “materiales y dinámicas [tipos de intercambios] que junto a estrategias y técnicas didácticas, promueven la participación en el aula, facilitan construir el conocimiento y generar aprendizaje significativo” (p.36), tal y como lo plantea Hernández (2009).

3.3 Selección y planeamiento de estrategias didácticas: algunas consideraciones

A continuación se establecen algunas consideraciones necesarias a tomar en cuenta, al pensar en el papel de las estrategias didácticas en el Aula de Matemática, en su desarrollo y en su aplicación.

3.3.1 Selección de estrategias didácticas

El docente tiene la responsabilidad de proponer y desarrollar los contenidos y procedimientos matemáticos de los programas curriculares que guían la lección, con el fin de lograr aprendizajes en sus estudiantes, esto mediante la formulación de estrategias didácticas. Pues como cita Salazar (2012a), resulta oportuno que el docente “conozca las estrategias didácticas y evaluativas con profundidad, así podrá saber cuál es el momento más adecuado para utilizarlas y cuáles son más eficientes para desarrollar el pensamiento y el aprendizaje del alumnado” (p.109).

Donde no sólo es necesario conocer las estrategias didácticas, sino que hay que seleccionar las más adecuadas según el conocimiento que se quiere trabajar, las condiciones del contexto, los estudiantes, el tiempo disponible, entre otros elementos a considerar.

3.3.2 Planeamiento de estrategias

La planeación de las estrategias se concibe como un proceso compuesto por las cuatro etapas descritas a continuación.

3.3.2.1 Fase 1: Ubicación y contexto

Se delimita el nivel, el tema o temas, contexto y condiciones que se tienen, estudiantes que participan.

3.3.2.2 Fase 2: Marco general

Se contemplan los elementos del diseño instruccional que interviene en el inicio, desarrollo y cierre del tema. Se sugiere realizar un mapa conceptual, esquema o mapa neuronal (conceptos e imágenes) donde se contemplen los elementos del diseño con las decisiones consideradas. (Decisiones referidas a los programas, los elementos de programación que se consideran tales como los objetivos, habilidades, competencias, contenidos, evaluación, entre otros).

3.3.2.3 Fase 3: Consideraciones para el planeamiento y desarrollo de la lección

En esta fase se podrían considerar los planteamientos de Lupiáñez (2013), al hablar de contenido de las matemáticas escolares y referirse con ellos a los contenidos que son objeto de enseñanza y aprendizaje; tal delimitación genera un interés en organizar el contenido matemático desde un punto de vista cognitivo, con el interés de identificar logros y aprendizajes en los estudiantes. Considerando pasos del análisis didáctico, el primero es el análisis de contenido matemático, donde se organiza el currículo en: sistemas de representación, que son diferentes maneras en las que se pueden representar el contenido y sus relaciones con otros conceptos y procedimientos; la fenomenología, que considera los fenómenos (contextos, situaciones y problemas), para dar sentido al contenido considerado y la estructura conceptual, que considera las relaciones de los conceptos y procedimientos implicados en el contenido estudiado. Otro organizador es la historia.

Como segundo paso el análisis cognitivo, donde se considera el aprendizaje de la Matemática, las expectativas, denominadas en objetivos, competencias, habilidades y las oportunidades vistas como tareas matemáticas.

Los pasos siguientes: el análisis de instrucción, centrado en el diseño, selección y secuenciación de las tareas matemáticas, posteriormente el análisis de actuación, que permite valorar en qué medida se ha logrado lo que se pretendía, es el cierre de un ciclo para obtener información de las fortalezas y debilidades de lo planificado y desarrollado, para nuevas experiencias.

Para aplicar estrategias didácticas en las actividades o tareas matemáticas, que se planifican en los pasos del análisis didáctico mencionado, el docente tiene que hacer una selección de los conceptos a desarrollar, cuestionarse de cuáles son las diferentes representaciones de ese concepto y su estructura conceptual y cuáles serían los usos y aplicaciones que se le dan al concepto, cuáles serían los conceptos más abstractos que se pueden desarrollar a partir de ellos (número natural-racional). Desarrollo de aspectos conceptuales del desarrollo del tema o temas: conocimientos previos; previsión de errores frecuentes; obstáculos, diferentes representaciones, conexiones con otros conceptos, interdisciplinariedad y alcance de contenidos a desarrollar; nivel de profundidad en el desarrollo de temas y evaluación; actividades y su secuencia; recursos y materiales, tiempo. Uso correcto del lenguaje matemático.

3.3.2.4 Fase 4: Evaluación y análisis

Esta fase es la que permite reflexionar y analizar la propia práctica, revisar el logro de aprendizajes y replantear elementos deficientes, elementos de la improvisación en situaciones no contempladas y contar con insumos para la próxima planificación de estrategias. Fase contemplada en el análisis de actuación.

En el siguiente apartado se consideran ocho características de una enseñanza eficaz de las Matemáticas, planteadas por el NCTM de los Estados Unidos, las cuales, también, pueden orientar la labor docente de planificación, preparación e implementación de estrategias didácticas.

3.4 Enseñanza eficaz de la Matemática: planteamientos del National Council of Teachers of Mathematics

El National Council of Teachers of Mathematics (NCTM, 2015) plantea una lista de ocho prácticas de enseñanza de la disciplina que identifican a lo que se denomina una educación matemática de alta calidad, concebidas a partir de la revisión de experiencias de docentes

con varios años de servicio y de investigaciones científicas. A continuación se detallan dichas prácticas¹.

1. Establecimiento de metas matemáticas enfocadas en el aprendizaje

En el documento se señala que la “Enseñanza eficaz de las matemáticas comienza con una comprensión compartida entre los maestros sobre las matemáticas que los estudiantes están aprendiendo y la manera en que éstas se despliegan a lo largo de desarrollos de aprendizaje. Tal comprensión compartida incluye la clarificación de metas matemáticas más amplias, mismas que guían la planificación basada en unidad por unidad, así las metas matemáticas más específicas que orientan las decisiones educativas, basadas en lección por lección. El establecimiento de metas claras no sólo guía las decisiones de los docentes durante una lección, sino también centra la atención de los estudiantes en el seguimiento de su propio progreso hacia los resultados de aprendizaje propuestos.” (NCTM, 2015, p.13)

2. Implementación de tareas que promuevan el razonamiento y la resolución de problemas

“La enseñanza eficaz de las matemáticas involucra a los estudiantes en tareas de resolución y análisis, las cuales promueven el razonamiento matemático y la resolución de problemas, además de que permiten que haya múltiples maneras de abordar los problemas y existan estrategias de resolución variadas... Para garantizar que los alumnos tengan la oportunidad de comprometerse con un pensamiento de alto nivel, los docentes deben seleccionar e implementar en forma regular tareas que estimulen el razonamiento y la resolución de problemas. Dichas tareas alientan el razonamiento y el acceso a las matemáticas mediante diversas formas de abordar los problemas, que incluyen la utilización de variadas representaciones y herramientas, así como la resolución de problemas a través de diferentes estrategias de solución.” (NCTM, 2015, p.18).

3. Uso y vinculación de las representaciones matemáticas

“La enseñanza eficaz de las matemáticas obliga a los estudiantes a establecer conexiones entre representaciones matemáticas para profundizar el entendimiento de conceptos y procedimientos matemáticos, así como para concebir a ambos como herramientas para la resolución de problemas... Cuando los estudiantes aprenden a representar, analizar y hacer

¹Para una mejor comprensión de las características, se ha decidido transcribir de manera literal lo planteado por el NCTM, como parte de la descripción de cada característica, sin tomar en cuenta el formato APA para el caso de citas textuales.

conexiones entre las ideas matemáticas de múltiples formas, demuestran un entendimiento matemático más profundo, así como el progreso de sus habilidades para resolver problemas.” (Fuson, Kalchman y Bransford 2005; Lesh, Post y Behr, 1987; en NCTM, 2015, p.25).

4. Favorecimiento del discurso matemático significativo

“La enseñanza eficaz de las matemáticas promueve el diálogo entre los estudiantes a fin de que puedan construir una comprensión compartida de las ideas matemáticas a través del análisis y comparación de enfoques y argumentos... La enseñanza eficaz de las matemáticas compromete a los estudiantes con la elaboración de un discurso, de modo que toda la clase avance en el aprendizaje matemático. El discurso matemático incluye el intercambio deliberado de ideas mediante el análisis grupal y a través de otras formas de comunicación: verbal, visual y escrita.” (NCTM, 2015, p.30).

5. Planteamiento de preguntas deliberadas

“La enseñanza eficaz de las matemáticas se apoya en plantear preguntas que estimulen a los estudiantes a explicar y reflexionar sobre su propio pensamiento, lo cual representa un componente esencial del discurso matemático significativo. Las preguntas deliberadas permiten a los docentes discernir lo que los estudiantes saben a fin de adaptar las lecciones para alcanzar diversos niveles de comprensión; asimismo ayudan a los estudiantes a efectuar conexiones matemáticas importantes y los apoyan para que planteen sus propias preguntas. No obstante, el sólo hecho de plantear preguntas no resulta suficiente para garantizar que los alumnos le den sentido a las matemáticas y para que hagan progresos en su razonamiento. Deben tomarse en cuenta dos aspectos fundamentales: los tipos de preguntas que los maestros plantean y el modelo de cuestionamiento que usen.” (NCTM, 2015, p.37).

6. Elaboración de la fluidez procedimental a partir de la comprensión conceptual

“Una enseñanza de las matemáticas efectiva logra la fluidez en los procedimientos basados en la comprensión conceptual, de manera que los estudiantes, con el tiempo, se vuelvan hábiles en el empleo flexible de procedimientos, a medida que resuelven problemas contextuales y matemáticos.” (NCTM, 2015, p.43).

7. Favorecer el esfuerzo productivo en el aprendizaje de las matemáticas

“La enseñanza eficaz de las matemáticas apoya a los estudiantes en sus esfuerzos productivos conforme están aprendiendo matemáticas. Dicha enseñanza adopta una concepción de los esfuerzos de los estudiantes como oportunidades para ahondar más en la comprensión de la estructura matemática de los problemas y de las relaciones entre ideas matemáticas, en vez de buscar sencillamente soluciones correctas.” (NCTM, 2015, p.49).

8. Obtener y utilizar evidencias del pensamiento de los estudiantes

“Una enseñanza eficaz de las matemáticas utiliza evidencia del pensamiento del estudiante para evaluar el progreso en la comprensión matemática y para adecuar continuamente la enseñanza en formas que apoyen y extiendan el aprendizaje.” (NCTM, 2015, p.54).

Según el NCTM (2015) el considerar y propiciar la aparición de las ocho características anteriores en las acciones docentes realizadas en el aula, favorece procesos de enseñanza y de aprendizaje de la Matemática más inclusivos y encaminados al éxito para todos los estudiantes, de ahí que resulte oportuno tomarlas en consideración a la hora de gestionar estrategias, técnicas y actividades didácticas.

3.5 Clasificación de estrategias y técnicas

A continuación se establece una clasificación de estrategias didácticas, con el fin de identificar cuáles podrían ser sus propósitos, alcances y aportes, dicha clasificación (propia de las autoras) se rige por las habilidades cognitivas, afectivas y de interacción social que se promuevan con la aplicación y desarrollo de las mismas:

- Estrategias didácticas según componente cognitivo
- Estrategias didácticas según componente afectivo y de interacción social

Esta clasificación permite identificar cuáles estrategias o técnicas resultan útiles para el desarrollo de un determinado contenido matemático o de algún tipo de habilidades en específico.

Sin embargo, debe aclararse que la clasificación no implica que sean categorías excluyentes, por el contrario hay una yuxtaposición de los componentes cognitivo, afectivo y de

interacción social, que dependerá en mucho de la forma en que es aplicada la estrategia, de la personalidad, la composición del grupo y los contenidos tratados, entre otras variables.

3.5.1 Estrategias y técnicas didácticas según componente cognitivo

Las estrategias didácticas según componente cognitivo involucran situaciones y actividades que propicien el desarrollo de habilidades cognitivas y la construcción del conocimiento matemático.

3.5.1.1 Resolución de problemas

En relación a la resolución de problemas, debe aclararse que existe abundante cantidad de fuentes bibliográficas, así que con el fin de focalizar la atención en unos cuantos trabajos de esta temática, se ha optado por mencionar solamente algunas de esas fuentes, pues no es pretensión de la presente investigación realizar un análisis exhaustivo de todas las fuentes.

Fonseca y Sánchez (2010), por ejemplo, realizan un estudio de caso acerca de la relación existente entre el uso de algoritmos en la resolución de problemas sobre isometrías del plano, en el cual identificaron formas en las que se relacionan los algoritmos con la resolución de problemas; en su estudio los algoritmos no solamente han sido concebidos como la repetición mecánica de procedimientos matemáticos, sino que se evidenció que dichos algoritmos pueden convertirse en una fuente de información útil a la hora de plantear estrategias específicas para resolver problemas sobre isometrías.

Entre las formas en que se evidenció el uso de algoritmos para resolver problemas de isometrías en el plano están: solución inmediata de un problema por medio de un algoritmo, composición iterada de un mismo algoritmo, composición de dos o más algoritmos diferentes y paso a un algoritmo general de uno particular.

Del trabajo de los autores es importante señalar que dado que hoy día la resolución de problemas, es uno de los principales enfoques considerados en la enseñanza de las Matemática, debe considerarse la idea de que la enseñanza mediante la resolución de problemas no puede desprenderse totalmente de herramientas propias de la Matemática, tal como los algoritmos; sino que más bien, los problemas deberían estar al servicio de establecer puentes para acceder a conocimientos matemáticos más formales.

En relación con ello, en los Programas de Matemática del MEP se señala que

La resolución de problemas está asociada sustancialmente a la naturaleza de las Matemáticas, sean problemas del entorno o abstractos... Debe existir una explícita relación entre esta naturaleza y las acciones de enseñanza y aprendizaje. No establecer estas conexiones en la acción de aula significaría la incompreensión de un sentido central de las Matemáticas. Sin embargo, pasar de la actividad en la resolución de problemas en los quehaceres matemáticos más generales a la acción de aula no se puede realizar de una manera mecánica: debe haber adaptación al entorno (2012, p. 28)

Asimismo, Sanjosé, Valenzuela, Fortes, y Solaz-Portolés (2007), como resultado de su investigación experimental, señalan que el fracaso en la resolución de problemas no necesariamente se debe a la falta de dominio de los procedimientos matemáticos de resolución, sino que más bien señalan que la causa principal de las dificultades en la resolución de problemas, podría tener sus orígenes en la construcción de modelos inadecuados de las situaciones problemáticas que se plantean a los estudiantes.

De ahí que los y las docentes de Matemática deberían evitar el asumir que la enseñanza mediante la resolución de problemas es suficiente sólo a través de la transferencia de estrategias o algoritmos (es decir, que se resuelve y explica un conjunto de problemas y después se resuelven otros ejemplos extra con los mismos procedimientos).

Pues aún y con las limitaciones propias de su investigación, los sujetos participantes del experimento demostraron saber resolver las ecuaciones que se les planteaban pero manifestaban tener graves dificultades en la comprensión de los problemas algebraicos con enunciado. En ese sentido, dicen los autores que si este resultado fuera general, el énfasis didáctico debería realizarse, o bien en la comprensión de las interrelaciones existentes entre los elementos presentes en las situaciones descritas, o bien en las técnicas de traducción entre dos lenguajes: el cotidiano y el matemático para facilitar la construcción de modelo y estrategias de resolución.

Finalmente ha de mencionarse el trabajo experimental de Solaz-Portolés y Sanjosé (2007) que tuvo por objetivo analizar la influencia de las variables instruccionales en la formación de

los modelos mentales necesarios para la resolución de los problemas. Por medio de su investigación se constata que

“instruir a los alumnos de manera que se presenten los nuevos conceptos interrelacionados y organizados, mediante estructuras lingüísticas de baja complejidad léxico-sintáctica, así como facilitar la integración de los nuevos conceptos en sus esquemas previos de conocimiento parece ser un objetivo importante en la enseñanza” (p.82).

Dicen los autores que en sentido, el libro de texto puede desempeñar un importante papel. Pues, se ha comprobado el hecho de cómo ciertas modificaciones textuales pueden conducir a una mejora significativa en la resolución de problemas, lo que confirma la efectividad en la ayuda a los estudiantes en la elaboración de modelos mentales. De ahí que, los textos educativos deberían ser tomados como recursos abiertos posibles de recibir mejoras por parte de los profesores, que son quienes detectan las insuficiencias de los estudiantes a la hora de hacer uso de los modelos mentales pretendidos en las actividades de aprendizaje.

Asimismo, se concluye que el uso de estrategias procedimentales o instruccionales que tomen como punto de partida los problemas algorítmicos no es adecuado para la comprensión profunda y aprendizaje significativo de los conceptos. Por lo tanto, el trabajo en el aula debería orientarse hacia tareas de alto nivel cognitivo, tales es el caso de los problemas que requieran capacidad de análisis y síntesis, llevar a cabo conexiones conceptuales y evaluación de decisiones en situaciones problemáticas que no sean familiares. De lo que se desprende e infiere la importancia de una labor educativa razonada, oportuna y bien planificada por parte del docente en la mediación pedagógica.

Ahora, es sabido que a la hora de definir qué se puede considerar un problema en Matemática, existen diferentes criterios y posiciones al respecto, pues como señala Blanco (1993) en Matemática “existe una enorme diversidad de problemas que pueden proponerse desde diferentes niveles y contenidos” (Blanco, 1993, p.1).

Para efectos del presente trabajo se toman en consideración los señalamientos de Ayala, Galve, Mozas, y Trallero (s.f.), quienes al respecto afirman que,

Hay que hacer notar, por último, que el término problema implica la existencia de una situación inicial y una final, a la cual queremos llegar pero sin que sea inmediatamente clara la forma de lograrlo. En este sentido, muchos de los pretendidos problemas que se utilizan en clase son meros ejercicios, o al menos lo son cuando ya se conocen suficientemente las vías de resolución; esto dependerá, claro está, de la experiencia matemática y lo familiar que una situación resulte para un alumno. Así pues, lo que para algunos es un problema, para otros es un ejercicio; habrá que tener esto muy en cuenta a la hora de perseguir diferentes objetivos didácticos (hacer pensar, ensayar métodos de resolución, practicar o afianzar algoritmos de cálculo, etc.) (p.44)

Planteamientos que concuerdan con lo que señala el Ministerio de Educación Pública en sus Programas de Estudio de Matemática (MEP, 2012) al afirmar que

un problema debe poseer suficiente complejidad para provocar una acción cognitiva no simple. Si se trata esencialmente de acciones rutinarias, no se conceptuarán como problemas. Se puede poner en los siguientes términos: una tarea matemática constituye un problema si para resolverla el sujeto debe usar información de una manera novedosa. En el caso que el individuo pueda identificar inmediatamente las acciones necesarias se trata de una acción rutinaria. Si una tarea matemática propuesta no tiene esas características, se consignará aquí como un ejercicio. Una tarea puede ser un ejercicio o un problema en dependencia de varias circunstancias educativas. (p. 29)

Finalmente, también se concuerda con el planteamiento de Carrillo (1998, en Cruz y Carrillo, 2004), quien señala que

El concepto de problema debe asociarse a la aplicación significativa (no mecánica) del conocimiento matemático a situaciones no familiares, la consciencia de tal situación, la existencia de dificultad a la hora de enfrentarse a ella y la posibilidad de ser resuelta aplicando dicho conocimiento. (p.105)

Lo cual implica, según este mismo autor, que sean considerados entre otros elementos, la movilización de recursos, la consciencia (que involucra a su vez, procesos de metacognición), el enfrentamiento de dificultades y la adecuación de la tarea a las posibilidades de quien resuelve el problema.

En cuanto a cómo se da la resolución de problemas, Ayala et al. (s.f.) señalan que gran cantidad de autores coinciden en que ésta se da a través de un proceso compuesto por varias fases. Entre las propuestas teóricas al respecto consideradas por Ayala et al. (s.f.) se señalan tres:

- La de George Polya (1987), compuesta por las siguientes cuatro fases: Comprensión, Planificación, Ejecución y Revisión.
- La de R.E. Mayer (1986a, 1986b, 1986c), con sus correspondientes etapas: Traducción, Integración de los datos, Planificación y Ejecución.
- La de Maza (1991), que corresponde a una reformulación de la propuesta hecha por George Polya en 1987 (y con la cual se concuerda en la presente investigación).

Según Maza (1991, en Ayala et al. (s.f.)) las fases en la resolución de un problema matemático son las siguientes:

- *Análisis del problema*: que involucra la descomposición de la información que contiene el enunciado, y buscar respuestas a las siguientes preguntas: ¿Cuáles son los datos? ¿Qué se desea encontrar? ¿Qué condiciones cumplen los datos?
- *Representación del problema*: conlleva establecer relaciones entre los elementos del problema; para ello se puede echar mano de la manipulación de objetos concretos, representaciones gráficas, diagramas, dibujos, entre otros, que ayuden a “hacerse una idea” de las acciones implicadas. En esta etapa es oportuno hacerse las siguientes preguntas: ¿Qué relaciones existen entre los elementos del problema? ¿Cuál es la mejor representación del problema? ¿se dispone de suficientes datos?
- *Planificación*: en esta etapa se debe elegir la estrategia más adecuada para llegar a la solución, relacionar el problema con otros conocidos, identificar fines y alcances más pequeños para alcanzar la resolución. En este punto es válido cuestionarse con

preguntas como: ¿Se parece a algún problema anterior? ¿Cuáles pasos se deben dar y en qué orden? ¿Cuáles operaciones se deben aplicar?

- *Ejecución:* en esta fase se da la aplicación de la estrategia que se ha planificado previamente para la resolución del problema. Aquí resulta oportuno revisar constantemente esta aplicación, detectar errores (de haberlos), evaluar si cada paso dado es correcto y da la posibilidad de aproximarse a la solución, entre otras situaciones.
- *Generalización:* en esta fase, no sólo se revisa lo oportuno y correcto de la solución encontrada y de las estrategias utilizadas en su hallazgo; también se hace necesario que se establezcan conexiones con principios generales que permitan abordar problemas similares en el futuro.

Debe destacarse que Puy (1994, citado en Ayala et al. (s.f.), p. 117), en relación a la resolución de problemas propiamente aritméticos (tal y como los que se consideran en el caso de multiplicación de números racionales, por ejemplo) concretizan las recomendaciones que a continuación se detallan, con el fin de facilitar la enseñanza de la representación del problema y de las estrategias y procedimientos que se utilizan:

- Expresar el problema con otras palabras.
- Explicar a otros compañeros(as) en qué consiste el problema.
- Representar el problema en otro formato (gráficos, diagramas, dibujos, con objetos, entre otros).
- Indicar cuál es la meta del problema.
- Señalar dónde reside la dificultad de la tarea.
- Separar los datos relevantes de los no relevantes.
- Indicar los datos con los que cuenta para resolver la tarea.
- Señalar qué datos no presentes se necesitarían para resolver el problema.
- Buscar un problema semejante que se haya resuelto.
- Analizar primero algunos ejemplos concretos cuando el problema es muy general.
- Buscar diferentes situaciones en las que se pueda presentar ese problema.

Antes de cerrar este breve acápite sobre resolución de problemas, resulta importante incluir la clasificación de problemas matemáticos propuesta por Blanco (1993) en función, ya que resulta más amplia al partir de una concepción de la Educación Matemática más humana e integral, interesada más allá de lo cognitivo, algorítmico, procedimental y memorístico de la disciplina.

Pues según señala Blanco (1993) los actuales enfoques de enseñanza de la Matemática parten de la premisa de que

El avance en la enseñanza de las Matemáticas no emanaría de una acumulación de conocimientos, sino que básicamente nacería de una nueva disposición para resolver problemas que puedan surgirnos y una mayor facilidad para comunicarnos matemáticamente, tanto en el aspecto individual como en el de relación con la sociedad... Entendiendo que hacer matemáticas en clase debería consistir tareas que permitan: abstraer, aplicar, convencer, clasificar, inferir, organizar, representar, idear, generalizar, comparar, explicar, diseñar y desarrollar modelos, validar, conjeturar, analizar, contar, medir, sintetizar y ordenar, etc. (Blanco, 1993, p.1)

Situación que según dicho autor obliga a pensar en lo diferentes y diversos tipos de ejercicios y problemas que se pueden desarrollar para lograr dichas tareas.

A continuación se incluye la propuesta de clasificación de ejercicios y problemas matemáticos descrita y detallada por Blanco (1993):

- *Ejercicio de reconocimiento*: su objetivo es resolver, reconocer o recordar algún aspecto específico de la Matemática, ya sea alguna definición, una proposición, propiedades matemáticas o algún resultado de algún teorema. Según el autor un ejemplo de ejercicio de este tipo sería considerar la veracidad o falsedad de la proposición $3 + 7 > 2 + 5$ y otro sería considerar que si a es negativo y b es positivo ¿es $\frac{a}{b}$ negativo?
- *Ejercicios algorítmicos o de repetición*: aquellos cuya resolución se logra con un proceso algorítmico (con frecuencia con un algoritmo numérico). Su objetivo es reforzar alguna expresión matemática determinada o potenciar habilidades de cálculo. Señala Blanco que

la capacidad de desarrollar habilidades de pensamiento y estrategias de resolución de problemas de este tipo de ejercicio son muy limitadas. Resolver ecuaciones o encontrar valores numéricos de expresiones algebraicas son ejemplos de este tipo de ejercicios.

