

Facilitadora: Como les había dicho la semana pasada había pensando un poco en este tema de la implementación de los problemas en el aula en el que Claudia estuvo interesada la semana pasada. Entonces, a pesar de que ya hablamos un poquito, vamos por lo menos a comentar algunas ideas. Cualquier cosa que ustedes quieran agregar, que sientan que de la experiencia de aula de ustedes ven importante, o de lo que han estado haciendo últimamente, tal vez, si encuentran algo que pueda ayudarnos a pensar en la implementación de los problemas en el aula, entonces nos cuentan.

Para las estrategias que hicimos al puro principio de las cuatro operaciones, usé mucha bibliografía, pero para esta segunda parte estoy usando prácticamente un libro de texto prácticamente, bueno, no es un libro de texto, es un libro en donde hay todo un estudio, o muchos años de investigación sobre cómo se debería..., por ejemplo, todos los tipos de problemas que vimos para las cuatro operaciones salió de este libro. Para esta segunda parte estoy siguiendo más el documento, porque es un documento muy bien hecho, que está basado en investigación, que está basado en trabajo de aulas. El único problema es que, por supuesto, no fue hecho en Costa Rica. Es investigación que se hizo en Estados Unidos, pero la ventaja es que ya ha sido probado y hay toda una lista de ideas o sugerencias que, por lo menos tienen algún sustento teórico y práctico desde la investigación. Los autores son..., esta presentación ya está subida en la plataforma. Al final siempre les trato de poner la bibliografía de los documentos que uso, entonces este es libro que estamos en este momento. Yo lo tengo impreso, pero si a alguien lo quisiera, lo podemos escanear. Si alguien quiere tener el libro, yo con mucho gusto se los consigo. El único problema es que está en inglés. He tenido que estar haciendo traducciones, esa es una de las limitaciones que tiene, pero, bueno, si lo quieren nada más me dicen.

Vamos a ir hablando de algunas recomendaciones. Ojalá que ustedes me ayuden a pensar sobre lo que ustedes quieran aportar y también sería bueno que, si hay ideas que ustedes piensan que no hay que profundizar en ellas, no importan, me dicen. Y si hay otras en las que nunca han pensado o que no han implementado quieren que las analicemos más profundamente igual también me dicen.

Una de las recomendaciones es plantear problemas que no sean ni muy fáciles ni muy difíciles, pero cuando, ustedes mejor que nadie conocen sus estudiantes, entonces ya ustedes saben quiénes tienen más habilidades que otros y la intención es siempre buscar un problema, podría ser varios problemas considerando diferentes niveles de sus estudiantes, pero sino al menos buscar un problema que no sea demasiado fácil para la mayoría. Luego, otra es escoger contextos que puedan ser interesantes, entretenidos y fáciles de comprender para sus estudiantes. Yo sé que cuando hemos estado planteando problemas aquí, esta es una idea que ha estado ahí presente, como de contextualizarlos con algo que ustedes sienten que sí conecta con sus estudiantes. Y una idea que es muy importante, y creo que es donde Claudia estaba un poco pegada, es cómo lograr que ellos mejorando lo que hacen, que entiendan los problemas y que los puedan resolver, entonces una idea muy importante aquí es tratar que ellos hablen, que ellos compartan lo que están pensando con sus otros compañeros y compañeras y con su docente de manera explícita, entonces insistir mucho, ir creando una cultura de aula en donde

haya más participación de cada persona, porque en la medida que logremos que vayan hablando más, van a expresarse matemáticamente mejor y van a ir organizando las ideas.

Otra idea importante es determinar nuevas conexiones. No se trata solo de que un estudiante diga cómo resolvió un problema y luego otro estudiante resuelve el mismo problema con otra forma, sino en tratar de ver cómo esas 2 soluciones que se plantean, se conectan. Tal vez alguien hizo un dibujo, tal vez alguien lo hizo una operación con números, entonces tratar de hacer esa conexión para que también ellos vayan viendo diferentes formas de representar el mismo problema.