- *Problemas de traducción simple o compleja:* son aquellos problemas que se formulan en un contexto concreto y cuya resolución demanda se reformulen o traduzcan términos del lenguaje cotidiano al lenguaje matemático. Básicamente demandan dicha traducción y el planteamiento de relaciones simbólicas o ecuaciones numéricas que deben ser resueltas posteriormente. Con ellos lo que se busca es reforzar la comprensión de contenidos matemáticos (tanto a nivel de conceptos como de habilidades) con las cuales traducir situaciones de la cotidianidad a expresiones matemáticas.
- *Problemas de procesos:* en este tipo la forma en que se deben realizar los cálculos para hallar la solución al problema no es “tan evidente” o fácilmente deducible del enunciado del problema, como ocurre en los problemas de traducción simple o compleja; lo cual da a espacio a tener “muchas vías” para llegar a la solución. Según Blanco este tipo de problema obliga al estudiante pensar sobre el problema en sí y buscar estrategias de solución; lo que a su vez redundará en el desarrollo de estrategias generales de comprensión, planificación y de solución de problemas, así como la puesta en escena de la imaginación y la creatividad de los estudiantes para lograr hallar soluciones.
- *Problemas sobre situaciones reales:* aquellos que plantean actividades lo más cercanas posible a la realidad de los estudiantes y en las que se haga necesario el uso de habilidades, conceptos y procesos matemáticos, permitiendo con ellos construir diagramas, realizar estimaciones, calcular medidas, analizar y sintetizar, al conectar la Matemática con la realidad de los estudiantes. Según Blanco para encontrar soluciones a problemas de este tipo se requiere: crear un modelo matemático de la situación, aplicar técnicas matemáticas a dicho modelo y traducir las soluciones halladas a la realidad para verificar su validez.
- *Problemas de investigación:* aquellos directamente relacionados con conceptos matemáticos muy difíciles y un alto conocimiento matemático; sus proposiciones pueden no contener ninguna estrategia para representarlos y sugieren la búsqueda de modelos para hallar su solución. Ejemplo de ellos son las típicas demostraciones de la Matemática formal.

- *Problemas de puzles*: relacionados con el potencial recreativo de la Matemática y con la posibilidad de contar con varias opciones para llegar a su solución, la cual en ocasiones dependerá más de “ideas ingeniosas” que de procesos matemáticos.
- *Historias matemáticas*: hacen referencias a historias (completas o no) de las cuales pueden desprenderse cuestiones matemáticas que provocan la curiosidad y el involucramiento más profundo del lector para comprender, tales como las escritas por el matemático Lewis Carroll.

Finalmente, Blanco (1993) señala que es importante brindar a los estudiantes todos los contactos posibles con los diferentes tipos de problemas por él descritos, para poder conocer de un modo más pleno y profundo los conocimientos, habilidades y actitudes que ellos poseen.

3.5.1.2 Cálculo Mental

Según Guirles (2004) el cálculo mental es una estrategia didáctica que puede ser utilizada para enseñar a contar y a realizar operaciones, pero que ha perdido su importancia en el currículo a partir de la utilización de calculadoras y computadoras; dicho autor lo considera de suma importancia como actividad cognitiva en el proceso de enseñanza y aprendizaje, pues promueve el desarrollo de la memoria, agilidad y actividad mental.

En su opinión su incentivo e implementación de forma oral permite el desarrollo de habilidades de comunicación, de juego y otras expresiones que activan al estudiante cognitivamente, pues puede utilizarse para explorar diferentes maneras de encontrar soluciones mentalmente, para fomentar el sentido común al manejar números en el contexto de resolución de problemas, para desarrollar la capacidad de pensar en las operaciones y problemas de diferentes maneras, descomponer y recomponer números.

De igual modo, Cortés, Backhoff y Organista (2005) consideran la conexión existente entre el cálculo estimativo y el desarrollo del sentido numérico en los estudiantes como necesaria e importante a la hora de pensar en el desarrollo de habilidades para la resolución de problemas matemáticos de la vida cotidiana.

Al respecto, dichos autores asumen los planteamientos de Sowder (1989) al señalar que

El fortalecimiento del cálculo estimativo permite a los alumnos tener una visión más amplia y una mejor utilización del sistema numérico; esta condición, a su vez, posibilita al estudiante desarrollar procedimientos propios para dar solución a una diversidad de problemas matemáticos con los que se encuentra en la escuela y en la vida (Sowder, 1989, en Cortés, Backhoff y Organista, 2005, p.544).

En su trabajo de investigación para optar al grado de maestría, se dan a la tarea de analizar las diferentes las estrategias de cálculo estimativo utilizadas por un grupo de estudiantes de segundo grado de secundaria de Ensenada en Baja California (México), provenientes de escuelas secundarias generales, técnicas y telesecundarias de zonas urbana y rural.

Según sus planteamientos el desarrollo de las nociones matemáticas es un proceso que se da poco a poco a partir de las diferentes experiencias que se tengan con objetos y situaciones de la vida cotidiana en los diferentes escenarios en que se desenvuelven los individuos, pues dichas experiencias permiten establecer relaciones y comparaciones (de las que se deducen semejanzas y diferencias entre los objetos), así como establecer relaciones de orden y de cantidad, además de hacer clasificaciones.

Lo que demanda que se den espacios en los ámbitos educativos para tener ese tipo de experiencias, pues ello es requisito para el desarrollo de las nociones de cantidad y de número, así como de lo que se conoce como intuición matemática, que es un componente esencial del sentido de número y que según Sowder (1992, en Cortés, Backhoff y Organista, 2005) está asociado con la habilidad de cálculo estimativo.

En consonancia con los planteamientos de Reys et al (1982), Reys (1986) y Flores, Reys y Reys (1990), Cortés, Backhoff y Organista (2005) señalan tres procesos mentales de cálculo estimativo y las correspondientes estrategias asociadas con cada uno de dichos procesos:

- *Reformulación*: en este proceso la idea es que se cambian los datos numéricos originales del problema sin alterar la estructura propia del mismo. Las estrategias relacionadas con este proceso son: dígito a la izquierda, redondeo y números compatibles.

- *Traducción:* en este caso, se modifican tanto la estructura como los datos del problema original. Las estrategias asociadas son: agrupación y números especiales.
- *Compensación:* en este proceso se realizan ajustes numéricos finales a los resultados de los problemas para aproximarlos al resultado exacto. El ajuste final es la estrategia vinculada con este proceso.

Para ilustrar lo señalado, por ejemplo, se pu incluye la tabla siguiente, en la que se muestra la clasificación y análisis realizado por dichos investigadores en uno de los 10 reactivos que tuvieron que contestar los 12 estudiantes con los que se realizó un trabajo más a fondo durante su investigación (la misma ha sido tomada de Cortés, Backhoff y Organista (2005, p.552).

A modo de cierre, debe señalarse que el propiciar espacios donde los estudiantes puedan ejercitarse en el cálculo mental y cálculo estimativo, promueve en los estudiantes un mejor desarrollo del sentido del número, así como un aprendizaje de la Matemática con más sentido y pertinencia en la cotidianidad de los estudiantes, más allá del aprendizaje de una Matemática algorítmica y metódica, carente de sentido.

3.5.2 Estrategias y técnicas didácticas según componente afectivo y de interacción social

Las estrategias didácticas según componente afectivo promueven el desarrollo afectivo de los estudiantes en relación con sus creencias, actitudes y emociones, las cuales, a su vez, están vinculadas con el aprendizaje de la Matemática. Su fin principal es propiciar un acercamiento sin temor hacia la materia, y el fortalecimiento de la autoconfianza y autoconcepto.

También buscan el desarrollo a nivel individual de habilidades sociales de los participantes, entre ellas, las relacionadas con la comunicación, las relaciones interpersonales, el trato con pares, las emociones, el afecto, el liderazgo, la solidaridad, la tolerancia, el respeto, entre otras; un ejemplo de ellas, serían las estrategias que promuevan una sana competitividad para el crecimiento personal y no tanto para subestimar a los otros.

La importancia de implementar estrategias didácticas, que atiendan y afecten las dimensiones sociales y afectivas de los estudiantes, básicamente, radica en el hecho de que

la afectividad de las personas juega un papel muy importante en los procesos pedagógicos y de desarrollo cognitivo, tal y como lo señalan Asensio, Acarín y Romero (2006)

La historia afectiva de cada persona no sólo parece incidir, por otra parte, en las posteriores conductas de relación, sino, asimismo, en el desarrollo de sus múltiples cualidades mentales, incluidas las cognitivas. Al menos eso es lo que creen destacados neurobiólogos para quienes la inteligencia no surge de una exclusiva estimulación de tipo cognitivo, sino que viene acompañada, en todo momento por la imagen que el cerebro tiene del cuerpo cuando interactúa con su entorno, así como de los estados afectivos que de ello se derivan (p.50).

Resulta entonces oportuno que en la clase de Matemática se promuevan procesos de aprendizaje y de enseñanza, donde se apliquen estrategias didácticas que no sólo afecten los componentes cognitivos de los estudiantes, sino también los sociales y afectivos.

De igual modo, Gómez (2000) señala que el tema de las emociones y su incidencia en el aprendizaje de la Matemática ha sido ampliamente estudiado por distintos investigadores, quienes han dejado en evidencia que los afectos de los estudiantes son factores claves para comprender el comportamiento de éxito o fracaso en esta disciplina.

Señala Gómez (2000), a partir de la revisión de los trabajos de distintos investigadores, que los aspectos más destacados y relacionados con las consecuencias de los afectos en el aprendizaje de la Matemática son los siguientes:

- El impacto poderoso que tienen los afectos en cómo los estudiantes aprenden y utilizan las matemáticas. Los afectos establecen el contexto personal dentro del cual funcionan los recursos, las estrategias heurísticas, y el control al trabajar la matemática.
- La influencia en la estructura del autoconcepto como aprendiz de matemáticas.
- Las interacciones que se producen con el sistema cognitivo.
- La estructuración de la realidad social del aula.

- El obstáculo que son para un aprendizaje eficaz. Los estudiantes que tienen creencias rígidas y negativas acerca de la matemática y su aprendizaje, normalmente son aprendices pasivos y, a la hora del aprendizaje, ponen más énfasis en la memoria que en la comprensión.

Lo anterior llama a la reflexión no sólo sobre el papel de los docentes como mediadores pedagógicos en el desarrollo de contenidos matemáticos, sino también, en que éstos deben estar atentos, aún para propiciar ambientes y situaciones de aprendizaje que convoquen a un clima de armonía y confianza, de desarrollo integral para el estudiantado. Mucho de lo cual puede ser atendido mediante la aplicación de estrategias didácticas adecuadas a los contenidos matemáticos, los contextos educativos y las distintas necesidades educativas de los estudiantes. Lo que a su vez demanda que estas estrategias sean utilizadas de acuerdo a sus potencialidades y funcionalidades.

3.5.2.1 Estrategias y dinámicas de comunicación en el aula de Matemática

Muñoz, Andrade y Cisneros (2011) afirman que el acto educativo es en primer lugar y ante todo, un acto comunicativo, en el que las relaciones entre docentes y estudiantes deviene en relaciones entre locutores e interlocutores entre los cuales es posible aprender, a partir del tipo de interacciones que se gesten.

De igual modo, diversos trabajos, como los de Mercer y Edwards (1988), Mercer (1997) y Mercer (2001), señalan la necesidad de utilizar el lenguaje y distintos tipos de intercambios comunicativos para propiciar procesos de enseñanza y aprendizaje más significativos.

Señala por ejemplo Mercer (2001) que debe prestarse más atención al lenguaje y sus funciones en los diferentes ámbitos del quehacer humano. En su opinión, las concepciones psicológicas más tradicionales acerca de lo qué es el lenguaje y su papel, no han reconocido de manera más apropiada, lo que podría ser quizá la función más importante y característica del lenguaje: aquella que le reconoce como *instrumento para pensar colectivamente*, o como bien le llama Mercer (2001), la *función para interpensar*.

Esta situación según este autor, es errática, pues el lenguaje tiene poderes y alcances muchas veces ignorados o subestimados, y su trascendencia no deja de darse, a pesar de que se ignore. Para Mercer (2001)

Mediante el lenguaje no sólo podemos compartir o intercambiar información: también podemos trabajar conjuntamente en ella. No sólo podemos influir en las acciones de otros, sino también alterar sus comprensiones. Hablando con un enseñante podemos aprender; al oír una buena argumentación podemos “cambiar de parecer.”
(Mercer, 2001, p.11)

Este autor insiste en que él y otros colegas, a partir de investigaciones realizadas en Europa e Iberoamérica, han encontrado que ciertas maneras de organizar y conducir el diálogo se pueden asociar de manera confiable con la eficacia en la resolución de problemas en grupo, pues se dan las condiciones y acciones necesarias para que las personas involucradas puedan reconocer, emplear y apreciar estrategias eficaces de manera conjunta y por separado.

Por eso, señala este autor, es que debe realizarse un exhaustivo examen de todas las funciones que tiene el lenguaje, tanto en la vida cotidiana como en las cuestiones académicas, y en general en todo ámbito. En especial debe prestarse atención a la función intelectual del lenguaje, pues

Mediante el examen cuidadoso de la función intelectual del lenguaje en la vida cotidiana, no sólo podremos llegar a una mejor comprensión de su empleo como instrumento para el pensamiento colectivo: también podremos llegar a emplearlo con más eficacia.
(Mercer, 2001, p. 12)

A partir de los anteriores y otros planteamientos de Mercer y Edwards (1988), Mercer (1997) y Mercer (2001), Castro et al. (2012) señalan que en el aula de Matemática pueden aplicarse una serie de estrategias y técnicas de comunicación que permitan llevar a cabo de manera satisfactoria intercambios comunicativos, el consecuente desarrollo de competencias comunicativas en Matemática y por ende, procesos de enseñanza y aprendizaje más eficaces y significativos.

Algunas de estas estrategias comunicativas, señaladas por Castro et al (2012) son las siguientes:

- *Rutina de pregunta y respuesta:* en ella el docente plantea una pregunta y se espera la respuesta inmediata a la misma, lo cual implica que no haya mucho espacio para aportes de peso por parte de los estudiantes.
- *Discusión:* en esta dinámica la idea es que los involucrados puedan poner de manifiesto su acuerdo o desacuerdo con ciertas situaciones y temáticas mediante breves intercambios donde se afirmen o refuten puntos dudosos o polémicos, el fin principal es el contraste de ideas. Para generar o alargar discusiones Castro et al (2012) señalan que el docente puede: Afirmar algo (abierto o provocativamente) que invite a réplicas o desacuerdos, invitar a la elaboración (“¿Podrías explicar más esto?”), admitir la perplejidad cuando ésta, animar a que los estudiantes hagan preguntas y mantener silencio en momentos importantes.
- *Diálogo cooperativo:* caracterizado por repeticiones, confirmaciones y elaboraciones de un conocimiento común, al cual se llega mediante la acumulación de ideas.
- *Diálogo constructivo:* se cuestionan y defienden diferentes situaciones e ideas, además de ofrecerse explicaciones e hipótesis alternativas de las mismas. Básicamente se busca la construcción de conocimiento mediante la confrontación de ideas de manera conjunta y constructiva.
- *Obtención mediante pistas:* el docente busca extraer información de los estudiantes mediante la presentación de “pistas” relacionadas con diferentes temáticas.
- *Narraciones:* ficticias o reales de hechos, eventos, situaciones o cuestiones matemáticas.
- *Reflexiones del docente:* que puedan ser consideradas o emuladas por los estudiantes.
- *Realimentación docente de lo dicho por los estudiantes o de lo dicho por el docente mismo,* con el fin de incorporar al discurso de la clase lo que los estudiantes dicen y así construir significados más generalizados. Según Castro et al (2012) algunas pautas que permiten dicha realimentación serían las siguientes: Confirmación sobre la respuesta de un estudiante, rechazo de las respuestas incorrectas o contribuciones inadecuadas, repetición de cosas dichas por los estudiantes, elaboración o explicación de lo que significa lo dicho por un estudiante, reformulación de lo dicho por un estudiante, para que encaje mejor con lo que el profesor desea tratar e ignorar las respuestas incorrectas.

- *Descripción de experiencias compartidas:* por medio de conversaciones y actividades en conjunto de los estudiantes. Ello se logra, según Castro et al (2012) con técnicas como: Uso de frases del tipo “nosotros” para intentar la representación una experiencia pasada como relevante para alguna actividad del presente; el uso de recapitulaciones literales de lo que se ha hecho en lecciones anteriores y el uso de recapitulaciones reestructurativas de un pasado no común a todos con el fin de encajar mejor los hechos dentro del marco educativo.

Es importante recordar que las estrategias, técnicas y actividades reseñadas han sido consideradas desde los trabajos de autores cuyos planteamientos y enfoque de los procesos de enseñanza y aprendizaje provienen del socioconstructivismo.

También Clare Lee (2010) insiste en la necesidad de implementar estrategias didácticas con las cuales se puedan convertir las aulas de Matemática en comunidades de discurso matemático.

Como parte de su tesis doctoral, esta autora desarrolló una investigación sobre cómo pueden proceder los docentes de Matemática en sus clases para fomentar la habilidad de sus estudiantes para utilizar el lenguaje matemático, de modo que puedan aprender eficazmente esta disciplina. Es decir, en su trabajo de investigación doctoral se dio a la tarea de informar acerca de cómo transformar las clases de Matemática en comunidades de discurso matemático, al tiempo que explica cómo apoyar a los docentes para que se dé una transición de estilos de enseñanza más tradicionales a otros estilos más inclusivos y participativos.

Pues desde los planteamientos de esta autora, al aumentar el discurso de los estudiantes en la clase de Matemática se aumenta el potencial de éstos para aprender la disciplina y la posibilidad de los docentes de ayudar en este proceso, porque cuando los estudiantes aumentan su discurso y participación en las clases, el significado de las palabras y de los conceptos puede ser debatido, ampliado, comprendido y adquirido con mayor propiedad y, de esta forma, docentes y estudiantes deciden sobre los mejores métodos, prácticas y estrategias para avanzar y promover el aprendizaje.

Para que lo anterior pueda suceder, recalca Lee (2010) es necesario que los estudiantes puedan hablar de las concepciones e ideas que posee sobre diferentes conceptos

matemáticos, también que tengan oportunidad para intercambiar puntos de vista sobre su significado tanto con el docente como con otros estudiantes, que hayan espacios donde se pueda discutir conceptos y estrategias, y de igual modo, que se propicien espacios y ambientes de aprendizaje de armonía y confianza, donde también puedan sentirse cómodos y familiarizados con el vocabulario matemático.

Así que, será el docente de Matemática quien decida cómo proceder en las clases y cuáles estrategias implementar para propiciar esos acercamientos y procesos de aprendizaje. Será también el docente el que inicia y participa del discurso al tiempo que dirige un proceso de capacitación de los estudiantes para que sean ellos quienes continúen esa discursividad. Esta capacitación dada a los estudiantes por el docente, deberá permitir la adquisición de un vocabulario concreto, medios de expresión y frases propias de la disciplina matemática, para que se hagan posibles las explicaciones de los conceptos matemáticos por parte de los estudiantes.

Castro e al (2012) señalan algunas de las estrategias, técnicas y actividades que Lee (2010) propone implementar a los docentes de Matemática en sus clases:

- Organizar el aula de tal forma que los estudiantes puedan hablar, verse y escucharse unos a otros, sin levantar la voz demasiado.
- Desarrollar los trabajos en equipo más como diálogo y conversación que como una competencia.
- Incluir hasta dónde sea posible, a todos los estudiantes en el discurso, promover la actitud adecuada, hacer preguntas y desarrollar actividades en las cuales todos los estudiantes consideren que merecen su reflexión y participación; donde tengan la oportunidad de participar todos, o en su defecto la gran mayoría.
- Invitar a los estudiantes a exponer hasta dónde alcance o llega la comprensión que tienen de un concepto matemático, para que sean conscientes de su conocimiento y puedan desarrollarlo y reorganizarlo.
- Permitir a los estudiantes expresar sus propias ideas. Además de escuchar, reflexionar, debatir y dialogar sobre los conceptos expresados por otros.

- Señalar a los estudiantes el hecho de que, no ocurre nada si dan respuestas equivocadas, pues éstas más bien ponen de manifiesto lo que los estudiantes realmente necesitan saber.
- Asegurarse de que durante las clases se eviten comentarios inapropiados, del docente y de otros estudiantes, mientras los estudiantes expresan sus ideas.
- Dar tiempo a los estudiantes para que tengan la oportunidad de pensar en la respuesta a las preguntas planteadas, y cerciorarse de que dicho tiempo no sea excesivo ni que sea desperdiciado.
- Crear un contexto de lenguaje matemático, para llevar a los estudiantes a pensar “¿cómo se puede expresar esta idea para que sea más clara?”, lo cual demanda que se eliminen ideas confusas y se acceda a la exactitud del lenguaje matemático.
- Permitir que los estudiantes se corrijan entre sí su redacción matemática.
- Pedir a los estudiantes que “inventen” nombres a conceptos matemáticos, con el fin de llegar a conclusiones donde se utilicen nombres o conceptos ya establecidos en la cultura sistematizada.
- Crear conexiones entre los diferentes contenidos de distintas ramas de la Matemática.
- Permitir a los estudiantes el trabajo en grupos (de tres a cuatro estudiantes), con el debido establecimiento de reglas que propicien el aprovechamiento de esta estrategia.
- Pedir a los estudiantes que toman apuntes sólo cuando sea necesario.
- Dar más peso a la evaluación formativa que a la evaluación sumativa, para guiar los objetivos de aquello que los estudiantes deban aprender y de cómo hacerlo.
- Hacer que el nivel de desafío en el trabajo pedido a los estudiantes sea lo más alto posible, pero sin que esto les haga perder la esperanza de ser capaces de aprender.
- Promover la labor del docente como la de alguien que es recurso para apoyar el proceso de aprendizaje de los estudiantes, y no como el único que sabe lo correcto. Esto, en alguna medida, hace responsable al estudiante de su aprendizaje.
- Permitir el apoyo mutuo de los estudiantes para aprender conceptos matemáticos.

- Establecer los objetivos de aprendizaje de cada lección, para que los estudiantes tengan claro qué y cómo han de aprender.
- Trabajar con la Teoría Incremental del Aprendizaje, la cual pone énfasis en enseñar desde el punto de vista del aprendizaje progresivo, el cual plantea que “todo el mundo puede mejorar con perseverancia, ayuda y apoyo”.
- Desarrollar una serie de prácticas para capacitar a los estudiantes a desarrollar su habilidad para expresar sus pensamientos matemáticos.

El aporte principal del trabajo de Lee (2010) radica en la exhortación que hace a los docentes de Matemática para que puedan prestar atención a todos los intercambios comunicativos que se gestan en sus clases, a la forma en que se utiliza el lenguaje y el papel que se asigna a los estudiantes.

3.5.2.2 *Trabajos en grupos*

Según Castro et al (2012) otra de las dinámicas utilizadas por los docentes y que puede ser útil para en el aula de Matemática es el *trabajo en grupo*.

Para que esta dinámica resulte exitosa se requiere que:

- El docente tenga bien definido los objetivos y aprendizajes que pretende alcanzar con esta forma de trabajo.
- Los estudiantes deben compartir las mismas ideas acerca de lo importante que es el trabajo en grupo y las metas que se quieran alcanzar mientras se trabaja de este modo.

Las anteriores condiciones son necesarias para lograr consenso en cuanto a las prioridades y objetivos del trabajo y no perder de vista el bienestar del grupo y el desarrollo de los contenidos matemáticos.

Según Castro et al (2012) al docente también le resulta beneficioso promover, en el trabajo en grupo, intercambios comunicativos entre los estudiantes para que pueda darse la búsqueda de soluciones a problemas intelectuales y progresar en la comprensión de distintos temas y contenidos.

Para que dicha situación se desarrolle apropiadamente, Castro et al (2012) señalan que dentro de los grupos de trabajo deben darse las siguientes características:

- En el trabajo de los grupos, los miembros de éstos deben presentar las ideas de la manera más clara y explícita, de tal forma que todos los involucrados puedan escucharlas, compartirlas, comprenderlas y evaluarlas conjuntamente.
- En los grupos, los miembros del grupo deben razonar de manera conjunta, los problemas son analizados por todos, se comparan las posibles explicaciones y se toman las decisiones al respecto con la participación de todos.

Castro et al (2012) plantean que para que los intercambios comunicativos sean exitosos y propicien el avance del trabajo en grupo se requieren las siguientes condiciones favorables:

- Todos los miembros del grupo tienen que hablar y participar en todas las conversaciones que se gesten, para realizar la tarea, y por tanto la conversación no es un asunto de dos o tres personas o el resultado de una situación eventual.
- La actividad dentro de los grupos de trabajo deberían de diseñarse para promover la cooperación, la solidaridad y el compañerismo y no la competencia, entre los miembros del grupo.
- Los participantes en los grupos deben comprender a cabalidad y de forma compartida la clave y el propósito de todas las actividades propuestas por el docente.
- Las reglas básicas de las actividades a desarrollar en los grupos deberían promover un intercambio libre de las ideas, en un ambiente de confianza, y una participación activa y propositiva de todos los miembros del grupo.
- Cuando sea posible, resulta beneficioso el hecho de que los estudiantes integrados en los grupos tengan una relación cordial y de amistad previamente establecida entre ellos.

Asimismo, Barrera, (1999, p.22) coincide en que para el trabajo en grupos sea exitoso se deben acatar las siguientes reglas:

- Crear una atmósfera relajada, un clima agradable de trabajo, propiciar la libre expresión y el intercambio de opiniones, criterios y experiencias de los miembros.
- El objetivo de trabajo es conocido, comprendido y aceptado por todos los miembros, así como la distribución de tareas.

- Las aportaciones son tratadas con respeto, los miembros aprenderán a escuchar a los demás sin interrumpir al compañero, todas las opiniones se discutirán sin omitir ninguna.
- Preguntar cuando se estime necesario, no temer a formular cuestionamientos.
- Las decisiones se adoptan comunitariamente, por consenso.

Según Barkley, Cross y Major (2007) el trabajo en grupos puede darse en tres tipos de grupos: informal, formal o básico. El tipo de grupo a utilizar dependerá de la tarea, el objetivo, la actividad y la cantidad de tiempo de trabajo con la que se cuente.

Las autoras denominan grupo *informal* de trabajo al que se establece de manera rápida, fortuita y al azar, con el propósito de que los miembros del grupo trabajan durante cortos períodos de tiempo. Sirve para responder a preguntas específicas, generar ideas o participar en breves actividades dispuestas dentro de sesiones de trabajo más extensas.

El grupo *formal* de trabajo es el que se constituye con el fin alcanzar objetivos de trabajo más complejos y elaborados, los miembros del grupo deben permanecer juntos y trabajar de ese modo durante varias sesiones o periodos de tiempo más prolongados.

Por último, llaman grupo *básico* de trabajo a aquel que permanece junto durante todo un trimestre, un semestre o un ciclo completo; el fin de éste es emular una comunidad de aprendices, que trabaja en distintas áreas para lograr objetivos propios de un curso o una asignatura, además de darse el apoyo mutuo entre los miembros del grupo.

El tamaño de los grupos, señalan Barkley, Cross y Major (2007), dependerá de varios factores, entre ellos: el tipo de grupo que se desee conformar, los objetivos a alcanzar, las actividades a desarrollar, la duración de las tareas con las que se debe cumplir y características de los estudiantes, entre otras. El tamaño puede variar de 2 y 6 miembros.

Lo importante según estas autoras es que “el grupo sea lo bastante pequeño para que los estudiantes puedan participar plenamente y fomentar su mutua confianza pero, al mismo tiempo, lo bastante amplio para que haya suficiente diversidad y los recursos necesarios para realizar la tarea de aprendizaje” (p.47).

3.5.2.3 *Anécdotas, curiosidades, historietas y humor*

Martínez (2007) señala la necesidad de considerar tanto aspectos cognitivos como afectivos y contextuales, en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática. En su opinión, en el aprendizaje de esta disciplina, se conjugan aspectos intelectuales con emocionales, estos últimos considerados impulsores clave de la actividad matemática.

Elementos como: los contenidos que se vayan a desarrollar en el aula, las decisiones a tomar, los objetivos que se deseen alcanzar, las capacidades y competencias que se quieran desarrollar, así como la selección y organización de las actividades de enseñanza-aprendizaje-evaluación de la Matemática, las actuaciones en el aula y el contexto, entre otros, están ligados con el afecto, según señala el autor.

De ahí que se deba considerar durante la práctica docente y el desarrollo de la teoría de la Educación Matemática, las repercusiones que puedan tener factores tales como las creencias, los sentimientos, las emociones o las actitudes hacia la Matemática en el éxito o en el fracaso de los estudiantes o de sus docentes durante el desarrollo de los procesos de enseñanza, aprendizaje o evaluación de los conocimientos matemáticos.

Asimismo Groenwald y Martínez-Padrón (2007) han trabajado acerca de la caracterización y la aplicación de los juegos didácticos y de las curiosidades en el currículo de la Matemática, y señala la importancia de la valoración y la comunicación de los conocimientos matemáticos mediante el uso de dichas estrategias didácticas.

Según ambos autores las formas tradicionales de enseñar Matemática han cambiado, entre otras razones, porque se han aplicado métodos, técnicas, medios y recursos que hacen uso de actividades lúdicas, las cuales

Son capaces de crear ambientes gratificantes, motivadores y atrayentes que sirven como estímulo para el desarrollo integral de los educandos. También, incentivan el gusto por aprender y despiertan el interés del estudiante implicado en el proceso de enseñanza-aprendizaje-evaluación de la Matemática debido a que apuntan hacia el cambio de la rutina del aula clase que, aún, suele caracterizarse por hacer ejercicios repetitivos (Martínez Padrón,

1997, 1999, en Groenwald y Martínez-Padrón, 2007, p. 3).

Lo cual afecta de manera positiva los procesos de Educación Matemática, pues como señalan estos mismos autores, existe evidencia de que el uso de actividades lúdicas y curiosidades en las clases de Matemática, permite combinar el placer con el trabajo, lo cual a su vez, redundando en la formación de actitudes favorables hacia la materia, el desarrollo de la inteligencia y de capacidades mentales (tales como la deducción, la inducción, estrategias y pensamientos creativos) y el fortalecimiento de las relaciones sociales que se dan en el aula; además de que, también existe la posibilidad de explotar aspectos matemáticos específicos subyacentes de ciertas curiosidades matemáticas, lo cual pasaría a ser una útil herramienta para desarrollar, reforzar y aprender contenidos matemáticos de tipo conceptuales, procedimentales y actitudinales (Groenwald y Martínez-Padrón, 2007, p. 4).

Por otro lado, los trabajos de Flores (2003) y de Dri y Flores (2008) señalan el valor del humor (expresado por medio de chistes, anécdotas, historietas, curiosidades, entre otras) como recurso didáctico en la enseñanza de la Matemática, dadas las funciones intelectuales y afectivas atribuidas al mismo, que según dichos autores es un elemento muy presente en las experiencias de la vida cotidiana y un tanto extraño en las clases de Matemática.

Según el trabajo de ambos autores, el uso de cuestiones relacionadas con el humor en las clases de Matemática, favorece el establecimiento de un clima de clase más cálido y oportuno para que se den los aprendizajes requeridos, sin que se tenga que incurrir en el establecimiento de ambientes desordenados o poco serios.

En torno a la función afectiva de este elemento, Flores (2003) señala que el humor permite que las personas involucradas en situaciones donde se haga uso de él, tiendan a relajar sus defensas y abrirse a vivir experiencias compartidas (lo que a su vez permite que se rompa con sentidos de soledad), el humor también permite a las personas a que puedan liberar energía y reemplazar la ansiedad mantenida durante largos periodos de tiempo.

Asimismo favorece la comunicación que se da en el aula, al aperturar espacios para que se genere un clima de confianza,

Confianza en que se va a utilizar un lenguaje común, en que van a prevalecer las intenciones comunicadoras sobre las distanciadoras,

y que no se va a hacer uso de las diferencias para herir, como sienten los alumnos algunas veces. El humor puede contribuir a crear esta confianza. (Flores, 2003, p. 54)

Ahora, en relación a la función intelectual del humor, Paul Watzlawick (1980, en Flores, 2003) señala que,

Precisamente porque el golpe de ingenio, el chiste, se alza soberanamente por encima del sentido y de la lógica de una determinada concepción del mundo, sacude el orden de cualquier mundo y puede por ende convertirse en un instrumento del cambio. (p. 37)

Lo que en opinión de Flores (2003) significa que el humor propicia los espacios necesarios para que el estudiantado pueda cambiar sus percepciones sobre el aprendizaje al dar la posibilidad de contemplar el mundo con otros ojos.

Asimismo Dri y Flores (2008) señalan los resultados de su experiencia en el empleo de este elemento como recurso didáctico en el aprendizaje de las fracciones, en una clase con estudiantes de 11 a 13 años de una escuela municipal de Buenos Aires en Argentina. Durante la cual, la docente a cargo de la clase solicitó a sus estudiantes que elaboraran chistes gráficos relacionados con el tema de los números racionales expresados en notación fraccionaria. El trabajo de los investigadores presenta la producción de los estudiantes y su respectivo análisis.

Señalan ambos autores que la idea surge durante “la búsqueda de ideas motivadoras y estimulantes, en el marco de otra propuesta mayor que, involucrando diversas tareas adaptadas de otras asignaturas y ya probadas en años anteriores, tenía como meta final aprender Matemática mirándola con otros ojos, de manera positiva, sin temor y con placer”. (Dri y Flores, 2008, p.2)

Entre los resultados de este trabajo se señala el interés despertado en los estudiantes al involucrarse en las actividades planeadas; también la amplia presencia de recursos humorísticos y matemáticos en los chistes elaborados por los estudiantes, caracterizados también por ser creativos; se evidencia, asimismo, el dominio que tienen los estudiantes del

lenguaje matemático; y se dan insumos suficiente para repensar la forma en que se abordan diferentes elementos relacionados con las fracciones. En términos generales, los autores reafirman el valor educativo de este tipo de iniciativas.

3.6 A modo de cierre

En este capítulo se han establecido los conceptos y construcciones teóricas necesarias para encuadrar la investigación en un marco referencial determinado, a modo de cierre del capítulo sólo resta recordar lo siguiente:

- Toda estrategia, técnica o actividad didáctica debería de contar con algún tipo de sustentación teórica y metodológica, y no ser el resultado de meras improvisaciones.
- Todo docente debe ser consciente de que las estrategias, técnicas y actividades didácticas que se implementen en una clase son instrumentos no fines en sí mismas. Su efectividad, valor y funcionalidad dependerán de sí están en consonancia con los objetivos que se quieran alcanzar en la clase, con los contenidos matemáticos que se vayan a desarrollar, con las características y comportamientos propios de los grupos de estudiantes con los cuales se trabajará, y muy importante aún, con la forma y habilidad que tenga el docente para gestionarlas.
- El docente como guía y mediador de los procesos de enseñanza y aprendizaje debe ser consciente de las reglas y normas que son necesarias de establecer, para que la implementación de cualquier estrategia didáctica tengan sentido y resulte de utilidad, tanto para él como para los estudiantes. Deberá por tanto, darlas a conocer a sus estudiantes, para contar con su colaboración, apoyo y acatamiento a éstas.

A continuación, en el próximo capítulo, se presenta el marco metodológico que respalda a la presente investigación.

IV. PROCEDIMIENTO METODOLÓGICO

4. Procedimiento Metodológico.
 - 4.1 Tipo de Investigación.
 - 4.2 Descripción y sustento del método utilizado.
 - 4.3 Descripción y sustento de las técnicas utilizadas.
 - 4.4 Población a la que va dirigida la investigación y selección de la muestra o participantes.
 - 4.5 Descripción del procedimiento seguido para recolectar y analizar los datos.
 - 4.6 Forma de análisis de la información.

4. Procedimiento Metodológico

En este capítulo se describe el marco metodológico de la investigación. En el mismo se incluye, tanto el tipo de investigación, la descripción del método y las técnicas de recolección de la información utilizadas, así como la descripción de la población con la que se trabajó y los procedimientos utilizados para analizar la información.

4.1 Tipo de investigación

La presente investigación se concibe como investigación mixta, con elementos de investigación aplicada. Debido a la naturaleza del fenómeno a investigar, las estrategias y técnicas didácticas desde una conceptualización teórica y las implementadas durante el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática. El hecho de utilizar una metodología mixta, con un fuerte componente del elemento cualitativo permitirá analizar las estrategias didácticas en las clases de Matemática. En el entendido de que se considera metodología cualitativa aquella que “produce datos descriptivos: las propias palabras de las personas, habladas o escritas, y la conducta observable” (Quecedo y Castaño, 2003, p.7).

Lo anterior con el fin de profundizar en el análisis de los datos recabados y en la valoración e interpretación que tienen sobre esta temática las personas involucradas con el fenómeno de estudio. Pues como señala Quecedo y Castaño (2003) en la investigación cualitativa se “proporcionan datos descriptivos relativos a los significados que atribuyen los participantes a los acontecimientos, procesos y conductas. Cómo definen su realidad y con base en qué constructos organizan su mundo” (p.19).

4.2 Descripción y sustento del método utilizado

Este abordaje mixto en la investigación permite desde la formación de docentes un acercamiento de investigación-acción y el presente trabajo es del tipo investigación acción, en función de que los docentes involucrados la han utilizado para estudiar diversos elementos y situaciones de la clase y como forma de indagación autorreflexiva,

permite a quienes participan en ella, la comprensión y mejora de situaciones, en este caso, la práctica de aula. Tal y como afirma Elliot (1993, en Latorre, 2005)

La reflexión sobre la práctica revela la teoría inherente a la misma y permite teorizar sobre la práctica. Esta idea supone un cambio crucial: el profesorado puede investigar sus propuestas educativas y construir valiosas teorías de su práctica. (p.14)

Al respecto, Boggino y Rosekrans (2004) y Sandín (2003), también mencionan que la investigación-acción constituye un proceso de indagación y análisis que parte de problemas cotidianos del aula y desde la visión de quienes lo viven, se procede a la reflexión y acción sobre los mismos. Este tipo de investigación promueve la transformación en el espacio de intervención e investigación.

Además, es una forma de hacer investigación considerada como una práctica sistemática para construir conocimientos y formas de conocer. El mismo es realizado por las personas involucradas en el problema a investigar. Propiamente en contextos educativos es desarrollado por educadores que desean profundizar o resolver problemas que se les presenten en la cotidianidad del aula (Chaves, 2007).

Dicho acercamiento da bastante flexibilidad a la hora encontrarse con el fenómeno estudiado, en función de que no se parte de presupuestos establecidos, por lo que en este caso, propiamente, será un proceso investigativo que se construirá por etapas, siendo éstas dependientes de los hallazgos evidenciados. Al respecto, Bisquera (s.f.) señala que

Se trata de un proceso planificado de acción, observación, reflexión y evaluación, de carácter cíclico, conducido y negociado por los agentes implicados, con el propósito de intervenir en su práctica educativa para mejorarla, o modificarla hacia la innovación educativa. Se denomina “espiral autorreflexiva” a ciclos sucesivos de planificación, acción,

observación y reflexión...La planificación del proceso ha de ser lo suficientemente flexible para poderlo modificar cuando aparezcan elementos relevantes no previstos. (p.279)

En cuanto al alcance investigativo del presente trabajo, éste podrían denominarse descriptivo sin excluir lo exploratorio, ya que la temática tratada, ha sido poco estudiada o tratada de manera indirecta. Lo cual concuerda con lo planteado por Hernández, Fernández y Baptista (2010) al señalar que los estudios exploratorios son aquellos que se realizan

Quando el objetivo es examinar un tema o problema de investigación poco estudiado, del cual se tienen muchas dudas o no se ha abordado antes. Es decir, cuando la revisión de la literatura reveló que tan sólo hay guías no investigadas e ideas vagamente relacionadas con el problema de estudio, o bien, si deseamos indagar sobre temas y áreas desde nuevas perspectivas (p. 79).

En relación al alcance descriptivo, de igual manera, Hernández; Fernández y Baptista (2010) señala que, los estudios descriptivos

Buscan especificar las propiedades, las características y los perfiles de personas, grupos, comunidades, procesos, objetos o cualquier otro fenómeno que se someta a un análisis. Es decir, únicamente pretenden medir o recoger información de manera independiente o conjunta sobre los conceptos o variables a las que se refieren, esto es, su objetivo no es indicar cómo se relacionan éstas (p. 80).

Lo que en el caso particular de la presente investigación se traduce a que se busca describir las estrategias y técnicas didácticas que pueden ser utilizadas en las clases de Matemática.

4.3 Descripción y sustento de las técnicas utilizadas

Para la recolección de los datos se utilizan técnicas de la investigación cualitativa, tales como el grupo focal y la observación no participante. Por otro lado, el cuestionario semi estructurado para las entrevistas a estudiantes y docentes. Además, el análisis documental se utiliza para el análisis del Programa de Estudio de Matemática.

A continuación se realiza una breve descripción de las técnicas de recolección de datos que se serán implementadas.

4.3.1 Análisis de Documentos

El Programa de Estudios de Matemática del MEP, es la guía que organiza los contenidos y objetivos que debe seguir el docente en su trabajo de enseñanza de la matemática en la educación secundaria, tiene un carácter de atención obligatoria a pesar de no darse supervisión. El análisis consiste en seleccionar las categorías del currículo prescrito que relacionan las estrategias didácticas.

Así como lo menciona Hernández, Fernández y Baptista (2010) una fuente valiosa de datos cualitativos son los documentos, ya que pueden ayudar a entender el fenómeno que se desea estudiar al permitirle al investigador “conocer los antecedentes de un ambiente, las experiencias, vivencias o situaciones y su funcionamiento cotidiano” (p.433).

Se toman evidencias textuales del Programa de Estudios para confrontar con los resultados obtenidos por otras fuentes de información y así interpretar la utilización de las estrategias didácticas.

4.3.2 Observación No Participante

Respecto a las observaciones no participantes o pasivas, Chávez (2000) señala que la observación no participante es aquella en la que el investigador es ajeno al grupo, solicita autorización para permanecer en él, y observar los hechos que requiere.

Para dicho autor, la misma posee ciertas características, algunas importantes de señalar son:

- En ella el investigador tiene un plan referente a qué debe observar y por lo tanto qué tipos de datos deben ser recolectados.
- La incorporación del investigador a la vida del grupo involucrado en el hecho no es indispensable.
- Permite poner a prueba más adecuadamente hipótesis referente al problema de investigación.

Se decide trabajar con esta técnica de recolección de datos pues la misma permite: la exploración, la descripción y el acceso a la comprensión de las estrategias y técnicas didácticas presentes en las clases de Matemática. En su mayoría fueron filmadas sesiones de aplicaciones de estrategias y los grupos de discusión, método que permitió la confrontación de las visiones de las investigadoras. Para el análisis de los vídeos, se decide en primera instancia analizarlos de forma separada, para luego de tener categorías de análisis y confrontar los hallazgos relevantes.

4.3.3 Entrevista

En lo que concierne a la entrevista como estrategia de recolección de datos, se dice que ésta es un “proceso en el que intervienen dos o más personas, a través de un medio generalmente oral, en el que se distinguen roles asimétricos: entrevistador-entrevistado” (Delgado y Gutiérrez, 1999, p. 241).

En palabras de Bingham y Moore (1973, en Delgado y Gutiérrez, 1999) la entrevista es una conversación con propósito. En lo que concuerdan Taylor y Bogdan (1986, en Quecedo y Castaño, 2003) al definirla como “reiterados encuentros cara a cara entre el investigador y los informantes, encuentros dirigidos a la comprensión de las perspectivas que tienen los informantes de sus experiencias o situaciones, tal como las expresan con sus propias palabras” (p.23).

En cuanto a las características que tienen las entrevistas King y Horrocks (2009, en Hernández, Fernández y Baptista, 2010) señalan tres que la distinguen de los cuestionarios: intimidad, flexibilidad y apertura.

De ahí que, según Janesick (1998, en Hernández, Fernández y Baptista, 2010), con la entrevista se busca lograr una comunicación y la construcción conjunta de significados en relación con un tema en específico. Lo cual, en parte, coincide con lo planteado por Ávila (1989, en Delgado y Gutiérrez, 1999) cuando señala que los objetivos de la entrevista deben ser los siguientes:

- La recogida de información acerca del sujeto o sujetos entrevistados.
- El establecimiento de un rapport positivo, que facilite la recogida de información y la colaboración con las intervenciones posteriores.
- La inclusión de un cierre del proceso o devolución.

Existen diferentes clasificaciones de las entrevistas, una de ellas, la planteada por Grinell y Unrau (2007, Hernández, Fernández y Baptista, 2010), quien habla de la categorización de éstas en estructuradas, semiestructuradas o no estructuradas, o abiertas.

Para efectos de este estudio se utilizará entrevista semiestructurada (con preguntas abiertas y cerradas), definiéndose la misma como aquellas donde “el entrevistador realiza su labor con base a una guía de preguntas específicas y se sujeta exclusivamente a ésta [el instrumento prescribe qué cuestiones se preguntarán y en qué orden]” (Hernández, Fernández y Baptista, 2010, p. 418).

4.3.4 Grupos Focales

Esta técnica permite desarrollar discusiones, proporcionando una gama de respuestas, que se pueden obtener de opiniones variadas o representativas de colectividades diferentes (Cohen y Manion, 2002); asimismo, permite el acceso a datos que de otra manera podrían ser de difícil obtención (Mayan, 2001), pues como señala Gurdian-

Fernández (2010) es recomendable el uso de esta técnica ya que es una técnica estimulante y provocativa, pues los seres humanos somos por instinto sociales, salvo algunas excepciones, además el sentirnos acuerpados-apoyados por un grupo facilita nuestra expresividad espontánea, las y los sujetos se sienten más a gusto en este tipo de interacción grupal empática que en las entrevistas individuales.

En el caso de este estudio esta técnica permitirá conocer las percepciones acerca de las estrategias didácticas y sus aplicaciones. Asimismo, consensuar valoraciones de los sujetos participantes de la investigación en cuanto a las estrategias adecuadas para lograr aprendizajes en Matemática.

4.4 Población a la que va dirigida la investigación y selección de la muestra o participantes

La investigación se desarrollará con grupos de estudiantes de secundaria, estudiantes de la carrera de Enseñanza de la Matemática (estudiantes avanzados de la carrera), docentes en servicio en colegios públicos y privados, docentes universitarios y asesores nacionales de Matemática del Ministerio de Educación Pública.

Todos los sujetos han sido seleccionados por conveniencia, debido a que los sujetos son accesibles y cuentan con el conocimiento de lo que se desea investigar, dadas las particularidades de la investigación. Los mismos tienen grados académicos de maestría, licenciatura, bachillerato, profesorado y certificados intermedios en la carrera de Enseñanza de la Matemática (o áreas afines en el caso de las maestrías), asimismo hay estudiantes de secundaria participando de la investigación. A continuación se detallan los sujetos informantes y participantes en el estudio:

- Estudiantes de secundaria del Liceo de Escazú, Colegio Madre del Divino Pastor, Liceo José Joaquín Vargas Calvo.
- Estudiantes de la carrera de Enseñanza de la Matemática en la UCR: Experiencia Docente en el año 2014, Estudiantes de Experiencia Docente y de Currículum en Matemática en el año 2015. Los estudiantes mediante el consentimiento informado

deciden participar en la investigación como entrevistados, observados, participantes de un grupo focal o de un taller.

- Docentes provenientes de diversos colegios públicos, pertenecientes a un grupo de capacitación en Didáctica de la Matemática y educación permanente , bajo un convenio de colaboración MEP-UCR (donde el MEP es el responsable de convocar a las sesiones de trabajo, mediante comunicados y permisos y la Facultad de Educación de la UCR colabora con la preparación las capacitaciones). Se conforma un grupo de trabajo con docentes del MEP, para la discusión y el planeamiento de actividades en la clase de Matemática. Se definen temas, niveles y objetivos que se trabajan mediante el Análisis Didáctico y durante sesiones de trabajo en equipo se toman decisiones en cuanto a las actividades y estrategias que permitan enseñar ciertos contenidos del programa del MEP. Se programan fechas de exposiciones con el fin de contar las experiencias al aplicar las actividades innovadoras en sus correspondientes grupos con estudiantes de secundaria.
- Estudiantes avanzados de la carrera que fungieron como docentes facilitadores en el Proyecto Habilidades para la vida (de la Vicerrectoría de Acción Social de la Universidad de Costa Rica, VAS-UCR), en el cual se da el desarrollo de estrategias didácticas colegios de Nicoya y Sarapiquí. Estos docentes facilitadores tendrán la oportunidad de planificar en conjunto clases de Matemática, aplicar mediante estrategias didácticas principalmente la Resolución de Problemas y actividades motivacionales que conduzcan al logro de habilidades cuantitativas.

4.5 Descripción del procedimiento para recolectar y analizar los datos

La presente investigación consta de tres etapas:

Etapa I: En ella se exploran los resultados de investigaciones científicas existentes relacionados con las estrategias didácticas y se lleva a cabo un análisis de los Programas de Estudio de Matemática vigentes, del currículo oficial en el contexto educativo costarricense. Además de hacer sondeos exploratorios sobre el conocimiento que tienen acerca de la temática en cuestión algunos docentes de Matemática en

ejercicio y algunos estudiantes de la carrera de Enseñanza de la Matemática de la Universidad de Costa Rica, mediante la aplicación de cuestionarios y la realización de observaciones no participantes en aulas de secundaria.

Etapa II: Se implementan estrategias didácticas, por parte tanto de docentes en ejercicio como de estudiantes de Enseñanza de la Matemática en su periodo de experiencia docente. Así como por el equipo de investigadoras. Se realiza un taller sobre prácticas efectivas para enseñar Matemática, se aplica un cuestionario a estudiantes de la carrera de Enseñanza de la Matemática y se realizan varios grupos focales con diversos sujetos de la investigación, así como observaciones no participantes a docentes en secundaria, a estudiantes de Enseñanza de la Matemática y otros docentes en un grupo de formación continua.

Etapa III: En ella se lleva a cabo tanto la valoración de las experiencias, como el análisis, síntesis y sistematización de todos los datos recolectados y hallazgos encontrados.

Es importante señalar que debido al diseño y naturaleza de la investigación, cada una de las etapas no se ha desarrollado de forma lineal, sino que se ha avanzado en cada una de ellas en forma simultánea o yuxtapuesta.

En la siguiente tabla se presentan los sujetos participantes en la investigación, las técnicas de recolección de la información implementadas con éstos, una breve descripción de lo que se hizo con dichas técnicas, las categorías de análisis que se utilizarán en el análisis de los datos recolectados y los principales hallazgos con cada técnica efectuada.

Tabla 4.1 Descripción del procedimiento de recolección de datos

Sujetos participantes	Técnica de recolección de información	¿Qué se hizo?	Categorías de Análisis	Hallazgos Predominantes
Estudiantes de Experiencia Docente de la carrera de Enseñanza de la Matemática de la UCR, en el 2014. (EEP)	Entrevista (Cuestionario en Anexo 1)	Se aplica un cuestionario a 16 estudiantes de experiencia docentes, con el fin de conocer algunos de sus datos personales, aspectos relacionados con estrategias didácticas y su aplicación y otros aspectos relacionados con sus expectativas sobre la profesión de docente.	Elementos vinculados con la aplicación de estrategias didácticas en la clase de Matemática.	El grado de conocimiento de las estrategias y técnicas didácticas. Estrategias y técnicas didácticas utilizadas en la clase de Matemática.
Estudiantes de Experiencia Docente de la carrera de Enseñanza de la Matemática de la UCR, 2014. (EEM)	Grupo Focal	Se realiza un grupo focal con 16 estudiantes de experiencia docente y su profesora, con el fin de profundizar en conocer lo que saben y aplican en relación a las estrategias didácticas.	Elementos vinculados con la aplicación de estrategias didácticas en la clase de Matemática.	El grado de conocimiento de las estrategias y técnicas didácticas. Estrategias y técnicas didácticas utilizadas en la clase de Matemática.
Docentes de Matemática del Liceo de Escazú y del Liceo José Joaquín Vargas	Observaciones no participantes (Observaciones Piloto)	Se realizan observaciones no participantes a dos docentes de secundaria, una de séptimo año y otra de octavo.	Elementos vinculados con la aplicación de estrategias didácticas en la clase de Matemática.	El grado de conocimiento de las estrategias y técnicas didácticas.