Comparar las estrategias. Podría ser que uno use una recta numérica y que otro haga otro tipo gráfica, que uno usó el concepto de decena y otro lo hizo de otra forma, entonces tratar también no solo de verificar que una respuesta es correcta, sino de comparar las estrategias y determinar cuáles son mejores, considerando lo que cada quien entiende, cuáles son nuevas, por ejemplo, cuáles no conocían, cuál es algo que un estudiante está proponiendo y siempre preguntarles mucho, entonces, por ejemplo, estos autores, una de las sugerencias que dan es explícitamente preguntarles que expliquen cómo lo resolvió. Pero entonces, no es que nos digan, es que yo lo hice con una suma, sino tratar, en la medida de lo posible, de que haya más discurso, de que digan más cosas. No es solo yo solo usé los bloques y lo resolví, bueno, pero cómo usó los bloques, cómo los contó uno por uno, de dos en dos, o qué sé yo, si tenía que sumar  $7 + 5$ , entonces los primeros 7 no los cuenta, sino que empieza a contar después del 8. Entonces empezar a entender qué es lo que están pensando o qué estaban pensando cuando resolvieron un problema. Si usted no entiende la explicación, preguntar directamente: ¿me podría explicar por qué usted usó esos números? o ¿por qué piensa usted que esa estrategia está correcta? , o ¿por qué piensa usted que su resultado está correcto y el de otra persona está incorrecto?, qué se yo, entonces hacer preguntar muy muy explícitas de manera que ellos tengan que argumentar más. no solo decir: está bien o está mal, sino realmente obligarles a que tengan que explicar mejor. Aunque usted haya entendido la estrategia, hacer preguntas, porque ustedes bien saben que hay estudiantes que entienden, otros no, entonces si usted les dice: ¿usted me podría explicar mejor cómo hizo tal cosa? Eso podría ayudar a otras personas del grupo a entender lo que están haciendo, a ir comprendiendo mejor las estrategias que usan sus pares. Y también, como les he estado diciendo, les ayuda a articular sus explicaciones y justificar la forma de razonar.

Y también, una cosa que tendemos mucho a hacer, es que si la respuesta está correcta, entonces estamos muy felices y hasta la cara nos delata de que todo está bien y cuando está incorrecta la cara también nos delata, o las palabras, o si está correcto no preguntamos nada y si está incorrecto empezamos a preguntar. Entonces una recomendación es que independientemente del ejercicio, si la estrategia que usó está bien o mal, o la solución está bien o mal tratar de hacer preguntas sobre la estrategia, sobre el resultado, sobre cómo lo razonó, para que ellos se acostumbren a que aún cuando la respuesta es correcta, hay que argumentar esa respuesta, si lo que se quiere realmente es ir construyendo un poco más de conocimiento matemático.

Luego, yo no sé qué tanto en la práctica se les da la posibilidad de ir resolviendo los problemas de diferentes formas, o si el asunto está un poco más estructurado, pero la intención aquí es que, ojalá, se les vaya abriendo esa posibilidad, que lo hagan con un dibujo, con una operación, con una recta numérica, que ellos mismos vayan creando sus estrategias, sus posibilidades y observar siempre el trabajo, darles la oportunidad de que piensen y luego, a la hora de hacer ya la discusión grupal, entonces ustedes pueden seleccionar quiénes van a presentar la solución, si es que tienen la costumbre de que alguien explique lo que hizo, y ustedes podrían aprender observando el grupo, decir hoy van a presentar dos personas, entonces si les han dado la opción de que lo resuelvan como quieran, entonces ustedes podrían escoger dos personas, por ejemplo, un día que hayan resuelto el ejercicio de forma muy parecida y que las dos respuestas estén correctas, o que estén una correcta y la otra incorrecta o dos personas que usaron estrategias muy diferentes, o una persona que usó números y otra que utilizó una representación gráfica. Entonces ir tratando de observar ese trabajo que hacen en grupos o de manera individual, bueno, yo supongo que ahora ni siquiera pueden trabajar en grupos, pero ustedes definen quiénes van a presentar esas soluciones. Yo no sé si en este momento ustedes tienen la posibilidad de organizar la clase con más participación de ellos, no sé cómo están haciendo, con tantas limitaciones que hay, de tiempo, del uso del espacio, de todas las que tenemos, peor que nunca, pero sino tal vez para el futuro sí les funciona. Entre más les preguntemos, mejores destrezas van a desarrollar ustedes mismas para hacer preguntas, o sea, entre más ustedes preguntan, mejores preguntas van a hacer y preguntas con objetivos más específicos. Y entre más escuche a sus estudiantes y les ponga mucha atención a cómo están resolviendo los problemas, si se les da la opción de hacerlo de formas diferentes, se van a ir dando cuenta de que hay más posibilidades, de que ellos tienen más ideas y que usted puede aprender muchísimo de lo que ellos están haciendo. Obviamente, si solo se les da la opción de un método, se les enseña sólo un método y no se les da la posibilidad de usar otra cosa, entonces es muy difícil que haya discusión. Ustedes, como le decía a Claudia la semana pasada, esto puede parecer muy difícil, pero la recomendación de ellos simplemente es intentarlo, pongan un problema, dénle la oportunidad de trabajarlo. Puede que todo salga mal hoy, y no importa, de eso se trata, reflexionen un poquito sobre qué pasó, quiénes pudieron argumentar mejor. Ellos no van a argumentar de un día para otro, tampoco, pero lo importante es irlo intentando. Y tratar de ir cambiando esas prácticas de aula que ustedes consideren que se pueden mejorar.