Sujetos participantes	Técnica de recolección de información	¿Qué se hizo?	Categorías de Análisis	Hallazgos Predominantes
Calvo (2014).		<p>Con el fin de conocer qué saben y qué aplican en relación con las estrategias didácticas en sus clases.</p> <p>Además de gestionar la implementación de dos estrategias didácticas en una de estas secciones observadas.</p>		Estrategias y técnicas didácticas utilizadas en la clase de Matemática.
Estudiantes de octavo año del Liceo José Joaquín Vargas Calvo (2014).	<p>Aplicación Investigación Acción</p> <p>(Consultar Anexos 2, 3 y 4)</p>	<p>Dos de las investigadoras desarrollan una clase sobre el tema de suma de Fracciones, en un grupo de octavo año, observado con anterioridad, en la que se implementan dos estrategias o técnicas didácticas: Resolución de problemas y Curiosidades Matemáticas, ello con el fin de conocer la reacción de los estudiantes ante la implementación de las mismas.</p>	Elementos vinculados con la aplicación de estrategias didácticas en la clase de Matemática.	<p>Papel de los estilos de aprendizaje.</p> <p>Papel de la afectividad de los estudiantes en su aprendizaje.</p> <p>Características propias de los grupos.</p>
Estudiantes de Enseñanza de la Matemática de la carrera de Enseñanza de la	<p>Aplicación Investigación Acción</p> <p>(Consultar Anexo</p>	<p>La Dra. Wilkerson, miembro del National Council of Teachers of Mathematics, ofrece el taller “Prácticas Efectivas en Enseñanza de la Matemática que favorecen el</p>	<p>Creencias en cuanto a la naturaleza de la Matemática, su enseñanza y</p>	<p>Control de la organización de la clase.</p> <p>Papel de los estilos de</p>

Sujetos participantes	Técnica de recolección de información	¿Qué se hizo?	Categorías de Análisis	Hallazgos Predominantes
Matemática de la UCR, con la Dra T. Wilkerson (2015).	5)	aprendizaje de los estudiantes” a estudiantes del curso de Curriculum en Matemática, con el fin de exponer e implementar estrategias didácticas efectivas para la enseñanza de esta disciplina y otros tópicos.	aprendizaje. Elementos vinculados con la aplicación de estrategias didácticas en la clase de Matemática.	aprendizaje. Papel de la afectividad de los estudiantes en su aprendizaje. Características propias de los grupos. Papel de los años de experiencia del docente.
Estudiantes de Experiencia Docente de la carrera de Enseñanza de la Matemática de la UCR, en el año 2015. (EEP)	Entrevista (Cuestionario en Anexo 1)	Se aplica un cuestionario a 14 estudiantes de experiencia docentes, con el fin de conocer algunos de sus datos personales, aspectos relacionados con estrategias didácticas y su aplicación y otros aspectos relacionados con sus expectativas sobre la profesión de docente.	Elementos vinculados con la aplicación de estrategias didácticas en la clase de Matemática.	El grado de conocimiento de las estrategias y técnicas didácticas. Estrategias y técnicas didácticas utilizadas en la clase de Matemática.
Docentes en servicio (participantes del Grupo Convenio	Observaciones no participantes	Se conforma un grupo de trabajo con docentes del MEP, con el fin de que se dé la discusión acerca de las actividades que se dan en el aula de	Creencias en cuanto a la naturaleza de la Matemática, su enseñanza y	Control de la organización de la clase.

Sujetos participantes	Técnica de recolección de información	¿Qué se hizo?	Categorías de Análisis	Hallazgos Predominantes
<p>MEP-UCR, 2015).</p> <p>(O1DMEP, O2DMEP)</p>		<p>Matemática y en el que también se dé el planeamiento de éstas.</p> <p>Se definen temas, niveles y objetivos que se trabajan mediante el Análisis Didáctico y durante sesiones de trabajo en equipo se programan fechas de exposiciones con el fin de contar las experiencias al aplicar las actividades innovadoras en sus correspondientes grupos con estudiantes de secundaria.</p> <p>Todo lo acontecido en dichas sesiones se graba en video como parte de observaciones no participantes, cuyo contenido será objeto de análisis en la investigación.</p>	<p>aprendizaje.</p> <p>Elementos vinculados con la aplicación de estrategias didácticas en la clase de Matemática.</p>	<p>Aprendizaje es responsabilidad del estudiante.</p> <p>Papel de los estilos de aprendizaje.</p> <p>Papel de la afectividad de los estudiantes en su aprendizaje.</p> <p>Características propias de los grupos.</p> <p>Papel de los años de experiencia del docente.</p>
<p>Docentes en servicio (participantes del Grupo Convenio MEP-UCR, 2015).</p> <p>(DMEP)</p>	<p>Entrevista (Cuestionario en Anexo 6)</p>	<p>Se aplica un cuestionario a 15 es de experiencia docentes, con el fin de conocer algunos de sus datos personales, aspectos relacionados con estrategias didácticas y su aplicación y otros aspectos relacionados con sus expectativas</p>	<p>Elementos vinculados con la aplicación de estrategias didácticas en la clase de Matemática.</p>	<p>El grado de conocimiento de las estrategias y técnicas didácticas.</p> <p>Estrategias y técnicas</p>

Sujetos participantes	Técnica de recolección de información	¿Qué se hizo?	Categorías de Análisis	Hallazgos Predominantes
		sobre la profesión de docente.		didácticas utilizadas en la clase de Matemática.
Docentes en servicio (participantes del Grupo Convenio MEP-UCR, 2015). (DEMEP)	Grupo focal	Se realiza un grupo focal con 15 personas, entre ellas docentes en servicio, supervisores y asesores de Matemática del MEP. El propósito del grupo focal es profundizar en conocer lo que saben y aplican en relación a las estrategias didácticas estos docentes, así como otros elementos relacionados con la labor docente en el aula de Matemática.	Creencias en cuanto a la naturaleza de la Matemática, su enseñanza y aprendizaje. Elementos vinculados con la aplicación de estrategias didácticas en la clase de Matemática.	Elementos atendidos en la clase. Distribución del tiempo de la clase. Valoración de las actividades o estrategias.
Docentes de secundaria en Colegio Madre del Divino Pastor y Liceo José Joaquín Vargas Calvo (2015). (O1DS, O2DS, O3DS, O4DS)	Observaciones no participantes	Se realizan observaciones no participantes docentes de secundaria, con el fin de conocer qué saben y qué aplican en relación con las estrategias didácticas durante el desarrollo de sus clases. Todo lo acontecido en dichas sesiones se graba en video como parte de observaciones no participantes, cuyo contenido será	Elementos vinculados con la aplicación de estrategias didácticas en la clase de Matemática.	El grado de conocimiento de las estrategias y técnicas didácticas. Estrategias y técnicas didácticas utilizadas en la clase de Matemática.

Sujetos participantes	Técnica de recolección de información	¿Qué se hizo?	Categorías de Análisis	Hallazgos Predominantes
<p>Estudiantes avanzados de la carrera de la carrera de Enseñanza de la Matemática de la UCR (que participaron como facilitadores en el Proyecto Habilidades para la Vida, VAS-UCR, 2015</p> <p>(O1EEM, O2EEM, O3EEM)</p>	<p>Observaciones no participantes</p>	<p>objeto de análisis en la investigación.</p> <p>Se realizan observaciones no participantes docentes de secundaria, con el fin de conocer qué saben y qué aplican en relación con las estrategias didácticas durante el desarrollo de sus clases.</p> <p>Todo lo acontecido en dichas sesiones se graba en video como parte de observaciones no participantes, cuyo contenido será objeto de análisis en la investigación.</p>	<p>Elementos vinculados con la aplicación de estrategias didácticas en la clase de Matemática.</p>	<p>El grado de conocimiento de las estrategias y técnicas didácticas.</p> <p>Estrategias y técnicas didácticas utilizadas en la clase de Matemática.</p>
<p>Docentes con experiencia de más de 10 años, entre ellos docentes de secundaria, docentes universitarios y</p>	<p>Grupo focal</p> <p>(Consultar Anexo 7)</p>	<p>Se realiza un grupo focal con docentes de secundaria y docentes universitarios con más de 10 años de servicio y con una asesora de Matemática del MEP.</p> <p>El propósito del grupo focal es profundizar el conocimiento de</p>	<p>Creencias en cuanto a la naturaleza de la Matemática, su enseñanza y aprendizaje.</p> <p>Elementos vinculados con la aplicación de</p>	<p>Docente tiene el conocimiento matemático.</p> <p>Control de la organización de la clase.</p> <p>Aprendizaje es</p>

Sujetos participantes	Técnica de recolección de información	¿Qué se hizo?	Categorías de Análisis	Hallazgos Predominantes
asesores nacionales de Matemática. (DE+10ASU) (2015)		información sobre la experiencia de dichos docentes, más allá de lo que saben de estrategias didácticas, conocer sobre las más utilizadas y las razones para ello y sobre elementos que podrían considerarse efectivos a la hora de enseñar Matemática, además de otros elementos matemáticos, no matemáticos, pedagógicos o de otra índole que resulten relevantes en el quehacer docente.	estrategias didácticas en la clase de Matemática.	responsabilidad del estudiante. Papel de los estilos de aprendizaje. Papel de la afectividad de los estudiantes en su aprendizaje. Características propias de los grupos. Papel de los años de experiencia del docente.

4.6 Forma de análisis de la Información: Triangulación y comparación

El trabajar metodologías variadas ofrece una variedad de perspectivas, que permite la complementariedad y no la oposición. La triangulación, se verá reflejada en la información proveniente de variadas técnicas y fuentes sobre el objeto de estudio, lo anterior permitirá analizar las coincidencias en los resultados de los distintos grupos poblacionales.

Se realizará este proceso para lograr la complementariedad que se indicó en el párrafo anterior y tomando los diferentes tipos de triangulación (Cohen y Manión, 1985 y Pourtois y Desmet, 1988, citados en Colás y Buendía, 1998): triangulación de fuentes, triangulación interna, triangulación metodológica, triangulación temporal, triangulación teórica. Todas estas formas de contrastar y comparar información permiten interpretar y buscar coincidencias entre fuentes.

Mediante la triangulación, se trabaja la comparación constante, primero con la identificación de categorías y las propiedades de los datos, para luego analizar las interrelaciones e interpretar los resultados. La información proveniente de técnicas cualitativas se codifica y forman categorías para su análisis. Asimismo, se buscan grandes áreas para integrar las respuestas en interpretaciones útiles.

Los resultados del análisis documental, los análisis de vídeos, las opiniones de docentes y estudiantes, son comparados en las categorías utilizadas para la clasificación.

Así, por ejemplo, en cada una de las sesiones se marcan elementos de coincidencia o divergencia. Si hay algún elemento reseñable, que imprima alguna diferencia, o en dado caso una similitud. En esto se podría tomar en cuenta los tamaños de los grupos, las condiciones propias del desarrollo de las clases, patrones de dinámica en el aula, entre otros elementos.

4.7 Consideraciones éticas

Las respuestas obtenidas mediante las técnicas cualitativas, han sido tomadas bajo el consentimiento informado de los participantes. En los grupos con estudiantes de secundaria, se obtuvieron firmas que respaldan autorizaciones. Se protege la identidad de los participantes, mostrando solo códigos de los registros. Al finalizar la investigación, en los casos solicitados, se devuelven resultados.

V. ANÁLISIS Y DISCUSIÓN DE LOS RESULTADOS

5. Análisis de los Resultados.

5.1 Elementos didácticos y curriculares identificados en los Programas de Matemática del Ministerio de Educación Pública.

5.2 Categorías de Análisis.

5.2.1 Conocimiento de técnicas y estrategias didácticas.

5.2.2 Estilos o modelos docentes de acuerdo con las estrategias utilizadas y la formación docente.

5.2.3 Logros de los estudiantes en la clase de Matemática.

5.3 Consideraciones finales: Una experiencia con estrategias didácticas.

5. Análisis de los Resultados

En este capítulo presentan los resultados y hallazgos más importantes de la investigación, en un primer momento se señalan elementos didácticos y curriculares identificados en los Programas de Matemática del Ministerio de Educación Pública y posteriormente se realiza un análisis de los datos recolectados, el capítulo finaliza con un pequeño apartado de algunas consideraciones adicionales sobre una experiencia de implementación de estrategias en un colegio público.

El análisis de los datos se llevará a cabo mediante la técnica de análisis documental para toda la parte documental y los datos cualitativos, mientras que para los datos cuantitativos se analizan mediante técnicas de la estadística descriptiva, se utilizará el programa de Excel y SPSS, tanto para la digitación de los mismos como para su correspondiente análisis. Asimismo, se integran los resultados provenientes de diversas técnicas e informantes mediante la triangulación.

En este análisis se evidencian categorías que aunque no son excluyentes permiten resaltar los hallazgos más frecuentes, los datos se han agrupado de la siguiente manera:

- Conocimiento de técnicas y estrategias didácticas;
- Estilos o modelos docentes de acuerdo con las estrategias utilizadas y la formación docente y
- Logros de los estudiantes en la clase de Matemática.

A continuación se presenta el análisis a los Programas de Estudio del Ministerio de Educación Pública.

5.1 Elementos didácticos y curriculares identificados en los Programas de Matemática del Ministerio de Educación Pública

A continuación se presenta el análisis de los Programas de Matemática vigentes en Costa Rica a partir de la identificación de metodologías sugeridas y otros componentes

didácticos y curriculares, importantes de considerar para la enseñanza y aprendizaje de la Matemática.

Tal y como se ha mencionado al inicio de este trabajo, los programas de Matemática aprobados en el 2012, han iniciado un proceso de cambio en la organización de las lecciones. En ellos se sugiere “una participación activa y la construcción colectiva de significados, para así activar procesos matemáticos que hagan progresar la competencia matemática” (MEP, 2012, p.41).

Es por ello que en el desarrollo de las lecciones se han establecido dos etapas de trabajo: en la primera se realiza el aprendizaje de conocimientos nuevos y en la segunda se busca reforzar y ampliar el papel de los aprendizajes realizados; las cuales se concretan mediante la implementación del siguiente estilo de organización de la lección (MEP, 2012, p.41):

- Propuesta de un problema matemático que debe ser resuelto por los estudiantes.
- Trabajo estudiantil independiente.
- Discusión interactiva y comunicativa y
- Clausura y cierre.

Dicho estilo de organización de las lecciones entre otras cuestiones obliga a la preparación cuidadosa de la lección, involucrando la escogencia de los problemas, los tiempos a destinar para cada paso y la acción docente en cada momento, que no es solamente guía general para la construcción de aprendizajes automáticos sino que posee un carácter central en la interacción social y cognitiva de aula (MEP, 2012, p.44).

Pues el ideal es que todo vaya encaminado a que el desarrollo de la lección sea una estrategia motivante tanto para el ejercicio docente de la mayoría de los docentes de Matemática como de sus estudiantes. Pues la filosofía de fondo es que se puedan usar unos pocos problemas relacionados y contextualizados con la realidad cotidiana, a

partir de los cuales construir a profundidad los aprendizajes, más que solamente desarrollar grandes cantidades de contenidos matemáticos carentes de sentido y pertinencia.

Para lograrlo se sugiere que la conducción de la lección se desarrolle mediante la indagación dirigida que involucra formulación de preguntas, tiempo de espera para respuestas, reformulación de preguntas para avanzar y repetición del proceso hasta llegar a un cierre cognoscitivo y pedagógico del tema (MEP, 2012). Lo cual en buena medida concuerda con planteamientos de las corrientes ideológicas constructivistas en Educación.

En cuanto al tipo de problemas que se deben abordar, éstos están asociados con la naturaleza de la Matemática y sus aplicaciones y las técnicas o métodos para el diseño de estrategias para resolver problemas se consignan en los siguientes pasos (MEP, 2012):

- Entendimiento del problema,
- Diseño,
- Control y
- Revisión y comprobación del mismo.

Lo que pretende, entre otras cuestiones, que el docente pueda promover una concepción de la Matemática más cercana y pertinente para los estudiantes

En síntesis, en el análisis del Programa de Matemática del MEP también se evidencia rasgos de un enfoque curricular cognitivo con tendencia al constructivismo, explicitando la Resolución de Problemas, las competencias matemáticas y el aprendizaje centrado en el estudiante; y como se ha dicho, la introducción de componentes curriculares con una tendencia constructivista pone de

manifiesto la necesidad de que el docente planee de una manera distinta la clase de Matemática.

En la Tabla 5.1 se presenta un resumen del análisis del Programa de Matemática y rasgos que relacionan los mismos con las estrategias didácticas.

Tabla 5.1 Análisis de rasgos del Currículo y las estrategias didácticas en su relación teórica-práctica

Rasgos	Planteamiento identificados en el Programa de Estudio de Matemática del MEP vigentes	Análisis
<p>Tendencias y Reformas</p>	<p>La organización del Programa de Estudios se realiza por medio de cinco áreas matemáticas: Números, Geometría, Medidas, Relaciones y Álgebra y Estadística y Probabilidades (p.11).</p> <p>Orientado hacia las competencias, con ejes que atraviesan el currículo de forma transversal: la resolución de problemas; la contextualización activa; uso inteligente y visionario de tecnología digitales; la potenciación de actitudes y creencias positivas en torno a las matemáticas y el uso de la Historia de las Matemáticas.</p> <p>La resolución de problemas es el enfoque principal del currículo: “se enfatizará el trabajo con problemas asociados a los entornos reales, físicos, sociales y culturales” (p.10), se asume que usar este tipo de problemas “es una poderosa fuente para construcción de aprendizaje en matemáticas” (p.10)</p> <p>“La competencia matemática y las capacidades cognitivas superiores se desarrollan a partir de las actividades cotidianas en el aula para el logro de las habilidades específicas y generales”(p.11)</p> <p>Se plantean cinco procesos centrales: razonar y argumentar,</p>	<p>Enfoque curricular cognitivo que tiende hacia el constructivismo, centrado en el estudiante y las competencias matemáticas y la contextualización.</p> <p>Predomina la Resolución de Problemas. Es una tendencia que se encuentra en propuestas curriculares internacionales.</p>

Rasgos	Planteamiento identificados en el Programa de Estudio de Matemática del MEP vigentes	Análisis
	<p>plantear y resolver problemas, conectar, comunicar y representar.” Son formas de acción cognitiva que pueden generar capacidades”. (p.12)</p> <p>Matemáticas de calidad con profundidad; integración vertical de los planes de estudio (se menciona que los conocimientos y expectativas de aprendizaje se organizan de manera integrada desde el primer año de escuela al último año de colegio).</p> <p>Se habla de creencias positivas hacia la Matemática, inclusión y diversidad.</p>	
Perfil Profesional	<p>La nueva propuesta plantea al docente planear Resolución de Problemas e promover las competencias matemáticas.</p> <p>Incluye una contradicción de la evaluación que se propone en el aula y el de evaluación vigente en el sistema educativo.</p>	<p>El nuevo perfil del docente de Matemática tiene: una serie de características personales, de funciones y de nuevas características en la mediación con el estudiante.</p> <p>El docente encuentra dificultades para desarrollar la propuesta de los programas en su contexto y con las dificultades que se le presentan.</p>
Objetivo de la formación (Criterios de determinación)	<p>La perspectiva más general que se busca en este currículo es proporcionar a la juventud de Costa Rica una preparación matemática que le permita abordar con inteligencia, pertinencia, responsabilidad y éxito los retos que enfrenta en el escenario actual, creando medios para potenciar una sociedad</p>	<p>Se requieren objetivos de la dimensión afectiva y pedagógica en la formación del docente, además de una serie de competencias que hacen que un docente de Matemática cuente con</p>

Rasgos	Planteamiento identificados en el Programa de Estudio de Matemática del MEP vigentes	Análisis
	más culta, más inclusiva y más democrática (p.20)	herramientas variadas y más allá del conocimiento matemático, que considere las creencias de los estudiantes, por ejemplo.
<p>Proceso y condiciones para adquirir o desarrollar las competencias específicas</p>	<p>Se trata de una mediación pedagógica que adopta premisas fundamentales constructivistas, en concordancia con la política aprobada por el país, especialmente aquella que subraya la construcción activa por el sujeto de sus aprendizajes.</p> <p>Este enfoque persigue el desarrollo de capacidades estudiantiles asociadas directamente a las áreas matemáticas para generarse en cortos períodos, así como otras de alto nivel cognitivo de naturaleza transversal con una perspectiva de plazos medianos y largos (p.20)</p> <p>La mediación pedagógica es la clave para que en las actividades se logre el dominio de habilidades específicas y de esta forma se desarrollen capacidades y la competencia matemática. Es necesario que se tenga en mente la realización de los procesos matemáticos (p.27)</p>	<p>Se da poco seguimiento al trabajo individual del estudiante, por las condiciones del contexto.</p> <p>No hay lineamientos claros del seguimiento por estudiante y cómo éste adquiere las competencias.</p>
<p>Diseño y gestión del proceso para conseguir los conocimientos y competencias.</p>	<p>El proceso o el desarrollo práctico de la lección de Matemática queda en el docente, con poca claridad en el seguimiento de procesos. Tampoco hay supervisión para conocer el logro de competencias.</p>	<p>No hay claridad en cómo evaluar y dar seguimiento a los procesos que debe implantar.</p>

Rasgos	Planteamiento identificados en el Programa de Estudio de Matemática del MEP vigentes	Análisis
Características relacionadas con Estrategias Didácticas	<p>La Resolución de Problemas como estrategia pedagógica se subrayará como aquí como sustrato de un estilo de acción de aula... Se propone una introducción de nuevos tópicos que tome en cuenta 4 pasos (p.10-11):</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Propuesta de un problema 2. Trabajo estudiantil independiente 3. Discusión interactiva y comunicativa 4. Clausura o cierre. 	<p>Esta estrategia que debe es la que debe guiar el estilo del docente.</p>
Acciones de trabajo en el Aula	<p>La labor del docente es clave, el docente debe aprender a plantear y proponer problemas, de acuerdo con el desarrollo de procesos cognitivos y competencias y el nivel de dificultad. También a darle más protagonismo al estudiante y guiarle en el trabajo independiente.</p>	<p>El docente toma decisiones sobre su práctica y las características de ésta dependerán mucho de la construcción personal que haga cada uno.</p>
Labor docente, práctica de Aula	<p>“Usar problemas se propone como una constante en todas las fases de la acción de aula, incluyendo aquella del reforzamiento, movilización y aplicación de conocimientos aprendidos” (p.11)</p>	<p>Poco apoyo al desarrollo del docente en su labor compleja, no hay espacios para resolver muchos de los problemas y situaciones del aula.</p> <p>El planeamiento es parte de la labor docente pero las instrucciones para realizarlos no son tan claras en la propuesta.</p>

Fuente: Elaboración propia a partir de la síntesis de elementos analizados.

Por último, debe decirse que debido a que el Programa de Matemática vigente desde 2012, incorpora una serie de elementos nuevos en cuanto a las estrategias didácticas, se esperaría que el docente proponga resolución problemas contextualizados en una forma de trabajo donde el docente brinde espacios y tiempos adecuados según cada estudiante. Esta forma de trabajo presenta complejidades que el docente no controla. Asimismo, el docente requiere manejar al menos la resolución de problemas como estrategia didáctica y otras actividades que complementen los momentos de la clase de Matemática para motivar al estudiante en su aprendizaje.

A continuación se presenta el análisis de los datos encontrados con las otras técnicas de recolección de información implementadas. Como se ha mencionado para realizar dicho análisis se establecen categorías, que aunque no son excluyentes permiten resaltar los hallazgos más frecuentes.

5.2 Categorías de Análisis

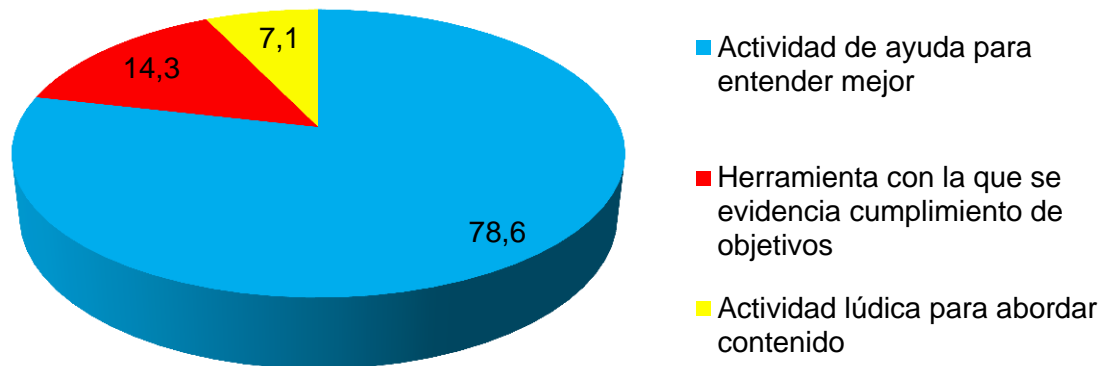
5.2.1 Conocimiento de técnicas y estrategias didácticas

Los resultados que comparan las opiniones de docentes acerca del conocimiento de Estrategias Didácticas, confrontan dificultades en el seguimiento práctico, pues los docentes de Matemática, así como los estudiantes que realizan sus prácticas, parece no cuentan con las herramientas o habilidades para desarrollar estrategias didácticas acordes con los programas de estudio.

Existe coincidencia en las respuestas de todos los informantes en cuanto a expresar desconocimiento de las técnicas y estrategias que se utilizan para enseñar Matemática.

En el II semestre del 2014, cuando a un grupo de 14 estudiantes de Experiencia Docente se les plantea la pregunta “En sus propias palabras responda: ¿qué es una estrategia didáctica? se observa que su concepción de lo que es una estrategia didáctica se reduce a los siguientes tres resultados: una actividad de ayuda para entender mejor, una herramienta con la que se evidencia cumplimiento de objetivos o una actividad lúdica para abordar contenido (EP).

GRÁFICO 5.1
DISTRIBUCIÓN DE LOS ESTUDIANTES SEGÚN CONCEPCIONES ACERCA
DE LAS ESTRATEGIAS DIDÁCTICAS
(Cifras relativas)



En los datos recolectados, también se evidencia que los estudiantes practicantes aplican técnicas propuestas por ellos mismos, sin relacionar el contenido matemático con la funcionalidad de la estrategia (en muchos casos quedan en el nivel de actividad). Las actividades aplicadas quedan en el activismo, sin que el estudiante tenga la posibilidad de razonar acerca de los contenidos o su profundidad, quedan ideas inconclusas y posiblemente con errores no evacuados por el docente (EEM).

La situación anterior también se manifiesta entre los docentes en servicio (DEMEP), quienes en muchas ocasiones también utilizan actividades que no se relacionan con los contenidos matemáticos, muchas totalmente ajenas al conocimiento matemático, por ejemplo, realizar prolongadas motivaciones espirituales para iniciar las clases (en menoscabo del desarrollo de contenidos por no estar directamente relacionadas éstas con los mismos). Esto se evidencia en las actividades propuestas por supervisores de Matemática (O1DMEP, O2DMEP).

Además de ejemplos de prolongadas motivaciones, también ocurre que los mismos docentes en ejercicio dedican bastante tiempo de la clase al trabajo en grupo entre los estudiantes, independientemente de los contenidos que se vayan a desarrollar en la

clase. Esta situación se debe a que los nuevos Programas de Estudio de Matemática así lo proponen, sin embargo, en la práctica se evidencia que muchas ideas quedan inconclusas, que muchas dudas se aclaran a algunos miembros de los grupos y no a la totalidad de toda una sección, cuando podría tratarse de dudas que valdría la pena aclarar en espacios donde todos los estudiantes de la clase presten atención (O1DMEP, O2DMEP).

Los mismos docentes expresan confusión en la utilización del trabajo en grupo, sobre todo aquellos que tienen experiencia con Programas de Estudio de Matemática anteriores, pues de las clases magistrales pasan al otro extremo donde desaparece esta estrategia. No se ponen límites de tiempo para realizar determinadas tareas, para la distribución del trabajo y para la forma en que se organizan los grupos (O1DMEP, O2DMEP).

Predominan grupos de cinco a siete estudiantes agrupados pero no que no trabajan en equipo, en su mayoría no hay discusión, intercambio de ideas, el trabajo recae en algunos miembros del grupo y en ocasiones el profesor atiende individualmente dudas de algunos miembros del grupo y no de todos (O1DS, O2DS, O3DS, O4DS).

Bajo esta técnica se evidencia que las clases suelen ser muy ruidosas y que se prestan para que los estudiantes conversen de otros asuntos no matemáticos, se distraigan e incluso jueguen en la clase. La recurrencia de esta situación con el trabajo en grupo deja en desventaja a todos los estudiantes que requieren de ambientes de mayor concentración para aprender, por ejemplo, estudiantes con déficit atencional (O1DS, O2DS, O3DS, O4DS).

Además, debe considerarse que en el caso de los contenidos matemáticos, debido a la naturaleza y formalidad de la disciplina, el papel del docente como guía y mediador podría resultar más protagónico que el de docentes de otras disciplinas. Ya que el docente debe propiciar la conexión de conocimientos previos con los nuevos conocimientos, que no siempre los estudiantes podrán construir por su propia cuenta, por ser de naturaleza declarativa.

El proponer estrategias sugiere el conocimiento de las mismas en su potencialidad, lo cual redundaría en una planificación más pertinente de las estrategias con los contenidos matemáticos.

Al analizar el trabajo en grupos resulta oportuno que los docentes tengan claridad de las ventajas y limitaciones de esta técnica, de las preguntas que es válido plantear a los estudiantes, de las asignaciones de tareas individuales dentro de los mismos grupos y de las reglas o condiciones que deben darse para que las interacciones a lo interno del grupo permitan el logro de resultados.

5.2.2 Estilos o modelos docentes de acuerdo con las estrategias utilizadas y la formación docente

En esta categoría se visualizan afinidades que podrían caracterizar estilos o modelos del docente de Matemática con respecto a las estrategias didácticas. Así como se cita en Espeleta (2014), las creencias acerca de la naturaleza de la Matemática podrían describir las acciones en la enseñanza que desarrolla un docente. Ciertos rasgos de los estudiantes practicantes evidencian una tendencia a darle énfasis a las distintas formas de resolver problemas, mostrar problemas variados y aplicados a distintas áreas disciplinarias, sin embargo lejos de utilizar la resolución de problemas para enseñar contenidos, queda en utilizar procedimientos y recetas prácticas.

Los estudiantes practicantes manifestaron aplicar técnicas como si se tratase de un requisito con el que se debe cumplir y no como una herramienta con la cual se facilitan los aprendizajes, pues la atención se enfoca en el contenido matemático, más que en la forma en que se enseña. No cuentan con variedad de actividades y estrategias para incorporar en las clases (EP). Por ejemplo, en el Anexo 8 pueden consultarse las estrategias implementadas por un grupo de estudiantes de experiencia docente, como se observa en dicha tabla, hay poca variedad de estrategias implementadas y en pocos casos hubo valoración de los alcances o limitaciones de dichas estrategias.

Por otro lado, los docentes con experiencia muestran creencias más cercanas a valorar la naturaleza de la Matemática como ciencia y lenguaje, creen también que la Matemática es para unos cuantos y posiblemente se discrimine al estudiante que no

cuenta con habilidades o intereses matemáticos (DE+10ASU), este tipo de docente, será un docente riguroso en la escritura matemática y los conceptos.

En el grupo focal de docentes con más de 10 años de experiencia se dan dos tendencias en cuanto cómo debe enseñarse la Matemática, en una de ellas lo importante es la creencia de que se debe enseñar la disciplina a partir de lo que está en el contenido y formalidad de ésta y que no es necesario usar material concreto, por ejemplo, y en la otra tendencia sí se valoran las actividades didácticas con las cuales mediar los contenidos, como el uso de material concreto en clases que lo permitan (DE+10ASU).

Un segundo tipo de docente analizado tiene un acercamiento a los estudiantes con motivaciones muchas veces ajenas a la Matemática y manejan los tiempos y el control de la disciplina de modos menos tradicionales (O1DMEP, O2DMEP).

En todos los grupos estudiados se evidencia que el docente de Matemática no formula preguntas adecuadas que guíen al estudiante en la resolución de problemas o bien para que error sea utilizado en su aprendizaje, este último elemento no se sabe utilizar o aprovechar para la enseñanza.

Por otro lado, durante las lecciones los docentes ponen atención en la aclaración de dudas sobre contenidos matemáticos de manera individual en algunos grupos de trabajo y descuidan el funcionamiento apropiado de todos los grupos (O1DS, O2DS, O3DS y O4DS).

A pesar de que el trabajo en grupos ha venido a sustituir las clases magistrales y la participación de “los más listos en Matemática”, se percibe que su utilización sólo en parte se da para innovar, propiciar mayor inclusividad entre pares y apoyo para la realización de tareas, pues en el nivel micro, en los grupos de trabajo en las aulas, se presta atención sólo algunos estudiantes, por el hecho de que sólo algunos miembros del grupo encuentren soluciones a problemas y ejercicios y los demás siguen con su rol pasivo, de observadores (O1DS, O2DS, O3DS, O4DS).

Los mismos problemas de las clases tradicionales, se trasladan a los grupos de trabajo, privilegiando la solución correcta a los ejercicios y problemas, en lugar de prestar mayor atención a la forma en que se llegan a esas soluciones y a los errores que puedan tener los estudiantes. Por ejemplo, se escuchan comparaciones entre las respuestas dadas por distintos grupos sin evacuar dudas o prestar atención a las diferencias de procedimientos o resultados (O1DS, O2DS, O3DS, O4DS).

La Tabla 5.2 muestra la necesidad de trabajar en la formación docente y prestar mayor énfasis a las prácticas de aula, que las decisiones estén fundamentadas y que el docente pueda manejar distintas estrategias. Estos resultados permiten analizar la formación de docentes, pues durante la investigación, los estudiantes consultados manifiestan la necesidad de mayor preparación en estrategias didácticas.

Tabla 5.2 Síntesis que caracteriza estilos de enseñanza según rasgos encontrados en grupos de docentes estudiados

Rasgos encontrados	Estudiantes practicantes	Docentes con experiencia
Construcción de su estilo	Predomina la repetición, el trabajo en grupo.	Adoptan componentes ajenos a la Matemática para su acercamiento con los estudiantes, esto ha dado resultados para motivarlos.
Estrategias didácticas	Predomina trabajo en grupo, repetición de actividades como juegos dan énfasis a los estudiantes que tienen mayores habilidades	Control de clase, planteamiento de un problema o utilización de materiales (papeles, juegos, recortes, dibujos,...) para hacer distinta la clase de matemática. Trabajan en grupo para incorporar el nuevo programa, pero dan énfasis a los estudiantes que tienen mayores habilidades
Formación	Es necesario mayor formación en utilización de estrategias	Es necesario mayor formación en utilización de estrategias

Fuente: Elaboración propia a partir de los datos recolectados.

Por ejemplo, en el grupo de estudiantes de la carrera de Enseñanza de la Matemática del primer semestre del 2014 respondieron al instrumento del Anexo 1, uno de los resultados que se obtiene es que ellos expresan que han aprendido las estrategias didácticas principalmente de los docentes formadores (9/16 o sea el 56%), al mismo tiempo han obtenido ideas de internet y medios de comunicación. Dichos resultados se presentan en el siguiente cuadro.

CUADRO 5.1
DISTRIBUCIÓN DE LOS ESTUDIANTES SEGÚN FUENTE DONDE HAN APRENDIDO
ESTRATEGIAS DIDÁCTICAS
(Cifras absolutas y relativas)

Fuentes	Frecuencia Simple	Frecuencia relativa porcentual
De los docentes formadores de la Universidad	9	56.3
De libros de texto	1	6.3
De internet y medios de comunicación	3	18.8
De las conversaciones con colegas	1	6.3
De las propias experiencias vividas en la Universidad	2	12.5
Total	16	100.0

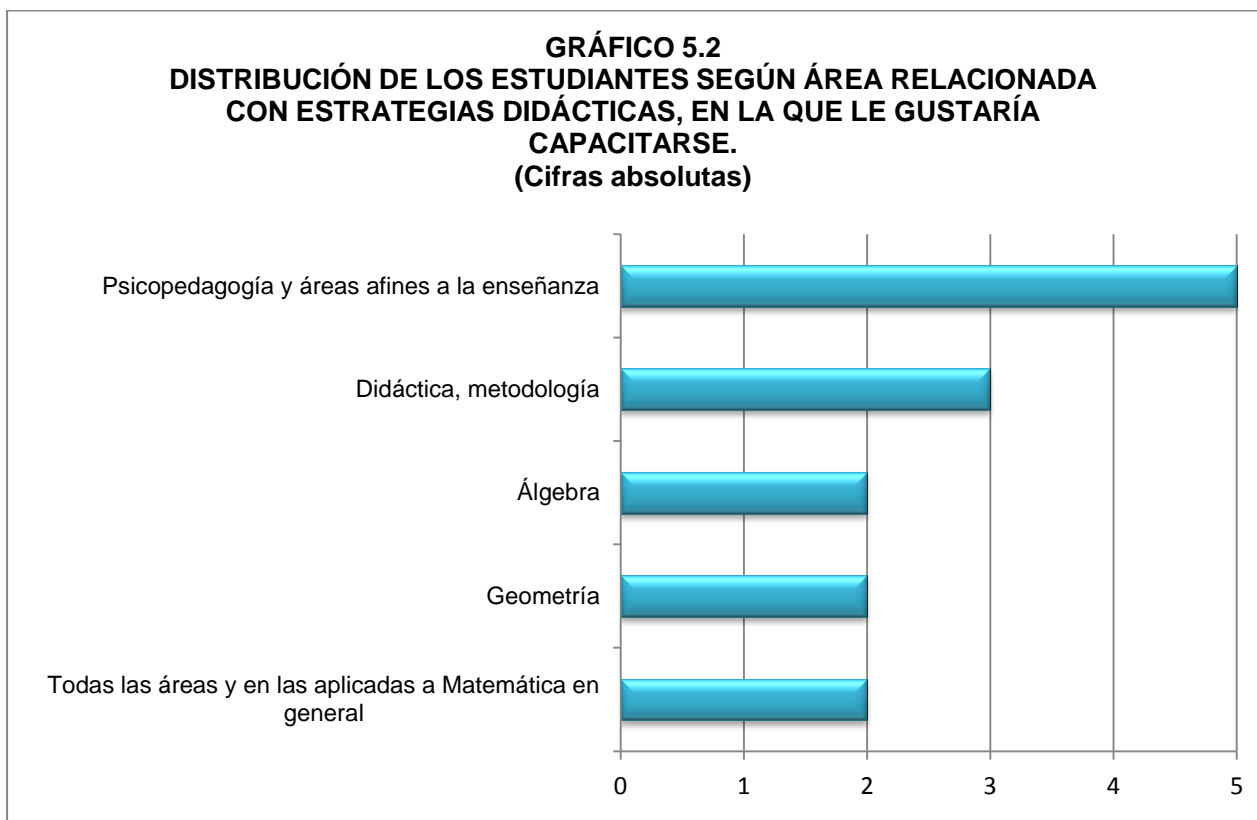
Dicho resultado permite reflexionar acerca del hecho de que los modelos docentes no dejan de impactar a los futuros docentes en cuanto a la reproducción de los mismos.

Lo cual habla de la importancia de que no sólo se hable teóricamente de estrategias didácticas, sino que también sean implementadas por los formadores de formadores.

Lo anterior redunda en la necesidad de fortalecer la formación de los estudiantes en técnicas y estrategias didácticas. Lo que a su vez se evidencia en el hecho de que la totalidad de estudiantes de Experiencia Docente del año 2015 respondiesen sí a la

pregunta ¿Considera que requiere capacitarse para disponer de más herramientas para diseñar estrategias didácticas?

Pues dichos estudiantes al contestar a la pregunta ¿En qué áreas le gustaría capacitarse?, la mayoría de los estudiantes (9 de 14) contestan que les gustaría capacitarse en estrategias didácticas relacionadas con áreas específicas de la Matemática o aplicadas directamente a la Matemática, tal y como se señala en el siguiente gráfico.

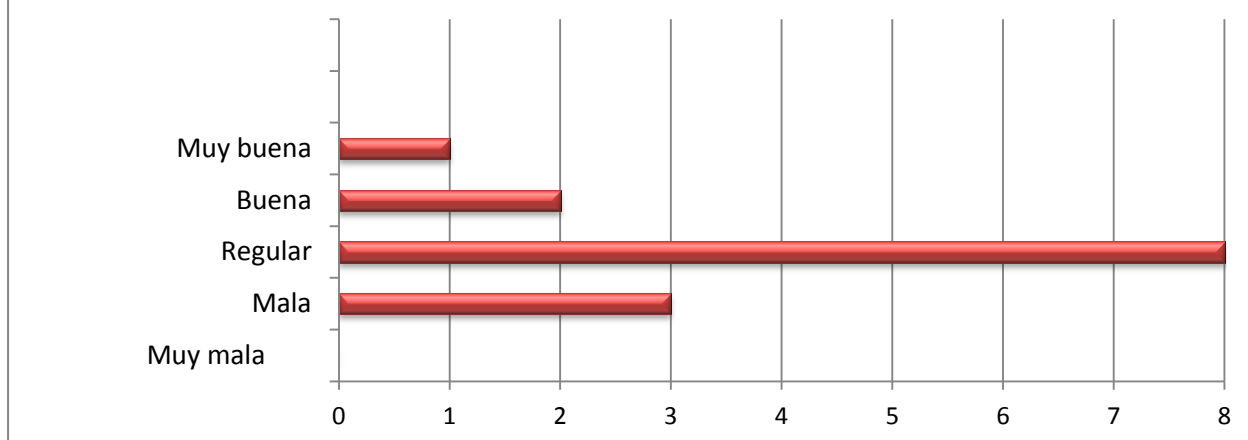


Lo que también se confirma al observar las respuestas que dan estos mismos estudiantes practicantes al reactivo ¿Cómo calificaría las herramientas didácticas adquiridas durante su formación para ser docente de Matemática en secundaria?

1. Muy mala 2. Mala 3. Regular 4. Buena 5. Muy buena

En el siguiente gráfico se consignan dichas valoraciones

GRÁFICO 5.3
DISTRIBUCIÓN DE LOS ESTUDIANTES SEGÚN CALIFICACIÓN OTORGADA A LAS
HERRAMIENTAS DIDÁCTICAS ADQUIRIDAS EN SU FORMACIÓN DOCENTE
(Cifras absolutas)



En cuanto a la carencia de la enseñanza de Estrategias Didácticas como conocimiento que debe adquirir un docente de Matemática se encuentra que los estudiantes requieren enfrentarse a experiencias donde tengan la oportunidad de vivir y aplicar estrategias didácticas, para analizarlas y reflexionar acerca de los logros (EP)

Lo anterior también se volvió latente en el taller ofrecido a estudiantes de la carrera de Enseñanza de la Matemática, del curso Curriculum en Matemática (del nivel de licenciatura), en el cual se implementaron estrategias didácticas para la enseñanza de la Matemática, a cargo de la Dra. Wilkerson del NCTM (National Council of Teachers of Mathematics)

La Dra. Wilkerson explica la formación de docentes en los Estados Unidos, plantea a los estudiantes un problema y mediante preguntas les cuestiona acerca de las formas de solucionarlo, posteriormente les da tiempo para reflexionar, luego vuelve a preguntar a los estudiantes, como están pensando, qué estrategias usan para llegar a una solución y con más información les da tiempo para que discutan en parejas las ideas que han formulado.

En otro momento, les consulta lo discutido en grupos para nuevamente trabajar en grupos más grandes. Esta metodología permite que cuestiones o problemas planteados de forma individual sean resueltos en conjunto al involucrar las ideas de todos los estudiantes.

En este taller se trabajan los intereses de los estudiantes por áreas de la Matemática, aunque éstas no sean de interés o favoritas para el docente. Pues el docente refleja el nivel de interés o gusto por ciertas áreas y el estudiante se percató de esto. El docente tiene que estar consciente de que sus preferencias por ciertos temas matemáticos marcan la forma en que se enseñan.

Entre los resultados de este taller, se llega a un consenso sobre las condiciones necesarias para implementar estrategias didácticas en las aulas de secundaria. En respuesta a la pregunta ¿Qué es apropiado para implementar estrategias didácticas? Se obtienen los siguientes elementos:

- Hay que saber escuchar a otros.
- Hay que respetar lo que están proponiendo los estudiantes como respuestas.
- Hay apoyo entre compañeros y profesor.
- No se debe permitir la burla, todos tienen algo valioso por aportar.
- No siempre usar el trabajo en grupo. Primero se analiza si la tarea es apropiada para el trabajo en grupo. Pero existen casos en los que se ocupa el trabajo individual.
- Y por último, una muy buena transición para la gente que no está acostumbrada a trabajar en grupo es empezar a trabajar en parejas.

Con el desarrollo del taller, se evidencia que es necesario experimentar como estudiantes las estrategias didácticas, ya que permiten valorar su alcance y las posibilidades en distintos contenidos.

5.2.3 Logros de los estudiantes en la clase de Matemática

La enseñanza de la Matemática pretende lograr aprendizajes matemáticos, mediante las estrategias didácticas. Las estrategias didácticas aunque no sean claras, tienen un

significado entre los docentes que las vincula con el trabajo de aula y lo que se ha aceptado como clases de Matemática.

Tradicionalmente se asocia a la Matemática con una disciplina difícil, que no todos logran obtener buenos resultados o buen rendimiento, parte de las creencias con las que tiene que trabajar el docente y que muchos desarrollan sus clases dando énfasis a las calificaciones y los que obtienen buenos resultados.

Desarrollar el gusto o motivación por el aprendizaje de la Matemática es tarea de muchos docentes, pero no se logra dar seguimiento a las capacidades y diferencias individuales de los estudiantes. Los grupos numerosos, las distracciones y problemas de la educación secundaria en el sistema educativo costarricense, son algunas de las dificultades para una enseñanza de la Matemática adecuada (DE+10ASU).

El enfoque curricular constructivista ha calado en la formación de los docentes de Matemática, pero no así en el trabajo práctico del aula, el docente no utiliza esta filosofía en las clases para lograr que estudiante construya su propio conocimiento, desconociendo también la naturaleza declarativa de muchos contenidos matemáticos.

La utilización de estrategias didácticas en forma general se planean para motivar y hacer más atractiva la clase de Matemáticas, no con el fin principal de lograr aprendizajes en los estudiantes (DE+10ASU, O1DMEP, O2DMEP)

Los estudiantes que serán docentes manifiestan necesidad por vivenciar estrategias didácticas y expresaron satisfacción por tener experiencias con la aplicación de estrategias desarrolladas en el taller con la Dra. Wilkerson. Donde además se discutieron los siguientes elementos considerados necesarios para la práctica en la Enseñanza de la Matemática:

- Establecer metas matemáticas centradas en el aprendizaje. Una enseñanza efectiva de las matemáticas establece metas matemáticas claras de lo que están aprendiendo los estudiantes sitúa las metas en una progresión de aprendizaje, y utiliza dichos objetivos para guiar las decisiones instruccionales.

- Implementar tareas que promuevan el razonamiento y la resolución de problemas. La enseñanza efectiva de las matemáticas involucra a los estudiantes en actividades que implican resolver y discutir, aquellas que promueven el razonamiento matemáticas y la resolución de problemas, y que permiten que emerjan múltiples maneras de abordar los problemas y una variedad de estrategias de resolución.
- Usar y relacionar representaciones matemáticas. La enseñanza efectiva de las matemáticas motiva a los estudiantes a hacer conexiones entre diferentes representaciones matemáticas para profundizar en la comprensión de los conceptos y procedimientos matemáticos, y como herramienta para la resolución de problemas.
- Facilitar un discurso matemático significativo. La enseñanza efectiva de las matemáticas promueve el diálogo entre los estudiantes, para que ellos puedan construir una comprensión compartida de ideas matemáticas, a través del análisis y comparación de los enfoques y argumentos.
- Poner preguntas con un propósito. Una enseñanza efectiva de las matemáticas utiliza preguntas con el propósito de evaluar y mejorar el razonamiento del estudiante y hacer sentido de ideas y relaciones matemáticas importantes.
- Lograr competencias procedimentales desde la comprensión conceptual. Una enseñanza de las matemáticas efectiva logra destrezas en procedimientos matemáticos basándose en la comprensión conceptual, de manera que los estudiantes, en el tiempo, se vuelvan hábiles usando procedimientos flexiblemente, a medida que resuelven problemas contextuales y matemáticos.
- Apoyar el esfuerzo productivo en el aprendizaje de las matemáticas. Una enseñanza de las matemáticas efectiva brinda consistentemente a los estudiantes oportunidades individuales y colectivas, y apoyo necesario para que se involucre en discusiones productivas a medida que se enfrentan con ideas y relaciones matemáticas.
- Obtener y usar evidencias del pensamiento de los estudiantes. Una enseñanza de las matemáticas efectiva utiliza evidencia del pensamiento del estudiante para

evaluar el progreso de comprensión matemática y ajustar continuamente la enseñanza de la forma que apoye y extienda el aprendizaje.

Esta discusión conllevó a considerar las estrategias didácticas en la planificación de la clase de Matemática como el medio que permite lograr aprendizajes en los estudiantes.

Las estrategias didácticas más allá de ser solamente un elemento lúdico o de mero activismo en la clase, deben de orientarse al aprendizaje, tal como lo manifiesta una participante de uno de los grupos focales (DE+10ASU): “Una cosa es planear una clase para enseñar y otra cosa es planear una clase para aprender”.

Finalmente, los docentes facilitadores que participaron en el Proyecto Habilidades para la vida 2015, desarrollaron estrategias didácticas en Matemática y Castellano. Se diseñan módulos de aprendizaje en cada disciplina con el objetivo de fortalecer habilidades para la vida, en el área de Matemática aplicar la Resolución de Problemas y la búsqueda de soluciones heurísticas. Los docentes planean clases de Matemática en conjunto, considerando las posibles soluciones, los errores y actividades de motivación.

Según los docentes tutores, esta forma de trabajo permite: el involucramiento de los estudiantes con los contenidos, se atienden diferentes estilos de aprendizaje, se prevén posibles interpretaciones y errores de los estudiantes, se promueve una mayor cercanía entre estudiantes y tutores, lo que facilita ambientes de confianza y de mayor participación estudiantil (O1EEM, O2EEM, O3EEM).

Aunque al desarrollar la experiencia con estudiantes de la carrera de Enseñanza de la Literatura y el Castellano, se observa que los estudiantes de Matemática no son muy creativos a la hora de planear y aplicar actividades o estrategias didácticas. Esta evidencia es expresada por ellos mismos, quienes dicen no contar con herramientas o prácticas que les ayuden a planear sus clases.

5.3 Consideraciones finales: Una experiencia con estrategias didácticas

Si bien es cierto que la presente investigación tiene por objeto de atención las estrategias o técnicas didácticas que conocen y aplican los docentes de Matemática,

resultó importante y valioso en el proceso de indagación, que las investigadoras implementaran dos estrategias didácticas distintas, en una clase de secundaria, con el fin de indagar sobre la viabilidad de implementación de las estrategias en el contexto nacional y sobre todo por conocer la valoración de los estudiantes luego de esta aplicación.

Posterior a la aplicación de los primeros cuestionarios a estudiantes de experiencia docente de la carrera de Enseñanza de la Matemática, en mayo 2014, las investigadoras formularon un planeamiento de clase, en el cual se tomó en consideración tanto los señalamientos de las cuatro fases de la planeación de estrategias como el modelo de planeamiento formulado en los Programas de Estudio de Matemática del Ministerio de Educación Pública (dicho planeamiento puede consultarse en el Anexo 2).

Por ejemplo, se analiza el contexto de aplicación de los problemas, al punto que la docente a cargo del grupo considera apropiados los problemas diseñados de acuerdo con los contenidos del Programa, en cuanto al lenguaje y nivel de dificultad.

En un siguiente paso, se realiza la experiencia de aplicación de las estrategias, con un grupo de estudiantes de octavo año de una institución pública, cuya calificación promedio en Matemática 60 (en una escala de 1 a 100), en una sesión de dos lecciones, es decir, con 80 minutos de duración (en los Anexos 3 y 4 pueden consultarse los materiales didácticos utilizados durante la sesión).

En la primera fase de la clase, se observa y escuchan los aportes de las y los estudiantes sobre las curiosidades matemáticas sobre las cuales se les habló. En general, hay un importante grado de satisfacción en torno a “las cosas nuevas que conocieron”, de hecho los y las estudiantes involucrados expresaron asombro y satisfacción porque les pareció interesante conocer de “cosas que no sabían” y que tenían que ver con la Matemática.

Lo cual podría llevar a afirmar (tal y como lo señala la literatura relacionada con la temática) que el establecer conexiones entre los contenidos matemáticos y situaciones de la vida real, por medio del uso de Anécdotas, curiosidades, historietas y humor, propicia ambientes de clase más cálidos, y por ende, más fecundos y útiles para llevar a cabo los procesos de enseñanza y aprendizaje de la disciplina, porque entre otras cosas despierta el interés, curiosidad y una actitud más positiva del estudiante hacia la disciplina.