La reflexión es muy, muy importante, ver qué hice hoy que funcionó y qué hice que no funcionó, cuántos estudiantes participaron, cuáles estrategias utilizaron, si observo que están usando cosas diferentes, toda la reflexión que puedan hacer sobre la práctica.

Y ellos proponen ahí, en el documento, que, si alguien siente que no sabe cómo empezar, entonces viene esta lista de cosas que se pueden revisar. La primera dice que se escoja un problema, entonces escojan el problema que ustedes quieren trabajar ese día en el aula, o alguno de los que ya tienen en la guía, como sea, y reflexionen sobre ese problema. Entonces pensar en si ese problema, como les decía antes, tiene el nivel de dificultad que ustedes consideran adecuado para el grupo, si ellos van a entender el contexto del problema, lo que se dice, las

palabras, qué sé yo. Y si eso no sucede, entonces tratar de ajustarlo a su grupo. Si ustedes consideran que sí, entonces trabajan con ese problema.

Una cosa que me llamó la atención es que escojan el grupo de estudiantes, o sea, podría ser que ustedes decidan que ese problema no va a ser para todos los estudiantes, sino que va a ser para unos estudiantes que ustedes van a trabajar, qué sé yo, de alguna forma ese día y podría ser que escojan otro problema para otro grupo, o que ponga a una parte de grupo a hacer el problema y otros a hacer otro trabajo y entonces hacerse esas preguntas: Si podrán contar los conjuntos mencionados, si podrán encontrar la respuesta de inmediato. Si ustedes ven que la respuesta va a salir rapidísimo, entonces cambiar los números o el tipo de problema. Entonces, recuerden que teníamos, por ejemplo, problemas de unión, los de suma, que tenían inicio desconocido, final desconocido, cambio desconocido. Entonces si ustedes ven que el problema es muy fácil, entonces pueden modificar el problema como estuvimos haciendo y tratar de convertirlo en un problema con un poquito más de dificultad. También, al revés, si el problema, tal vez, es de inicio desconocido y ustedes ven que es muy difícil, entonces modificarlo para que se convierta en otro tipo de problema.

Otra cosa que recomiendan es el uso de material manipulativo. Y lo que dice es que, si el estudiantado no conoce el material, no está acostumbrado a usar material, entonces se les puede dar un tiempo para que lo manipulen. Y tal vez ahí Claudia nos cuenta cómo le ha ido a ella con esta experiencia. Yo sé que usted siempre ha utilizado el material, pero ahí nos podría decir cómo le ha ido.

Claudia: En mi caso ha sido un éxito, Facilitadora. Hay un grupo que va más avanzado, principalmente lo estoy aplicando en el grupito que está más atrasado. Pero sí noté la seguridad, el hecho de tener el material en las manos y ellos de poderlo tocar y comparar, porque comenzamos como que fuera de primero, las unidades, y luego las barritas de las decenas y luego ya ver el bloque de 100, entonces el concepto como que ya lo entendieron más, entonces cada uno en su espacio, dónde va y cómo teníamos que sumar y yo siento como que los chicos, como que todos los días. Y yo les digo, tengo que ir explicando otras cosas, pero un ratito, como dice usted, lo primero que hice fue que ellos lo usaran, que hicieran lo que ellos quisieran con los cubos y ya después empecé a hablarles un poquito más, como a reforzar el tema de los números y yo sentí que sí, que me dio buen resultado. Todavía de hecho que estamos en ese proceso. Incluso la otra compañera, la niña XX, yo le dije, vea niña, me lo prestaron, pero es para las dos, usémoslo las dos porque ella también tiene un subgrupo, unos chiquitos con alguna dificultad de aprendizaje y me dice: Niña, quedaron realizados, quieren usarlos en todas las clases, entonces yo le digo, bueno, esa es la idea, que lo aprovechemos este año, todo lo que podamos, lo que nos queda para lograr la meta. Y como decía usted, el preguntar, he estado reforzando mucho esto, un problema, o una explicación, por qué lo resolvió así, o por qué tal cosa, entonces que ellos expliquen bien cómo llegaron a esa respuesta. Y de verdad yo siento el cambio de los chicos, los veo ya más seguros de por qué llegaron a esa respuesta. Y sí, estamos limitados, pero yo siempre los mando a la pizarra, como la pizarra es grande, entonces dos así, separados,

que trabajen y que le expliquen a sus compañeros cómo resolvieron el problema. Porque en grupitos, así cercanos, no pueden estar. Pero sí me ha funcionado mucho.