En cuanto a la segunda etapa de la sesión, dedicada a la resolución de problemas, se observan y escuchan reacciones de los y las estudiantes sobre las dificultades experimentadas, entre ellas, la más común es la de “no entender que es lo que dice el problema qué hay que hacer”, la que a su vez se relaciona con la comprensión de lectura, una cuestión muy importante y poco atendida en el aprendizaje de la Matemática, pues va más allá de lo que sucede en las clases de esta disciplina.

Debe señalarse que en esta sesión de aplicación de dos estrategias se trabajó con seis grupos conformados por 4 estudiantes y que de dichos grupos solamente uno pudo hallar respuestas a las preguntas planteadas en el primer problema, y que para la formulación de la misma, recurrieron a hacer conversiones de fracciones y cantidades en notación decimal a números enteros (incluso pasaron del uso de kilogramos a gramos) con el fin de entender mejor y llegar a las respuestas.

Lo cual evidencia que de parte del estudiante existe el potencial para formular respuestas un tanto desligadas a las formas tradicionales de cómo se ha enseñado la Matemática y también evidencia una constante en Educación Matemática: la dificultad para trabajar con números racionales.

De esta experiencia en particular, también resulta oportuno señalar que la estrategia de resolución de problemas es de interés para los estudiantes, pues le permite “pensar más”, comunicarse con los compañeros y verse obligados a “hacer cosas”, siempre en el marco de verse asistidos por la docente como mediadora y guía pedagógica.

Finalmente, y aunque no es foco central de esta investigación, es oportuno que los y las docentes, valoren el papel que desempeñan los aspectos afectivos y emocionales, así como madurativos y socializantes experimentados por los y las estudiantes durante el aprendizaje de la Matemática, pues los mismos no dejan de tener injerencia en la forma en que los y las adolescentes asumen sus procesos educativos, en ocasiones estos aspectos tienen mayor trascendencia de la que se espera, por ejemplo, el miedo a participar en la clase por no parecer fuera de lugar cohibe a algunos estudiantes de manifestar sus ideas.

VI. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

6.1 Conclusiones.

6.2 Recomendaciones.

6.1 Conclusiones

- No existe claridad conceptual entre los términos estrategias, técnicas y actividades didácticas. Lo que podría influir en las decisiones de planificación y diseño de las lecciones de Matemática.
- Los docentes de Matemática participantes en el estudio, evidencian poco conocimiento de las estrategias didácticas, técnicas o actividades para el trabajo con la Matemática, este hallazgo podría deberse a que predominan clases tradicionales (Espeleta, 2014) y según los datos obtenidos, el docente tiende a aprender de sus profesores formadores. Se evidencia que según las creencias del docente acerca de la naturaleza de la Matemática se toman decisiones para el trabajo en el aula.
- Las actividades que se ponen en práctica no vinculan o relacionan el contenido matemático, son en general actividades motivacionales o lúdicas que permiten acercarse afectivamente al estudiante.
- El enfoque curricular constructivista ha calado en los docentes costarricenses como el enfoque alternativo al tradicional. Sin embargo, no existe evidencia de utilizarse mediante las mejores estrategias de enseñanza y evaluación. Por otro lado, el nuevo Programa de Matemática sugiere una serie de componentes curriculares que no se saben implementar, como lo son las habilidades matemáticas y que están relacionadas con las estrategias para implementar en las clases de Matemática. El trabajo en grupo que se sugiere en el Programa como momento de la clase, es utilizado sin mayor cambio al de una clase tradicional, resultados obtenidos en todos los grupos estudiados.
- Los docentes de Matemática sienten que han innovado o son muy creativos al planear actividades como juegos, trabajo en grupo o resolver un problema. Sin embargo, al analizar la experiencia, se encuentra que no se planea ni se vinculan la actividad con el contenido matemático que se enseña ni tampoco se utilizan para

explotar el potencial que podrían tener. Parece que los docentes de las nuevas generaciones dan más importancia al trabajo en grupo que a las clases magistrales. De igual modo, se descuidan los cierres de clases y se deja de llamar la atención de todos los estudiantes cuando es necesario.

- El docente de Matemática no cuenta con un repertorio que puede ajustar o adaptar para distintos contenidos, poblaciones o situaciones de clase.
- La experiencia desarrollada en el Proyecto de Habilidades para la vida, de manera interdisciplinaria es vista como innovadora, que permite lograr el fortalecimiento de habilidades cuantitativas en la resolución de problemas. Los facilitadores que son estudiantes avanzados en la carrera de Enseñanza de la Matemática expresan haber crecido profesionalmente, pues deben planear y aplicar actividades creativas, motivadoras y de resolución de problemas contextualizados, práctica que les permite ganar confianza profesionalmente. También un aspecto valorado como positivo es el hecho de trabajar en conjunto con colegas, pueden discutir lo que funciona o no, ya que se trabaja de dos en dos y con coordinadores que supervisan las prácticas, todo en un ambiente de confianza y con críticas constructivas, experiencia formativa.
- Tal y como se desprende de las apreciaciones de dichos estudiantes se tiene que al aplicar las diferentes estrategias en las clases de secundaria con docentes en formación, se obtienen valoraciones como: los docentes en formación afirman que el desarrollo de las estrategias propicia un mayor involucramiento de los estudiantes si se compara con clases donde no se desarrollan estrategias de este tipo; involucramiento que repercute en la motivación e interés de los estudiantes hacia la materia y además, se permite al estudiante comprender los contenidos con mayor facilidad dado que hay más espacios para dar instrucciones, para conversar entre pares sobre lo que se busca y analizar de forma minuciosa las posibles soluciones.

- Al analizar las estrategias que podrían ser idóneas o pertinentes se deben vincular con los objetivos o logros de aprendizaje. Relación que está ausente en todos los grupos estudiados, el docente parece no conocer cómo hacerlo, tampoco en los Programas de Matemática se explicita y en la formación inicial no se le da seguimiento.

6.2 Recomendaciones

- En la formación docente se podría trabajar la creatividad para desarrollarla en la utilización de estrategias didácticas, una forma es experimentándolas en las mismas clases para así valorarlas en cuanto a su alcance, disfrute, posibilidades y logros, pero también mejorarlas. Asimismo, es necesario aprender cuáles estrategias didácticas podrían ser idóneas o pertinentes para los objetivos o logros de los aprendizajes esperados.
- El estudio revela poco conocimiento de estrategias didácticas en el profesor de Matemática, lo que permite considerarse en la formación de docentes o la educación continua del docente. Hecho que se debe posiblemente al poco trabajo en conjunto de los docentes o bien los reducidos espacios para contar las experiencias de aula que tiene el docente de secundaria en Costa Rica. Se sugiere fortalecer la formación de docentes implementando estrategias didácticas y abrir espacios para el intercambio de experiencias con los docentes en formación y en servicio.
- Escribir folletos con resultados teóricos y empíricos que permitan reflexionar en los cursos de la carrera o las experiencias de docentes de secundaria acerca de las estrategias didácticas en las prácticas de aula.

VII. BIBLIOGRAFÍA

- Asensio, J., Acarín, N. y Romero, C. (2006). El cerebro y la mente emocional. En Asensio, J., García, J., Núñez, L. y Larrosa, J. *La vida emocional. Las emociones y la formación de la identidad humana* (pp.42-60). Barcelona: Ariel.
- Ayala, C., Galvez, J., Mozas, L. y Trallero, M. (s.f.). *La enseñanza y el aprendizaje de las Matemáticas Elementales. Manual del Programa de estrategias de resolución de problemas y refuerzo de las operaciones básicas (¡Pues Claro!)*. Madrid: CEPE.
- Barrera, F. (1999). *Métodos y técnicas participativas para el logro de un aprendizaje significativo en Matemáticas*. (Propuesta didáctica para obtener el Grado de Maestría en Enseñanza de las Ciencias con especialidad en Matemática). Universidad Autónoma de Nuevo León, Nuevo León, México.
- Barkley, E., Cross, P. y Major, C. (2007). *Técnicas de aprendizaje colaborativo*. Madrid: Morata.
- Bisquera, R. (s.f.). *Métodos de investigación educativa. Guía Práctica*. España: Grupo CEAC.
- Blanco, L. (1993). Una clasificación de problemas matemáticos. *Épsilon* (25), 1-10. Obtenido desde <http://www.eweb.unex.es/eweb/ljblanco/documentos/blanco93.pdf>
- Boggino, N. y Rosenkrans, K. (2004). *Investigación–acción: reflexión crítica sobre la práctica educativa*. Argentina: Homo Sapiens Ediciones.
- Castro, A., Méndez, M., Rojas, R. y Zamora, W. (2012). *Proceso de comunicación en el aula de Matemática* (Memoria de Licenciatura sin publicar). Universidad de Costa Rica, San José, Costa Rica.
- Charles, R. et al. (1999). *Matemáticas Intermedias Curso 2 Edición para el Maestro*. Estados Unidos: Scott Foresman Addison Wesley Longman Inc.
- Chávez, D. (2000). *Conceptos y técnicas de recolección de datos en la Investigación Jurídico Social*. Consultado el 20 de octubre del 2008. Obtenido de www.une.edu.py/maestriacs/tecnicas_de_recoleccion_de_datos.pdf
- Chaves, L. (2007). El paradigma cualitativo en la investigación acción: Una aproximación teórica. En Chaves, L., Díaz, M., García, J., Rojas, G. y Solís, N.

(Eds.), *Investigación-acción colaborativa: Un encuentro con el quehacer cotidiano del centro educativo para su transformación*. San José, Costa Rica: INIE.

Calderón, K. (2003). *La didáctica hoy. Concepciones y aplicaciones*. San José, C. R.: EUNED.

Cohen, L. y Manion, L. (2002). *Métodos de Investigación Educativa*. (2a Ed.). España: Ediciones La Muralla.

Colás, P. y Buendía, L. (1998). *Investigación educativa* (3ª edición). Sevilla: Alfar.

Cortés, J., Backhoff, E. y Organista, J. (2005). Análisis de estrategias de cálculo estimativo en escolares de secundaria considerados buenos estimadores. *Revista Mexicana de Investigación Educativa*, 10(25), 543-558. Obtenido desde la Base de Datos EBSCO (<http://eds.a.ebscohost.com.ezproxy.sibdi.ucr.ac.cr:2048/ehost/pdfviewer/pdfviewer?sid=b6ec7c1c-05b9-45b9-af11-c42b17d7922d%40sessionmgr4005&vid=1&hid=4213>)

Cruz, J. y Carrillo, J. (2004). ¿Qué aprenden los alumnos para la resolución de problemas? En Giménez, J., Santos, L. y Da Ponte, J. (Coordinadores). *La actividad matemática en el aula*. (pp.103-115). España: Graó.

Delgado, J. y Gutiérrez, J. (1999). *Métodos y técnicas cualitativas de investigación en Ciencias Sociales*. Madrid: Síntesis.

Díaz, F. y Hernández, G. (2006). *Estrategias docentes para un aprendizaje significativo. Una interpretación constructivista*. 2^{da} Edición. México: McGraw-Hill Interamericana.

Dri, L. y Flores, P. (Diciembre, 2008). Matechistes de fracciones. *Unión Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, Número 16, 197-214. Obtenido desde <http://www.gpdmatematica.org.ar/otrosaportes/matechistes.pdf>

Espeleta, A. (2014). *Estilos de Enseñanza del Docente de Matemática de la Carrera de Enseñanza de la Matemática en la Universidad de Costa Rica*. (Tesis Doctoral sin publicar). Universidad de Costa Rica: San José, Costa Rica.

- Ferreiro, R. (2007). Aprendizaje cooperativo. *Revista Electrónica de Investigación Educativa*, 9(2), 1-10. Obtenido desde <http://eds.b.ebscohost.com.ezproxy.sibdi.ucr.ac.cr:2048/ehost/pdfviewer/pdfviewer?vid=3&sid=89a28d13-5827-4b69-9e6b-28b060f68a08%40sessionmgr114&hid=109>
- Flores, P. (2003). *Humor gráfico en el aula de Matemáticas*. España: Ariel Ediciones.
- Flores, R. (2001). *Evaluación, Pedagogía y Cognición*. Colombia: McGraw Hill.
- Fonseca, J. y Sánchez, B. (Segundo semestre, 2010). Algunas relaciones entre algoritmos y resolución de problemas. *TEA Tecné, Episteme y Didaxis*. 28, 73-87. Obtenido desde <http://revistas.pedagogica.edu.co/index.php/TED/article/view/1075/1084>
- Giménez, J., Santos, L. y Da Ponte, J. (Coords). (2004). *La actividad matemática en el aula*. Barcelona: Graó.
- Gómez, I. (2000). *Matemática Emocional. Los afectos en el aprendizaje matemático*. Madrid: Narcea.
- Gutiérrez, M., Arias, J. y Piedra, L. (2009). Estrategias participativas para la enseñanza de las ciencias naturales en la Universidad de Costa Rica. *Revista Electrónica "Actualidades Investigativas en Educación"*, 9(2), 1-22, ISSN 1409-4703.
- Gurdián-Fernández, A. (2010). *El paradigma cualitativo en la Investigación socioeducativa*. San José: Universidad de Costa Rica.
- García, M. (2003). Mediación pedagógica en la Educación a distancia. *Revista Ciencias Matemáticas*, 21(1), 1-8. Obtenido desde <http://eds.b.ebscohost.com.ezproxy.sibdi.ucr.ac.cr:2048/ehost/pdfviewer/pdfviewer?vid=3&sid=89a28d13-5827-4b69-9e6b-8b060f68a08%40sessionmgr114&hid=109>
- Guirles, J. (2004). *Un proyecto matemático para el primer ciclo de primaria*. Sigma: Revista de Matemáticas. ISSN 1131-7787. N° 21, p.9-32.
- Groenwald, C. y Martínez-Padrón, O. (2007). Juegos y curiosidades en el currículo de Matemática. *Entretemas*, 4(7), 17-32. Obtenido desde

<http://www.etnomatematica.org/publica/articulos/01-Jueg-Curio-Clau-Osw-2007-Entretemas1.pdf>

Hernán, E., Carrillo, M. y Hernán, L (2008). *Curiosidades sobre las fracciones*. Consultado en http://www.catedu.es/matematices/index.php?option=com_content&view=article&id=23:curiosidades-sobre-las-fracciones&catid=13:nos&Itemid=48

Hernández, R. (2001). *Mediación en el aula. Recursos, estrategias y técnicas didácticos*. San José, Costa Rica: EUNED.

Hernández, R., Fernández, C. y Baptista, P. (2010). *Metodología de la investigación* [5ª Ed.]. México: McGraw Hill.

Latorre, A. (2005). *La investigación acción. Conocer y cambiar la práctica educativa*. (3a ed.). Barcelona: Graó.

Lee, C. (2010). *El lenguaje en el aprendizaje de las matemáticas*. Madrid: Morata.

Lupiáñez, J. (2013). Capítulo 4. Análisis didáctico: La planificación del aprendizaje desde una perspectiva curricular. En Rico, L., Lupiáñez, J.L. y Molina, M. (Eds)(2013). *Análisis Didáctico en Educación Matemática. Metodología de investigación, formación de profesores e innovación curricular*. Granada, España: Comares, S.L. (pp.103-120).

Martínez, O. (Junio, 2007). Semblanzas de la línea de investigación: Dominio Afectivo en Educación Matemática. *Paradigma*, 28(1), 237-252. Obtenido desde <http://www.scielo.org.ve/pdf/pdg/v28n1/art12.pdf>

Magendzo, A. (2008). *Dilemas del currículum y la pedagogía. Analizando la Reforma Curricular desde una perspectiva crítica*. Santiago, Chile: LOM Ediciones.

Mayan, M. (2001). *Una introducción a los métodos cualitativos: un módulo de entrenamiento para estudiantes y profesionales*. Obtenido desde <http://www.ualberta.ca/~iiqm/pdfs/introduccion.pdf>

Mercer, N. y Edwards, D. (1988). *El conocimiento compartido*. España: Paidós Ibérica.

Mercer, N. (1997). *La construcción guiada del conocimiento*. España: Paidós Ibérica.

- Mercer, N. (2001). *Palabras y mentes: Cómo usamos el lenguaje para pensar juntos*. España: Ediciones Paidós Ibérica.
- Ministerio de Educación Pública (2012). *Programas de Estudio de Matemática*. San José, Costa Rica.
- Muñoz, C., Andrade, M. y Cisneros, M. (2011). *Estrategias de interacción oral en el aula: Una didáctica del discurso educativo*. Bogotá: Magisterio.
- National Council of Teachers of Mathematics (2015). *De los principios a la acción. Para garantizar el éxito matemático para todos*. Estados Unidos: NCTM.
- Programa Estado de la Nación (2013). *Cuarto Informe Estado de la Educación*. San José, Costa Rica: Programa Estado de la Nación.
- Quecedo, R. y Castaño, C. (2003). Introducción a la metodología de investigación cualitativa. *Revista de Psicodidáctica*, (14), 5-40. Obtenido desde <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=17501402>
- Real Academia Española (2014). *Diccionario de la Lengua Española*. Consultado en línea en www.rae.es
- Salazar, S. (2012a). *El conocimiento pedagógico del contenido como modelo de mediación docente*. San José, Costa Rica: Coordinación Educativa y Cultural (CECC/SICA).
- Salazar, S. (2012b). *El conocimiento pedagógico del contenido como modelo de mediación docente [multimedia]*. San José. C.R.: Coordinación Educativa y Cultural.
- Sandín, M. (2003). *Investigación cualitativa en Educación: Fundamentos y Tradiciones*. España: McGraw-Hill.
- Solaz-Portolés, J. y Sanjosé, V. (2007). Resolución de problemas, modelos mentales e instrucción. *Revista Electrónica de Enseñanza de las Ciencias*, 6(1), 70-89. Obtenido desde http://reec.uvigo.es/volumenes/volumen6/ART5_Vol6_N1.pdf
- Sanjosé, V., Valenzuela, T., Fortes, M. y Solaz-Portolés, J. (2007). Dificultades algebraicas en la resolución de problemas por transferencia. *Revista Electrónica de Enseñanza de las Ciencias*, 6(3), 538-561

Unidad II Operaciones con fracciones. Tema 5 Multiplicación de fracciones (s.f.).
Consultado en
http://www.conevyt.org.mx/cursos/cursos/ncpv/contenido/libro/nycu2/nycu2_t5.htm

Vadillo, G. y Klingler, C. (2004). *Didáctica: Teoría y práctica de éxito en Latinoamérica y España*. México: McGraW-Hill Interamericana.

Valles, M. (1996). *Técnicas cualitativas de investigación social: Reflexión metodológica y práctica profesional*. España: Síntesis.

Vázquez, P. (2000). *Los paradigmas en la psicología de la educación: una mirada introductoria*. México: Instituto de Ciencias Sociales y Administración, Universidad Autónoma de Ciudad Juárez.

VIII. ANEXOS

Anexos

Anexo 1: Cuestionario aplicado a estudiantes de Experiencia Docente.

Anexo 2: Planeamiento de clase de octavo año.

Anexo 3: Algunos problemas interesantes.

Anexo 4: Curiosidades sobre Las Fracciones.

Anexo 5: Transcripción del Taller “Prácticas Efectivas en Enseñanza de la Matemática que favorecen el aprendizaje de los estudiantes” impartido por la Dra Trena Wilkerson.

Anexo 6: Cuestionario aplicado a Docentes en Servicio.

Anexo 7: Resumen de ideas abordadas en el Grupo Focal con Docentes con más de 10 años de servicio.

Anexo 8: Estrategias didácticas implementadas en Experiencia Docente de Matemática.

Anexo 1: Cuestionario aplicado a estudiantes de Experiencia Docente



Universidad de Costa Rica
Instituto de Investigación en Educación, INIE / _____ / # Cuestionario

Estimado(a) estudiante:
El siguiente cuestionario tiene como objetivos indagar acerca de las estrategias didácticas que se utilizan en el aula de Matemática y determinar las razones que justifican esa elección.
Para lograr tales objetivos, le solicitamos responder con sinceridad y claridad a las preguntas que se plantean; los resultados se tratan de forma anónima y confidencial.

I. DATOS PERSONALES. Por favor encierre con un círculo el número que corresponde a su respuesta.

1. Sexo: 1. Mujer 2. Hombre
2. Edad (en años cumplidos): _____
3. Indique el número de lecciones semanales que tiene asignadas: _____
4. Indique el número de estudiantes que tiene asignado _____
5. Tiene estudiantes con adecuaciones significativas
1. Sí 2. No (Pase a la pregunta 8)
6. Indique el total de estudiantes con adecuaciones curriculares _____.
7. Indique el total de estudiantes con adecuación en cada categoría:
A. Significativas _____
B. No significativas _____
C. De acceso _____
8. Lugar de trabajo: _____

II. ASPECTOS RELACIONADOS CON ESTRATEGIAS DIDÁCTICAS. En los casos que se requiera por favor encierre con un círculo el número que corresponde a su respuesta.

9. En la siguiente escala marque con una x el grado de conocimiento que usted considera posee acerca de estrategias didácticas:

Bajo, _____, _____, _____, _____, _____, _____, _____, Alto

10. En sus propias palabras responda: ¿qué es una estrategia didáctica?

18. ¿En qué áreas le gustaría capacitarse?

19. ¿Cómo calificaría las herramientas didácticas adquiridas durante su formación para ser docente de Matemática en secundaria?

1. Muy mala 2. Mala 3. Regular 4. Buena 5. Muy buena

20. ¿Cuáles sugerencias haría al Plan de Estudios de la carrera para tener más herramientas acerca estrategias didácticas?

21. ¿Cuáles sugerencias haría a la hora de elaborar material bibliográfico acerca de esta temática, con el fin de que resulten de utilidad a docentes en formación?

22. En forma general ¿cómo calificaría su disposición de recomendar la formación recibida en la carrera de Enseñanza de la Matemática? Por favor, utilice una calificación entre 0 y 10, donde 0 es definitivamente NO y 10 es definitivamente SI: / ___ / ___ /

23. ¿Qué sugeriría hacer para que su disposición de recomendarla aumente o se mantenga?

III. ASPECTOS RELACIONADOS CON EXPECTATIVAS SOBRE PROFESIÓN DE DOCENTE. Por favor encierre con un círculo el número que corresponde a su respuesta.

24. ¿Cuál es su nivel de satisfacción con su profesión?

1. Muy bajo 2. Bajo 3. Regular 4. Alto 5. Muy alto

25. ¿Por qué dio esa calificación?

¡Muchas gracias por la información suministrada!

Anexo 2: Planeamiento de clase de octavo año

<u>Planeamiento de la lección</u> Tercer Ciclo Nivel 8° año Conocimientos Operaciones, cálculos y estimaciones: Multiplicación de números racionales		
Habilidades Específicas	Estrategias de mediación	Estrategias de evaluación
1. Aplicar la multiplicación y división de números racionales en diversos contextos.	<p>Multiplicación de números racionales.</p> <p>I. Propuesta de un problema:</p> <p>Maritza compra un queso completo que pesa $3\frac{1}{2}$ k. Pagó 10 500 colones por todo el queso. Si su tía Rosa quiere una cuarta parte del total y su prima Ana una quinta parte de esos $3\frac{1}{2}$ k,</p> <ul style="list-style-type: none"> • ¿Cuál es el costo de un kilogramo de queso? • ¿Cuántos kilogramos de queso debe de dar a cada una? • Y ¿cuánto dinero debe cobrar Maritza tanto a Rosa como a Ana? <p>II. Trabajo estudiantil independiente:</p> <p>Durante un tiempo prudencial (diez minutos), los estudiantes leen y analizan la información brindada con el fin de dar una solución al problema. En ese tiempo la docente observa y aclara las consultas que puedan realizar los estudiantes.</p>	<p>Mediante una serie de problemas se hace uso de las operaciones utilizadas, para resolver situaciones que requieren de éstas.</p> <p>Se resuelven problemas tales como:</p> <p>1. En su tienda de abarrotes, don Javier va anotando diariamente lo que vende de azúcar y así saber qué cantidad reponer. En la lista de hoy, él anotó nueve veces medio kilogramo y desea saber ¿cuántos kilogramos son en total esas nueve veces medio kilogramo?</p> <p>2. Ramiro vende manzanas en el Mercado Central de San José; si a cada caja que recibe le caben $8\frac{1}{4}$ kilogramos de manzanas y el lunes recibió 4 cajas, ¿cuántos kilogramos de manzanas tiene para vender Ramiro?</p> <p>Ahora, Ramiro vendió, de sus 4 cajas de manzanas, sólo $2\frac{1}{2}$ cajas. ¿Cuántos kilogramos de manzanas vendió Ramiro?</p> <p>Esto permite evidenciar si se aplican o no la operación para resolver situaciones.</p>

III. Discusión interactiva y comunicativa:

Luego en subgrupos pequeños de cuatro compañeros, analizan las propuestas de cada uno y llegan a un consenso en la solución que encontraron.

Los estudiantes una vez que han analizado la situación problema, exponen al resto del grupo la forma y las estrategias utilizadas para dar “solución” a lo planteado. En este espacio se discutirán los distintos resultados.

IV. Clausura o cierre:

- La docente discute la solución al problema planteado.
- Se expone la notación correcta para referirse a cada componente.

Anexo 3: Algunos problemas interesantes²



Imagen tomada de <http://www.revistasumma.com/negocios/32897-queso-turrialba-historia-y-sabor-de-una-denominacion-de-origen.html>

1. Maritza compra un queso completo que pesa $3\frac{1}{2}$ kg. Pagó 10 500 colones por todo el queso. Si su tía Rosa quiere una cuarta parte del total y su prima Ana una quinta parte de esos $3\frac{1}{2}$ k,

- ¿Cuál es el costo de un kilogramo de queso?
- ¿Cuántos kilogramos de queso debe de dar a cada una?
- Y ¿cuánto dinero debe cobrar Maritza tanto a Rosa como a Ana?



Imagen tomada de <http://www.behance.net/gallery/1853277/Azucar-Dona-Maria-packaging>

2. En su tienda de abarrotes, don Javier va anotando diariamente lo que vende de azúcar y así saber qué cantidad reponer. En la lista de hoy, él anotó nueve veces medio kilogramo y desea saber ¿cuántos kilogramos son en total esas nueve veces medio kilogramo?



Imagen tomada de http://www.conevyt.org.mx/cursos/cursos/ncpv/contenido/libro/nycu2/nycu2_t5.htm

3. Ramiro vende manzanas en el Mercado Central de San José; si a cada caja que recibe le caben $8\frac{1}{4}$ kilogramos de manzanas y el lunes recibió 4 cajas, ¿cuántos kilogramos de manzanas tiene para vender Ramiro?

Ahora, Ramiro vendió, de sus 4 cajas de manzanas, sólo $2\frac{1}{2}$ cajas. ¿Cuántos kilogramos de manzanas vendió Ramiro?

²Estos tres problemas referidos han sido contextualizados, pues las ideas han sido tomadas de http://www.conevyt.org.mx/cursos/cursos/ncpv/contenido/libro/nycu2/nycu2_t5.htm

Anexo 4: Curiosidades sobre las fracciones³

Sabías que:

- Una botella medio vacía es lo mismo que una botella medio llena.
- Muchos de los relojes que hay en los campanarios dan las horas, pero también dan los cuartos y las medias.
- Si das una vuelta completa a la Tierra por el ecuador, sólo habrás recorrido aproximadamente una décima parte de la distancia que hay entre la Tierra y la Luna.
- Dos amigas han comprado un libro y lo han comprado a medias. Cada una pagó la mitad.
- Hay botellas de vino de 1 litro o de 2 litros, pero la mayoría son de $\frac{3}{4}$ de litro.
- Hay veces que la Luna está en cuarto creciente, y otras en cuarto menguante.
- De la superficie de nuestro planeta, la Tierra, las tres cuartas partes ($\frac{3}{4}$) están cubiertas por el agua de los mares y los océanos. Sólo una cuarta parte ($\frac{1}{4}$) es "tierra".
- ¿Te has dado cuenta que $\frac{1}{2} < \frac{3}{4} < \frac{5}{6} < \frac{7}{8} < \frac{9}{10} < \frac{11}{12} < \dots$ y $\frac{1}{2} < \frac{2}{3} < \frac{3}{4} < \frac{4}{5} < \frac{5}{6} < \frac{6}{7} < \frac{7}{8} < \dots$ que
- Si pones agua en una copa hasta la mitad, ¿está medio llena o medio vacía?
- Un centavo y un céntimo son la misma cosa, CENTAVO viene de CIENAVO CÉNTIMO viene de CENTÉSIMO.
- Un centímetro es la centésima parte ($\frac{1}{100}$) de un metro. En un metro hay 100 centímetros. Pero un centímetro cuadrado no es la centésima parte de un metro cuadrado. En un metro cuadrado, ¿sabes cuántos centímetros cuadrados caben? Si lo calculas sabrás que un centímetro cuadrado es la diezmilésima parte de un metro cuadrado.
- El sistema solar incluye el Sol, los nueve planetas y sus satélites. Pues bien, sólo una centésima parte de la masa de todo el sistema pertenece a los planetas y sus satélites. El sol contiene $\frac{99}{100}$ de la masa del sistema solar.
- Sólo $\frac{1}{8}$ del hielo de un iceberg está por encima del agua, los restantes $\frac{7}{8}$ están bajo el agua.

³Las presentes curiosidades han sido modificadas y fueron tomadas de http://www.catedu.es/matematices/index.php?option=com_content&view=article&id=23:curiosidades-sobre-las-fracciones&catid=13:nos&Itemid=48

Anexo 5: Transcripción del Taller “Prácticas Efectivas en Enseñanza de la Matemática que favorecen el aprendizaje de los estudiantes” impartido por la Dra Trena Wilkerson

Universidad de Costa Rica

Facultad de Educación

Presentación de la Profesora Wilkerson.

Traducción: Diego Solís Worsfold

Digitación: Jason Ismael Rojas Rojas

Cámara: Wendy Zamora Monge

Lugar: Facultad Educación, Aula 214

Día: Lunes 09 de Marzo del 2015

Hora: 18:00-20:00

Algunas especificaciones:

1. El presente documento digital contiene la exposición de la Profesora Wilkerson.
2. Cuando los estudiantes presentes en la actividad responden, preguntan o comentan, se indica por medio de “Estudiante dice:”.
3. En algunos casos cuando pareció necesario indicar que la Profesora Wilkerson era la que respondía, preguntaba o comentaba, se indica por medio de “Wilkerson:”. Esto con el objetivo de no perder la secuencia, además de clarificar que es ella la que aporta contenidos en dicho momento.
4. El presente documento se divide en tres secciones, a saber, siguiendo la división de los tres videos utilizados.
5. La carpeta llamada “I Parte VIDEO_TS” contiene dos videos. Estos son los dos primeros que aparecen en el presente documento.
6. En el caso de la carpeta “II Parte VIDEO_TS” contiene el tercer video contemplado en el este documento.
7. Al final del documento aparecen extractos de “Principios para la Acción” del National Council of Teachers of Mathematics, específicamente “Prácticas para la

Enseñanza de las Matemáticas”, aspectos que fueron citados en las diapositivas que utilizó la Dra. Wilkerson.

SECCIÓN 1. VIDEO 1. (3:27)

La profesora Wilkerson es profesora de Matemática.

NCTM El Consejo Nacional de Profesores de Matemáticas.

En Estados Unidos tenemos una organización que abarca todo el país.

La organización no sólo ayuda en enseñar matemáticas, sino en cómo se aprende.

La profesora Wilkerson tiene 40 años de pertenecer a esta organización.

Pertenece a la Junta Directiva de esta organización.

Estrategia que tiene que ver con pensar, compartir estrategias en matemáticas, un tipo de técnicas.

Primero hay que pensar, luego se comparte, y luego se comparte con todo el grupo.

Con el desarrollo de la presentación, se leen las diapositivas utilizando dicha técnica.

¿Qué es lo que ustedes han experimentado en un colegio o que han observado en otros profesores como una práctica efectiva para dar clases en matemáticas?

¿Cuáles son características de una buena enseñanza de la matemática?

Respuesta de la dinámica.

-Enseñar, practicar y ver aplicaciones.

-En otro caso, de las aplicaciones, de lo que se ve en la realidad, crear matemática.

-Tratar de pasar de lo inductivo a lo deductivo.

Wilkerson: Es una forma correcta de acercarse a la matemática. Primero pienso en la aplicación y luego como me devuelvo a la matemática pura.

Eso genera la pregunta ¿Deberíamos comenzar con una aplicación y luego pensar en matemática? o ¿Empezar matemática y llevo a la aplicación?

R/ Estudiantes: Por el miedo que se le tiene a la matemática, se tiene que tener buena actitud, tanto hacia la materia como hacia el estudiante.

Wilkerson: Ese es el reto del profesor, hacer que al estudiante le guste la matemática tanto como nos gusta a nosotros, o por lo menos un estudiante que venga a la próxima clase.

En los Estados Unidos los récords que tienen es que a los niños les gusta la matemáticas, desde pequeños, luego cuando son adolescentes no tanto.

¿Pasa lo mismo aquí?

Estudiantes: Si, luego cuando llegan a la universidad no soportan ni el contacto.

Buscan carreras que no tengan nada que ver con las matemáticas.

Wilkerson: Su gran meta entonces, es hacer una persona que aprecie las matemáticas y que sepan que es importante para ellos.

¿Cómo se hace esto?

Un principio de la organización que está aquí, es que una enseñanza efectiva de la matemática requiere un conocimiento claro de que los estudiantes saben o por lo menos necesitan saber, además lo importante que debe ser, o el reto que significa apoyarlos para que lo aprendan bien.

¿Cómo hacemos para asegurarnos de que aprendan bien matemática pero que les damos un soporte correcto durante todo ese proceso?

¿Qué es lo que tengo que saber yo como profesor para ser un profesor efectivo?

Se les pide a los estudiantes que respondan de manera inmediata a la pregunta anterior. Lo primero que piensan.

Estudiantes:

-Técnicas didácticas.

-Disciplina.

-Amar la matemática.

Si a ustedes no les gusta realmente lo que están enseñando, a los estudiantes tampoco les gustará.

¿Hay alguna de la rama de la matemática que más le guste, que más le llame la atención?

R/ Estudiantes:

- Análisis.
- Geometría.
- Trigonometría.

Wilkerson:

Cuando ustedes enseñan esas ramas, cada uno ¿Lo enseñan con pasión?

R/ Estudiantes:

- Los estudiantes lo notan.
- Hasta le parecen más fáciles.

Wilkerson: ¿Ustedes van a enseñar casi siempre lo que más les gusta?

Pero ustedes si necesitan tener el mismo entusiasmo cuando enseñan a los estudiantes esas otras ramas que no les gustan tanto.

Eso es ser como un actor, una actriz, por lo menos algunas veces.

Alguien mencionó anteriormente que se debe manejar bien la teoría, tener buenos contenidos.

Buenas estrategias, mejores recursos para el aula.

Tener un ambiente que atrae. Tiene que ver con disciplina y como los profesores manejan a los estudiantes.

Pero tiene que ir más allá, no es solo disciplina, y como el estudiante no solo trabaja con el profesor, sino como logra conectar con los compañeros.

Se invita a leer la Página 4 del documento que tienen a mano.

Vamos a ver algunas de las prácticas que están en el folleto, yo voy a hacer algunas preguntas, ustedes también pueden preguntar de vuelta.

Establecer metas matemáticas centradas en el aprendizaje.

¿Cómo deciden ustedes que es lo que van a enseñar?

Tenemos un programa nuevo en Costa Rica.

La idea es cumplir ese plan, la idea es ir paso a paso cumpliendo con los objetivos. Ustedes tienen claro cuál es su meta desde el plan pero también tiene un objetivo que es lo que ellos van a aprender desde el aula.

¿Cuál les parece que es el reto que tiene ese nuevo plan?

R/ Estudiante: Que el estudiante lo que aprenda en el primer año de colegio pueda mantener ese conocimiento durante todo el ciclo.

Wilkerson: ¿Hace cuánto publicaron el nuevo plan?

R/ Estudiantes y presentes: En el 2013. El 21 de mayo se aprobó.

Wilkerson: Ustedes están en Costa Rica, como en Estados Unidos que se aprobó un nuevo plan en la Escuela.

Quiere decir que los que están en séptimo ahora, no han tenido el curriculum completo. Es más complicado para los que están en quinto año, porque no estuvieron en este nuevo plan.

Es decir, quienes están más arriba en el proceso de transición quedaron por fuera.

Nos estamos encontrando con vacíos en el conocimiento de esos estudiantes.

¿Cómo hacen ustedes para decir cuál es el problema, cual es el reto a cumplir con esos estudiantes? ¿Cómo se define eso? ¿Cuál es el reto con esos estudiantes?

R/ Estudiante: Desde un objetivo específico, usted lo adecúa al contenido y busca un problema que responda tanto al contenido como al objetivo.

Wilkerson: Hay algunas tareas, algunos procedimientos que me pueden llevar a una respuesta, y a una sola respuesta.

Pero hay otros, que son tareas que requieren pensamiento y además de caminos que llegaría a distintas respuestas.

Ustedes han tenido recientemente algún problema que han visto en algún libro o en algún tipo de trabajo, en el que realmente es una tarea que va más allá, es decir que es un gran reto para los estudiantes.

Y que realmente los va a hacer pensar.

R/ Estudiante: No tanto un problema en sí, sino que el simple hecho del cambio en los programas los hace pensar de que venían acostumbrados a resolver, resolver, resolver ejercicios mecánicamente y ahora no.

Wilkerson: Para los estudiantes es más difícil de sistema porque no están acostumbrados a esta forma, entonces cambiarlos en este momento está complicado.

La mayor parte de estudiantes tuvieron a un profesor que estuvo al frente, les dio el ejercicio, la materia, ahora sí, resuelvan a partir de la materia.

Ustedes que lo aprendieron de esa forma, están pidiendo que lo hagan de manera diferente.

Ese tipo de problema nuevo, esa nueva propuesta le está permitiendo a los estudiantes resolverlo de forma distinta.

Entrar el problema, por lo menos a analizarlo de forma distinta, y algunos, la gran mayoría tiene salidas diversas, el problema tiene muchas salidas, no es una salida fija.

Vamos a ver conexiones importantes en representaciones matemáticas, lo visual, lo físico, todo lo que tiene que ver con el contexto, lo verbal y lo simbólico, pero no solo eso de forma circular, sino conectado de múltiples formas.

¿Listos para hacer algo de matemática en estos momentos?

Hagamos un problema:

¿Alguna vez han escuchado la película ¿Chain of favours? (Cadena de favores)

Es una película donde una persona le hace un favor a otra, a tres y luego se convierte en una cadena.

Mario le va a hacer un favor a tres personas (Ana, Maricela y Minor).

Y ellos tres a tres personas más.

Tenemos a un estudiante que cree, en la película, que si eso continúa por cierta cantidad de tiempo habrían millones de personas recibiendo mucha felicidad, grandes favores.

La gran pregunta es ¿Cuánto tiempo pasaría para que millones de personas estuvieran haciendo grandes cosas para otras?

¿Cuál es la razón de crecimiento para esos favores?

R/Estudiantes: Es exponencial.

Wilkerson: ¿Cómo saben?

Son múltiplos, múltiplos de tres.

Piensen como estudiantes ¿Qué harían ellos para aproximarse a las respuestas, al procedimiento?

¿Cuántas cosas buenas se habrían hecho para la quinta etapa?

Considerando la primera, a la que Mario contrató, a la quinta etapa ¿Cuántas cosas buenas se han hecho para la quinta etapa? ¿Cuántos favores?

SECCIÓN 2. VIDEO 2. (5:05)

Wilkerson: Ahora que estaba caminando entre ustedes, me concentré en qué tipo de representaciones estaban utilizando.

¿Qué es lo que ustedes utilizaron?

Todos lo hicieron diferente. Ana hizo un árbol pero le agregó algo diferente, no solo dibujó el árbol, sino que agregó la persona allí.

¿Qué hizo Thara cuando se le acabó el cuaderno?

Responde Thara: Buscar un patrón, una forma más eficiente.

Wilkerson: Eso es la matemáticas al fin de cuentas, una manera más eficiente.

Hay una pregunta que hizo Javier ¿Cuántos favores se hacen en la etapa cinco o cuántos salen de allí o cuántos favores vienen halándose desde antes ¿Qué necesitan?

¿En cuál estaban ustedes? ¿En cantidad de favores en ese momento, en la etapa cinco o estaban sumando todo lo anterior?

R/ Estudiantes: Todo lo anterior.

¿Qué hubiese pasado si yo hubiese preguntado cuantas buenas cosas se hubiesen hecho en la etapa diez? ¿Qué hubiesen hecho sus estudiantes en ese momento?

¿Quién quiere hacer esa multiplicación? ¿Qué harían? ¿Qué harían sus estudiantes para resolver eso?

Es mentira que si uno está en noveno o en décimo se va a poner a hacer la suma desde antes.

En la universidad no que más que hacer el cálculo, pero en el colegio no.

R/ Estudiante: Crean una asociación.

Wilkerson: Pero si no han visto el símbolo no saben cómo manipularlo.

R/ Estudiante: Empiezan a poner 3 a la O más 3 a la uno más 3 a la...

Wilkerson: ¿Serían ellos capaces de hacer un árbol grandísimo en el cuaderno?

¿Pero si el profesor quiere la etapa cien?

La mayoría no va a seguir.

Pensando en esas representaciones ¿Cuáles serían algunas que se pueden utilizar?

La gran mayoría de ustedes tiene una representación visual.

Algunos cruzaron a la simbólica.

Algunos de ustedes podrían usar lo verbal porque lo conversaron.

¿Fue hecho en algún tipo de contexto?

¿Se acuerdan cuando comentamos que el contexto es importante para un tema específico o la matemática pura ya lejos del contexto?

En este caso comenzamos la aplicación y dejamos la matemática pura hasta el final.

¿Qué pasa con lo físico?

La gran mayoría en el colegio, hace un fila, se para el primero se hace un favor que se hacen tres, luego esos tres escogen otros tres compañeros y hacen el árbol con los compañeros de la clase, y así lo entienden mejor, algunos.

¿Algunos usaron una tabla para hacerlo?

¿Se podría también o no se puede?

Es una tabla que tiene que ver con número de etapa y cantidad de favores.

¿Alguno pensó en graficar? ¿Cómo se vería graficado?

¿Ven como es este problema que parecía tan sencillo y tiene tantas maneras de resolverse?

Estamos en el punto número cuatro que tiene que ver con facilitar un discurso matemático significativo, para que lo vean en este momento, en la tabla el número cuatro.

Y les voy a hacer una pregunta.

Todos estaban trabajando entre ustedes y el profesor camina entre sus estudiantes.

¿Qué es lo que ustedes van a estar escuchando y observando como profesores?

Otra vez ¿Qué es lo que a ustedes les interesa como profesores mientras observan a los estudiantes trabajar?

¿Me gustaría saber qué es lo que observan ustedes como profesores además que es lo que ustedes están buscando de los estudiantes?

R/ Estudiante: Las estrategias que utilizan.

Wilkerson: Lo más importante es el procedimiento, entonces ¿Cómo fueron avanzando?

R/ Estudiante: El cómo plantean el procedimiento.

Wilkerson: Es importante como profesores que es lo que están haciendo y qué es lo que pueden escribir, algunos estudiantes no lo quieren pensar y escribirlo, y ustedes no saben si copió. Yo he aprendido en mi experiencia de más de 30 años como profesora, tienen que aprender a expresar lo que han hecho de forma escrita, para que el profesor pueda dirigirlo.

R/ Estudiante: Ligado a lo que decía el compañero, cuando el estudiante no puede expresar mediante la escritura, es donde nosotros lo conversamos, preguntarle para que lo pueda decir verbalmente. Que argumente que fue lo que hizo, porque no es diestro escribiendo todo el proceso.

Se le pide a una estudiante que comparta su aporte en esta dinámica.

R/ Estudiante: Es importante ver cómo está trabajando el estudiante, cuál es el proceso que lleva, y en caso que el estudiante tenga obstáculos o no pueda avanzar con

facilidad, general preguntas que él pueda ir contestando en el proceso hasta llegar a un resultado.

Wilkerson: Los profesores tenemos que estar listos para preguntar más.

Es importante tomar todas esas nuevas preguntas cuando están en un problema.

Ustedes están anticipando las preguntas de los estudiantes.

¿Tiene sentido anticipar lo que ellos vayan a preguntar? ¿Adelantarse a las preguntas del estudiante? Posiblemente eso es muy complicado. Las clases tienen 30 estudiantes. Todos piensan de diferente forma.

Entonces, imagínense ustedes planeando y pensando en 30 formas distintas en las que los estudiantes van a entender el problema y hasta en errores que puedan cometer esos 30. Y si alguno ni siquiera puede empezar ¿Qué se hace con ellos?

Yo he tenido experiencia con mis estudiantes cuando va a ser profesores, cuando van a dar clases, cuando una persona les pregunta, tienen la tentación de dar la respuesta inmediatamente.

¿Quieren ustedes dar la respuesta inmediatamente cada vez que les preguntan?

R/ Estudiantes: Si.

Wilkerson: Eso es muy difícil, viviendo en el mundo de la matemática uno quiere dar la respuesta, pero tienen que practicar no hacerlo.

R/ Estudiante: Ellos tienen que aprender a leer, por ejemplo, leer una oración, el punto, la coma, alguna conexión, analizar y pasar a la siguiente oración, y así logran ir comprendiendo un poco más.

Wilkerson: Es una idea principal, al menos se asegura como profesor que al menos entendieron el problema.

R/ Estudiante: Cuando uno tiene un estudiante que no sabe ni como comenzar el problema, no tiene esa noción, uno se ve tentado ni siquiera a dar una guía, sino a hacérselo, para ver si en el proceso que uno se lo hace, entiendan, yo sé que no es lo correcto pero uno termina lo termina haciendo.

Wilkerson: ¿Lo han hecho? Es complicado.

Estos dos educadores matemáticos (Smith y Stone) Tienen cinco principios que sostienen el discurso en el aula:

1. Anticipar las reacciones de los estudiantes antes de la lección. Entonces yo tengo que pensar como posiblemente, ellos se van a acercar a ese problema.
2. Monitorear o dar un seguimiento de que es lo que están haciendo cuando la instrucción se generó. Lo que acaba de hacer Wilkerson con el grupo.
3. Luego seleccionar estudiantes para que socialicen el resultado. Es lo que se acaba de hacer.
4. Darle una sistematización al procedimiento que ese estudiante hizo ¿Qué fue lo que hizo en ese procedimiento?

En este caso, yo decidí comenzar con la representación de los árboles. ¿Tienen alguna idea de por qué hice esto?

R/ Estudiante: La parte visual.

R/ Estudiante: No necesita tanto conocimiento previo.

Wilkerson: Si resumimos lo que acaban de decir, es una estrategia que se puede usar para cinco pasos, usualmente es muy bonita y además todos la conocemos.

¿Qué hago después de que tengo ese árbol diseñado todo listo? ¿Qué se hace?

R/ Estudiante: Tratar de buscar un patrón.

Estudiante: Análisis numérico.

Wilkerson: Muy bien. Nunca terminamos, nunca llegamos a la parte final de la clase.

Solo queda una idea general.

5. Lo último sería lo que pasó ahorita, conectar procedimientos e ideas de distintas partes del aula, cruzarlas.

¿Qué conexiones pudieron hacer en ese momento?

En el caso del Álgebra, lo numérico apareció por allí.

R/ Estudiante: Primero lo visual que es el arbolito, luego se encontró el patrón, que es más numérico, pasó por el análisis que es generar una función, incluso pasó por geometría que fue el graficar.

Wilkerson: Y hasta nos encontramos una tabla en un caso.

SECCIÓN 3. VIDEO 3. (5:35)

Wilkerson: ¿Cuántos fueron a la segunda etapa?

Entonces ellos van sumando conforme ustedes les van dando las preguntas, agregando.

Pero si yo entro directamente a que generalicen en la etapa 20, tengo que asegurarme de que esa pregunta va a ser un nivel más alto.

Ahora pensemos en otra cosa.

Wilkerson: Supongan que ya hicieron esa clase y que está listo.

Después de que han sistematizado todo ese cono cimiento, los estudiantes están listos, y ustedes le dicen, lo del juego era mentira, no hizo tres favores, eran cinco favores, no cambio solo porque ya no son tres ¿Qué pasó? ¿Por qué cambió?

O más complicado todavía ¿Se podrá “Scrabble” con tres favores en cadena, llegar a un número exacto con 171 favores ¿Será posible que con tres favores por personas llegar a esa suma?

Por qué la eficiencia nos llevó a un exponencial. Entonces, si lograron eso, cuéntenme inmediatamente una etapa 5 ó 6 más alta.

Ahora díganme ustedes una pregunta, una buena pregunta. Hablen con el compañero de nuevo, la técnica se va a mantener.

¿Cuál sería una buena pregunta?

R/ Estudiante: No sé si exactamente es una pregunta, pero estábamos discutiendo de la posibilidad de que si nosotros hacemos tres favores, yo le hago tres favores a ellos, todos ellos, de los tres favores que tienen que hacer me hacen uno a mí.

Wilkerson responde: El árbol se cae.

Estudiante interviene: Nosotros estábamos pensando en qué pasa si conforme van pasando las etapas, una persona deja de hacer el favor, y en la otra etapa dos personas dejan de hacer el favor.

Wilkerson: En la primera etapa todo sale bien pero no en la segunda.

Esas son preguntas que extienden el problema.

Algunas veces cuando los estudiantes están trabajando vamos a hacer preguntas pero con un objetivo muy claro. Algunas veces solo para recibir información. Algunas veces para darse cuenta, ustedes como profesores que es lo que están pensando.

No es solamente que es lo que están pensando o sintiendo, sino que realmente salga la matemática en su quehacer.

Algunos hacen el dibujo del árbol, lo logran hacer muy bien, pero cuando se tiene que cruzar a la parte algebraica no lo logran.

Algunas preguntas tienen que ver si esa persona puede reflexionar en lo que hizo, pero no solo reflexionar sino que justifica esos pasos.

El estudiante trabajó muy bien, la respuesta está correcta, pero yo le puedo hacer una pregunta para que él ordene sus ideas.

Hay un panorama básico entre dos términos, los cuales, lo conceptual y el procedimiento (procedimental), con los estudiantes hemos tenido discusiones de cual es primero. Yo tengo compañeros colegas, donde he trabajado, muchos de ellos creen que se comienza con el procedimiento y luego se brinca a lo que representa eso desde el eje conceptual y otros que hacen el trabajo opuesto, inicial por lo conceptual y terminan por lo procedimental. Desde mi punto de vista, ambas estrategias son legítimas, dependiendo siempre de que concepto y procedimiento estamos utilizando.

Pero, y eso no lo justifico, que hay gente que solo se aprende un procedimiento, pero no tienen ni idea cual es el concepto, entonces como es solo una regla, un procedimiento, no logran conectarlo con otros temas.

Un punto de vista, más personal, yo empiezo desde lo conceptual y termino con lo procedimental, pero se pueden hacer excepciones en el camino.

Se lee la información de la presentación.

Apoyar el esfuerzo productivo en el aprendizaje de las matemáticas.

“Una enseñanza de la matemática efectiva brinda consistentemente a los estudiantes oportunidades individuales y colectivas, y el apoyo necesario para que se involucre en discusiones productivas a medida que se enfrentan con ideas y relaciones matemáticas”.

De hecho ya comenzamos un poquito sobre esto.

Aquí hay una palabra que es básica, que es “Scrabble”, tiene que ver que el estudiante está peleando, desafiando ese problema, el problema que tenemos nosotros como profesores es que no queremos que peleen, queremos dar la respuesta.

Si el estudiante está trabajando en el problema y se frustra.

Yo di clases en el colegio durante 18 años.

No han leído e inmediatamente dicen “No entiendo profesor, no entiendo”. No quieren hacer nada. Y lo que queremos es que tengan un contacto con ese problema, que los haga sudar pero que perseveren, que se mantengan.

Intervención de Estudiante: Mi metodología es el problema, pero si yo tengo un estudiante que se hace indiferente a ese problema, ni tan siquiera lo intenta, allí es donde tendría que entrar una técnica didáctica, algo que le ayude a entrar, por otro medio, que no sea solamente que resuelva el problema, tener alguna actividad o similar que también responda al problema, sin necesidad de hacer tan.

Intervención de Estudiante: Lo que yo he hecho hasta ahora es, por ejemplo, está el problema, entonces busco un problema similar pero con una dificultad mucho menor y que ellos lo hagan allí mismo en el colegio.

Intervención de Estudiante: Pero eso significa cambiar de problema a problema, el asunto sería cambiar de estrategia, no resolver el problema, sino buscar otro medio que no sea el mismo, para que después se pueda devolver y responder al problema.

Wilkerson: En este caso tenemos dos herramientas muy efectivas para cualquiera de las dos situaciones, un caso donde el estudiante está peleado con el problema, nos devolvemos un poquito, bajamos de nivel y con perspicacia pensar en una pregunta que tenga las palabras o la composición más sencilla, que sea mejor. Pero no dejarlo allí, sino darle seguimiento.

Pero definitivamente hay otras técnicas. Principalmente tiene que ver como ustedes conectan hacia estrategias y conocimientos que ya ellos tienen para ese momento, el conocimiento previo.

En este caso, el ejercicio que hicimos anteriormente, conocimientos previos que un estudiante necesite.

Sucesiones, patrones, álgebra.

Ustedes ya saben que procedimientos han llevado ellos desde el inicio, han estado en su colegio, por donde pasaron, ustedes podrían devolverse un poquito porque ya los conocen, ese baúl que tienen en el fondo sacar una herramienta que les pueda funcionar mejor a ellos.

Tiene que ver lo que ya conversamos, que es que ustedes tienen que estar listos para cualquier tipo de reacción que tengan los estudiantes frente al problema.

Porque ustedes deben pensar o saber en parte posiblemente ellos se queden “pegados”.

Sus 30 estudiantes no son todos iguales, eso sería muy fácil, ustedes los conocen, entonces tienen que pensar como le ayuda a este tipo de estudiantes, y como a este otro tipo de estudiantes.

¿Alguien mencionó sobre traer al estudiante?

Intervención de Estudiante: Cuando yo realicé mi práctica docente, al estudiante que más le costaba lo colocaba junto a la persona que más se le facilitaba. (41 minutos).

Wilkerson: Hay que tener cuidado que ese estudiante no le diga la respuesta. Entonces tienen que aprender cómo se expresa este estudiante que sabe más con aquel que no sabe tanto.

La última.

Obtener y usar evidencias del pensamiento de los estudiantes.

“Una enseñanza de las matemáticas efectiva utiliza evidencia del pensamiento del estudiante para evaluar el progreso de comprensión matemática y ajustar continuamente la enseñanza de la forma que apoye y extienda el aprendizaje.”

Ya comentamos sobre esto que está al final pero pensemos en el momento que ustedes estaban teniendo un problema y yo estaba por allí nada más observando, que eran las evidencias que yo podía escuchar, observar mientras caminaba con ustedes, de su pensamiento, que podría tomar yo de su pensamiento. Evidencias, no algo representativo en el papel, sino como están pensando ustedes, que es diferente, claro, yo no les puedo leer el pensamiento, estoy estudiando para eso pero no lo he logrado. En este caso, cuando hablamos que una persona expresa lo que hizo, queremos lograr lo que pasó ahora, que es que cada persona tiene una postura y se complementa, o para un problema familiar en el futuro.

¿Preguntas?

Preguntas de los presentes.

1. Hay estudiantes que les cuesta mucho, entonces uno busca el apoyo de sus compañeros para que trabajen, compartan, pero eso solo hace que se pongan furiosos.

Wikerson responde: Tienen que tener cuidado como profesores, una cosa es tener al estudiante que siempre quiere responder, ustedes saben que siempre va a tener respuesta a la pregunta, o el estudiante que en esa pudo. Entonces tiene que saber a quien ayudar, porque si es un estudiante que solo da la respuesta por darla no va a ayudar mucho.

Entonces, tienen que estar seguros ustedes que conocen a los estudiantes, que ustedes saben que entre quienes se pueden ayudar, no es cualquiera que se acerca a otro a colaborar.

2. Otra cosa importante es la cantidad de estudiantes que usted tiene en el aula porque una actualmente se trabaja con 38 ó 40 estudiantes.

Wilkerson responde: A mí me encanta el trabajo en grupo, y también disciplina pero lleva tiempo, ustedes no van a formar un ambiente de disciplina y de rigurosidad de un día para otro.

3. Qué dificultades podría trabajar de hacer un grupo y de poner un problema, de montar en un mismo grupo bueno y malos, bajo nivel y alto nivel y que a la hora de resolver el problema, escoger a cualquiera, es decir, implica que el “malo”, tiene que saber argumentar el problema.

Wilkerson responde: Primero hay que tener muy claro como se forma un grupo, entonces, cuando ustedes forman los grupos y le están dando seguimiento, hay que estar muy claros en esa conformación, entonces cuando ustedes se acercan y hacen las preguntas, entonces tienen que controlar que aquella persona que le gusta llamar más la atención, tiene un nivel más alto no sea solo el que responda.

Muchas veces no es solo que respondan lo que ustedes necesitan sino asegurarse de que todos presenten el trabajo.

Como todos tienen que presentar, a todos hay que escucharlos, escuchar las impresiones de cómo se resuelve el problema, o simplemente el profesor dice cual es el que responde.

Al final, todos deberían tener, más o menos claro, que fue lo que hicieron.

Pero muchas veces si me aseguro, mientras voy caminando, de preguntarle a una persona.

Entonces, ingresa al grupo, pregunta, posiblemente un estudiante le responda e inmediatamente pasa con otro estudiante, que explique qué fue lo que dijo el anterior, pero no es tan fácil.

En las clases que imparte la Dra. Wilkerson siempre hace un cierre.

Actividad: Tienen diez segundos para escribir una palabra donde ustedes se comprometen a ser mejores profesores de matemáticas, una frase, frase, una palabra, de en qué se comprometen ustedes a mejorar. Para hacer mejores de matemáticas.

Estudiantes responden:

1. Orientar a mis estudiantes en el manejo de sus errores.
2. Lo que es la relación profesor-estudiante.
3. Hacer mejores preguntas.

Wilkerson: Cuando tengo a los estudiantes haciendo planeamientos en la clase, les exigimos que el ordenamiento vengan preguntas de lo que van a hacer. Porque casi siempre cuando estamos estudiando, estamos ocupados, ya los estudiantes están ocupados, molestando, movidos por allí, entonces por medio de las preguntas escritas, ustedes pueden ir, dentro de esa locura, y ver qué es lo que necesita el estudiante.

Estudiante pregunta: Usted dice que le gusta que los estudiantes trabajen en grupo, cuándo plantea los problemas y son problemas que realmente necesitan una participación grupal, por ejemplo, necesitamos resolver un problema, pero es muy dado que los adolescentes lo resuelvan de manera individual, entonces no hay participación grupal.

Wilkerson responde: Excelente pregunta. La gran mayoría de estudiantes en los Estados Unidos no tiene ni idea de cómo trabajar en grupo. Entonces lo que hacemos es que dentro del planeamiento viene un eje principal, de cómo ir guiándolos de cómo ir dando pequeños pasos para que aprendan poco a poco como trabajar en grupo, no ir solo. Lo principal es que ellos aprendan cuáles son sus expectativas y qué funcionalidad tiene trabajar en grupo.

Entonces ¿Qué es apropiado para un trabajo como éste?

1. Hay que saber escuchar a otros.
2. Les respeta lo que están proponiendo como respuestas.
3. Hay apoyo.
4. No se ríen de ellos.

5. No siempre uso el trabajo en grupo. Primero veo si la tarea es apropiada para el trabajo en grupo. Pero si tengo otros casos en los que ocupo que trabajen individualmente.
6. Y por último, una muy buena transición para la gente que no está acostumbrada a trabajar en grupo es irse por parejas.

Estudiante pregunta: ¿Cómo hacer que los estudiantes amen, disfruten o vean la importancia de la matemática para sus vidas si nosotros como docentes tenemos una competencia contra un estereotipo social negativo hacia la matemática?

Wilkerson: Buena pregunta ¿Ustedes tienen respuesta a eso?

He trabajado con estudiantes para que ellos sepan desde el inicio de la clase, ya sepan cuáles son esos intereses. Y cuando es posible un problema que ya lo tengo hecho de hace años, lo cambio hacia los intereses de ese grupo específico.

Segundo, otra cosa muy importante es que ustedes reflejan ese amor, ganas de dar matemática, que ustedes proyectan felicidad hacia esa materia.

Y los estudiantes tienen que saber que además están aprendiendo algo para sus vidas, algo concreto, y que ellos tengan una noción clara en que carreras se utiliza, en las que si se necesita.

Estudiante pregunta: Tengo dos preguntas, esta nueva propuesta curricular rige para todos los estados de los Estados Unidos y si hay un filtro estandarizado, alguna prueba estandarizada para la nueva propuesta, bajo la cual se evalúan los distintos contenidos.

Wilkerson responde: En Estados Unidos no existe un Curriculum nacional, entonces en el 2010, asumiendo esa preocupación, el Gobierno le pidió a un grupo de personas que hicieran una Propuesta Nacional, se llama, por así decirlo “El Núcleo común de Estándares”, más o menos 45 estados de los 50 ya están utilizándolos.

La gran mayoría está pensando a futuro crear una herramienta que permita medir como se está trabajando, pero sigue siendo un control estatal, entonces no es nacional. El Estado decide que aplica y que no hace. En mi Estado, Texas, no es uno de los que lo

usan, tenemos el curriculum propio que hemos desarrollado, ya está organizado, está en uso, salió en el 2012.

No hemos hecho desde el Concilio Nacional de Matemáticas una revisión de lo que está haciendo el Estado de Texas, pero si vimos estándares en el 2000 acerca de debe tener un curriculum.

Esta organización no se está concentrando el qué sino en el cómo, el curriculum está hecho, pero nos interesa más cuales son las técnicas de enseñanza y aprendizaje que están utilizando dentro de los estados.

Este fue uno de los primeros pasos, estas ediciones, hace como dos meses el Presidente de la Organización visitó México y en conjunto con la Comunidad de Enseñanza de las Matemáticas, a partir de esa conexión en México se hizo un esfuerzo por que esos documentos se tradujeran al idioma español.

Ya se hizo lo primero en este folleto y ya se está pensando en el libro completo, y ya tendremos esa versión en español dentro de poco.

Hemos hecho investigación sobre recursos y ayuda hacia profesores que están publicados en la página de internet y algunos están en español, y la idea es que vayamos hacia eso, que la página sea bilingüe.

Les deseo lo mejor, muchas gracias por espacio, realmente yo amo las matemáticas.

Agradecimientos de la Doctora Hannia Espeleta para con la Doctora Wilkerson.

Datos de la Doctora Trena Wilkerson.

Trena_Wilkerson@baylor.edu

DIPOSITIVAS POWER POINT

Ver documento de apoyo:

Principios para la Acción.

Resumen Ejecutivo.

National Council of Teachers of Mathematics.

Effective mathematics teaching requires understanding what students know and need to learn and then challenging and supporting them to learn it well

-Strong content knowledge.

-Ability to select & use appropriate, effective strategies & resources.

-Create engaging.

-Colaborated with peer.

Prácticas para la Enseñanza de las Matemáticas.

1. **Establecer metas matemáticas centradas en el aprendizaje.** Una enseñanza efectiva de las matemáticas establece metas matemáticas claras de lo que están aprendiendo los estudiantes sitúa las metas en una progresión de aprendizaje, y utiliza dichos objetivos para guiar las decisiones instruccionales.
2. **Implementar tareas que promuevan el razonamiento y la resolución de problemas.** La enseñanza efectiva de las matemáticas involucra a los estudiantes en actividades que implican resolver y discutir, aquellas que promueven el razonamiento matemáticas y la resolución de problemas, y que permiten que emerjan múltiples maneras de abordar los problemas y una variedad de estrategias de resolución.
3. **Usar y relacionar representaciones matemáticas.** La enseñanza efectiva de las matemáticas motiva a los estudiantes a hacer conexiones entre diferentes representaciones matemáticas para profundizar en la comprensión de los conceptos y procedimientos matemáticos, y como herramienta para la resolución de problemas.
4. **Facilitar un discurso matemático significativo.** La enseñanza efectiva de las matemáticas promueve el diálogo entre los estudiantes, para que ellos puedan construir una comprensión compartida de ideas matemáticas, a través del análisis y comparación de los enfoques y argumentos.
5. **Poner preguntas con un propósito.** Una enseñanza efectiva de las matemáticas utiliza preguntas con el propósito de evaluar y mejorar el razonamiento del estudiante y hacer sentido de ideas y relaciones matemáticas importantes.
6. **Lograr competencias procedimentales desde la comprensión conceptual.** Una enseñanza de las matemáticas efectiva logra destrezas en procedimientos

matemáticos basándose en la comprensión conceptual, de manera que los estudiantes, en el tiempo, se vuelvan hábiles usando procedimientos flexiblemente, a medida que resuelven problemas contextuales y matemáticos.

7. **Apoyar el esfuerzo productivo en el aprendizaje de las matemáticas.** Una enseñanza de las matemáticas efectiva brinda consistentemente a los estudiantes oportunidades individuales y colectivas, y apoyo necesario para que se involucre en discusiones productivas a medida que se enfrentan con ideas y relaciones matemáticas.
8. **Obtener y usar evidencias del pensamiento de los estudiantes.** Una enseñanza de las matemáticas efectiva utiliza evidencia del pensamiento del estudiante para evaluar el progreso de comprensión matemática y ajustar continuamente la enseñanza de la forma que apoye y extienda el aprendizaje.

III. ASPECTOS RELACIONADOS CON SU DESEMPEÑO DOCENTE

18. ¿Cómo calificaría su crecimiento personal a partir de su desempeño como docente?

5. Muy bueno 4. Bueno 3. Regular 2. Malo 1. Muy malo

19. Valore el nivel de satisfacción con la profesión docente:

5. Muy alto 4. Alto 3. Regular 2. Bajo 1. Muy bajo

20. Mencione las áreas de conocimiento que considera prioritarias para incorporar en las capacitaciones a los docentes de Matemática

¡Muchas gracias por la información suministrada!

Anexo 7: Resumen de ideas abordadas en el Grupo Focal con Docentes con más de 10 años de servicio (DEMEP)

A continuación se presentan un resumen del Grupo Focal con Docentes con experiencia de más de 10 años (entre ellos Asesores de Matemática, profesores universitarios y de secundaria, DE+10ASU), realizado el 9 de noviembre de 2015, en la Facultad de Educación de la Universidad de Costa Rica, y videograbado en poco más de 60 minutos.

Hay coincidencia en que por la naturaleza de la disciplina los estudiantes tienen dificultad para entender lo que se dice en un ejercicio o problema matemático, los estudiantes no comprenden textos, por esta razón el docente sigue siendo protagonista, el docente ayuda para que el estudiante comprenda y le lleva paso por paso. Por otro lado, el factor cultural alrededor de la Matemática como algo que es difícil y que no es para todos incide en que los estudiantes estén más interesados en “saber cómo se hace algo, cómo se resuelve” en lugar de aprender y entender más a fondo lo que ocurre, lo cual de algún modo promueve que el docente sea quien tenga el mayor dominio de lo que se dice y hace en la clase.

Los participantes coinciden que esta creencia está arraigada por generaciones.

De igual modo se señala que sólo con el paso de los años en el ejercicio de la práctica docente, en la interacción con los estudiantes, es que el docente se percata de que más allá de sólo impartir ciertos contenidos matemáticos, también se deben promover formas específicas de razonamiento, de argumentación, de comunicación y de análisis y otras habilidades propias de la Matemática. Se menciona el ejemplo de los estudiantes en su práctica docente, quiénes en ocasiones se han sentido abrumados por no “sentirse listos” para atender inquietudes matemáticas de sus estudiantes en secundaria, que van más allá del contenido matemático que se les quiera enseñar.

Tal y como se ha dicho, predomina el tradicionalismo de la clase vertical donde el profesor explica y los estudiantes copian sin entender, se aprenden procedimientos de memoria, a pesar de que los nuevos Programas de Estudio de Matemática proponen

que las clases se desarrollen de otro modo, esta práctica docente vertical es la que predomina. Los estudiantes piden recetas y vienen desde primaria acostumbradas a las mismas.

Según docentes a cargo de estudiantes de experiencia docente (a partir de experiencias con éstos), al parecer esta ruptura en el cambio de metodologías se complica debido a la reticencia de los mismos en involucrarse en estrategias innovadoras, tal es el caso de la negativa de participar de estrategias interdisciplinarias desarrolladas de manera conjunta con estudiantes y docentes de Enseñanza de Ciencias Naturales.

Se señala que los estudiantes de Enseñanza de la Matemática no desean involucrarse debido a que de alguna manera se perciben distintos a los estudiantes de las otras enseñanzas, consideran que su disciplina es la más importante y por lo tanto todo debe planearse alrededor de ella, en particular se les hace difícil entender que una gira de campo puede favorecer y aportar en la contextualización de los contenidos matemáticos, lo que a vez, puede incidir en una mejor aplicación de un enfoque de enseñanza centrado en la resolución de problemas.

Asimismo se señala que los docentes de Matemática ejecutan clases más verticales que las de otras disciplinas porque deben enfrentarse al liderazgo negativo de algunos estudiantes que buscan interrumpir los procesos de enseñanza aprendizaje, al alegar que los contenidos matemáticos no son de su interés, que no entienden, o son tan complicados que deben desecharse. Ante esto, el docente podría reaccionar tal y como comenta ha hecho una de las participantes del grupo focal: “hágame el favor y se queda callado y se calma, porque esa es su realidad no la de sus compañeros, crea un mal ambiente y predispone a sus compañeros”. En este sentido hay coincidencia en que hay que educar lo que no se hace en la casa.

Se señala que para desarrollar diferentes estrategias y tener creatividad se requiere un amplio dominio del contenido matemático tener la posibilidad de modelar distintas situaciones y controlar lo que pueda suceder durante las clases.

Se coincide también en que hay una construcción social de lo que se percibe como un buen profesor de Matemática: como el que les hace todo, lleva ejercicios los resuelve con puntos y comas, es mal profesor él que les exige razonar y pensar.

Los errores que cometen los estudiantes no se aprovechan para la enseñanza, porque si el estudiante resuelve de cierta manera es porque así lo considera correcto, se menciona que sólo con la experiencia como docente uno se da cuenta que debe ponerle atención al error porque ya que ayuda a comprender el proceso de razonamiento y la lógica aplicada por el estudiante. Estrategia que ha servido a un participante, también para formular preguntas (dígame lo que está pensando) y argumentos.

El uso de la pregunta, puede ser una técnica, el estudiante no está entrenado, no hace la pregunta adecuada, tampoco la respuesta. También sirve para amarrar con otra idea, esto es lo que debe aprovechar el docente.

Los participantes señalan que el uso de tecnología debe apoyar la modelización u otras representaciones que evidencien comportamientos o situaciones complejas, y que se debe saber usar la tecnología y no sólo mostrar lo mismo que puede hacerse en una pizarra, además de que se debe promover o llevar a los estudiantes al punto donde se pueden hacer conexiones matemáticas, deducciones, generalizaciones de propiedades, entre otros.

Se señala también, que en las clases de Matemática predomina el discurso del docente, la clase expositiva, aunque se está abriendo el espacio, se está iniciando en el trabajo en grupos. Los participantes dicen que el docente tiene que abrirse, estar dispuesta a aprender y poner en práctica nuevas técnicas e incluso ir más allá, al tratar de hacer compatible el estilo de enseñanza con las necesidades y particularidades del grupo.

Se opina que la creatividad, los estilos o las habilidades del docente para desarrollar estrategias se construyen en el proceso de enseñanza considerando al estudiante y la

comodidad del mismo docente con su personalidad y estilo. Un docente que es bueno para hablar, conquistará a sus estudiantes y esa sería una estrategia acorde a sus habilidades.

Otro elemento a considerar en el desarrollo de las clases de Matemática y la aplicación de una determinada estrategia o técnica es la “química que se establece entre profesores y estudiantes”, se señala que existen ocasiones en que “por más bueno que sea un docente” no importará lo que haga en la clase, si no hay química se afirma que no habrá compromiso del estudiante con su proceso de aprendizaje.

La motivación o el enganche de los estudiantes con el docente es importante, a veces este enganche se logra o puede ser con algo afectivo, como mostrar que el profesor conoce al estudiante, o con compartir alimentos en la clase.

Se señala que una limitante a la hora de planear o aplicar una estrategia, puede ser el concepto que docente tenga del estudiante o el concepto que el estudiante perciba que el docente tenga de él. Cuando se sienten que son importantes, los estudiantes responden de manera positiva.

Una asesora del MEP señala también en relación al uso que se hace de las estrategias didácticas que “una cosa es planear una clase para enseñar y otra cosa es planear una clase para aprender”, que ambas situaciones producen resultados muy distintos.

Entre los participantes del grupo focal, parece que no hay consenso de para qué y por qué se está enseñando Matemática en nuestro país, a ratos parece que sólo se está cubriendo un programa de estudio. Si el docente pretende habilidades y destrezas, podría ocuparse de que se interprete bien el lenguaje matemático; que sea crítico, analítico, que razonen.

Saber hacer las cosas es importante, pero también debería serlo saber para qué se hacen. “Yo sé hacer las cosas y sé que para qué las hago” El docente de Matemática debe razonar acerca de que ¿Se preparan las clases de Matemática para cumplir o

para qué lo hago? El profesor se está comportando como la mayoría de los estudiantes de secundaria, al hacer las cosas sin intencional, sólo por cumplir.

Otro aspecto al que se debe prestar atención es que los trabajos en grupos dentro de las clases de Matemática, deben promoverse como trabajos de equipo, no de sólo de uno de los miembros del grupo, sobre todo por qué esta es una técnica que se está aplicando mucho debido a la mediación que se pide en los nuevos programas de Matemática.

Anexo 8: Estrategias didácticas implementadas en Experiencia Docente de Matemática

Tabla 8.1 Estrategias didácticas implementadas por estudiantes de Experiencia Docente de la carrera de Enseñanza de la Matemática de la UCR

Estrategias o Técnicas	Contenido matemático considerado	Desarrollo e Implementación	Apreciaciones del grupo con el que se trabajó (No se registró en todos los casos)
Lluvia de ideas (EP1)	Relaciones entre suma y multiplicación.	Se parte de un ejemplo para con el aporte de estudiantes construir las leyes de potencias.	
Resolviendo Pintando (EP1)	Ecuaciones y sus soluciones.	Resolver ecuaciones y pintar secciones de una figura, hasta concluir con un dibujo completo.	
Rompecabezas (EP2)	Operaciones con expresiones algebraicas.	Se dibuja un corazón con secciones, en las que hay una operación por resolver en cada una.	
Laberinto (EP2)	Describir los pasos en las operaciones.	Asociar pasos de operaciones con una secuencia de actividades y ordenarlas.	
Dominó (EP3)	Ecuaciones.	Un dominó con operaciones de un lado y soluciones de otro, para asociarlos.	
Liga del Saber (EP4)	Leyes de potencias.	Se divide la clase en 4 subgrupos y responden preguntas seleccionadas al azar,	El grupo reaccionó de manera positiva tratando de resolver los

Estrategias o Técnicas	Contenido matemático considerado	Desarrollo e Implementación	Apreciaciones del grupo con el que se trabajó (No se registró en todos los casos)
		contando el tiempo.	ejercicios de ellos y los de los otros grupos.
Laberinto (EP4)	Ecuaciones de primer grado una incógnita.	Cinco operaciones que se entrelazan para dar seguimiento a una última respuesta. Trabajó individualmente.	Se trabajó con los estudiantes motivados.
Exposición con materiales (EP5)	Áreas de prismas y pirámides.	Se muestran con una pirámide hecha de alambre hueca para que vean su interior.	
Preguntas exploratorias (EP5)		Es para introducir la clase en la resolución de problemas y explorando conocimientos previos	
Juego de antorcha (EP5)		Competencia.	
Resolución de problemas (EP6)	Ecuaciones.	Problemas distintos por grupo y luego exposición de las soluciones encontradas.	
Antorcha (EP6)	Estadística y probabilidad.	Una presentación Power Point, con una pregunta.	
Resolución de problemas (EP7)	Sucesiones, proporcionalidad directa, inversa y	Asumieron poco a poco como metodología de trabajo.	Permitió explicar procedimientos, conceptos y definiciones.

Estrategias o Técnicas	Contenido matemático considerado	Desarrollo e Implementación	Apreciaciones del grupo con el que se trabajó (No se registró en todos los casos)
	estadística.		
Viaje virtual (EP7)	Geometría analítica	Se tomó un mapa político de Costa Rica y se le superpuso un plano cartesiano, tomando el centro en un punto cualquiera, 11 puntos en las distintas provincias y se indicó cómo indicar la dirección de algún punto; cuál es la mejor ruta para trasladarse en avión de un punto a otro y la distancia.	
Juego de memoria (EP8)	Expresiones algebraicas	Relacionar términos de valores numéricos y la correspondiente expresión algebraica.	Se realizó en grupos, manifestaron que fue actividad diferente y les gustó mucho
Sopa Algebraica (EP8)	Ecuaciones y problemas sencillos.	Solución en palabras de un listado que se dio. Actividad individual.	Se logró control de grupo, se fomentó respeto, tolerancia y responsabilidad.
Juego cuadro de operaciones (EP9)	Ecuaciones.		No funcionó
Fórmulas notables con figuras (EP9)	Fórmulas notables.	En papel de construcción llevó figuras para mostrar geoméricamente.	

Estrategias o Técnicas	Contenido matemático considerado	Desarrollo e Implementación	Apreciaciones del grupo con el que se trabajó (No se registró en todos los casos)
Laberinto (EP10)	Ecuaciones de primer grado con una incógnita.	Resolución de ecuaciones en grupo y completar en un laberinto.	Favorece la interacción de estudiantes
Antorcha (EP10)	Problemas en Ecuaciones de primer grado con una incógnita.	Se hicieron 5 grupos, se elige un representante para que vaya a la pizarra.	Se resolvieron problemas de un nivel de dificultad superior.
Fórmulas notables con figuras (EP11)	Fórmulas notables.	En papel de construcción llevó figuras para mostrar geoméricamente.	Resolvieron de forma independiente.
Resolución de problemas (EP11)	Problemas en Ecuaciones de primer grado con una incógnita	Se expone un problema y se les plantea preguntas y luego trabajan en forma independiente y luego cada grupo expone solución y se hace consenso	

Fuente: Elaboración propia a partir de las apreciaciones de los estudiantes de Experiencia Docente.