Facilitadora: Bueno, ahí nos sigue contando cómo le sigue yendo. Recuerden que si alguien quiere material nada más me dicen y trato de conseguir más. La opción está abierta para todas, nada más que Claudia fue la única que me dijo que sí lo necesitaba, pero yo puedo conseguir más, si hay necesidad.

Otra cosa importante es que no siempre tienen que usar los materiales manipulativos. Se les ofrece el material como una opción, pero podría ser que un estudiante diga, ya lo entendí, lo resuelvo de otra forma. Entonces no importa, tampoco es que tienen obligatoriamente que usar el material.

Otra cosa que sugieren es leer el problema tantas veces como sea necesario. Leerlo, tratar de que lo entiendan. Podrían decirles que lo resuelvan usando una representación escrita, o podría ser que no, que traten solo de pensarlo y dar una respuesta, dependiendo del tipo de problema que tengan. Entonces ir guiándoles, cuáles son las expectativas, e ir subiendo esas expectativas. Si, por supuesto, si ellos nunca han trabajado con problemas y no han estado expuestos a la necesidad de argumentar sus respuestas, se van a perder, entonces una sugerencia para empezar si los ven muy perdidillos, es revisar si comprendieron la historia del problema, leer el problema, comprenderlo, que ellos expliquen, que hagan preguntas de lo que no entendieron. Y hasta después de que ese proceso se haya cumplido, entonces empezar a resolverlo, ofreciéndoles un buen tiempo para que lo piensen, especialmente si son estudiantes que les cuesta un poquito más o que vienen un poco más atrasados, entonces ofrecerles el tiempo. Si ven que no, que definitivamente el problema, el nivel es difícil para algunas personas, entonces tratar de tener pensadas algunas formas en que el problema se podría simplificar, qué sé yo, tal vez ponerle menos palabras, o ponerle otro contexto o cambiarle los números por otros números que sean más familiares para ellos, para que puedan trabajar el problema.

Otra cosa que tendemos a hacer mucho y a mí me pasa montones cuando estoy en el aula, es que siempre tratamos de decirle al estudiante cómo resolver el problema, pero lo que deberíamos hacer cuando ellos están haciendo trabajo estudiantil independiente es observar, darles sugerencias o hacer preguntas, pero no hay necesidad de hablarles si ellos no tienen dudas, tratar de hacer más un proceso de observación y reflexión, lo que les decía antes, valorar las estrategias, las soluciones, cuáles son los errores que están cometiendo, de qué manera puedo yo atacar ese error para que ellos lo vean y traten de irlo resolviendo.

Después de que ya resuelven el problema, una opción es pedirle que comparta el problema con un compañero o con una compañera, para que primero lo tenga que verbalizar ambiente de más confianza, con una persona o dos personas, en grupos muy pequeños y que luego sientan más seguridad a la hora de presentarlo a toda la clase.

Otra opción que ellos proponen es, bueno, resuelvan el problema en una hoja que ustedes puedan recoger. Por ejemplo, ahora con las GTAs, me imagino que eso es más fácil que cuando

Sesión 16

2021 07 22

Tiempo: 1:35:44

usan más el cuaderno y entonces recoger ese material, revisarlo y a partir de la información que está ahí, revisarlo y decidir quiénes en la siguiente clase van a presentar la solución. El proceso podría ser en dos lecciones diferentes, no necesariamente es que todo lo haga hoy, sino podría ser un proceso que me permita reflexionar un poco más sobre el trabajo que hicieron para que les dé tiempo de pensar algunas preguntas. Bueno, de las soluciones que tengo, voy a decirle a dos personas que presenten y preparar algunas preguntas previas, de manera que eso le ayude a pensar a todas las personas del grupo en el problema.

Bueno estas son algunas sugerencias. Me gustaría que me digan qué piensan, si tienen preguntas, si consideran que esto es parte de lo que sí están haciendo, cómo les va aplicándolo. O si no lo han intentado también, si se animarían a intentar algo.

23:34

Valentina: Yo he estado trabajando, estamos trabajando la división, entonces lo estamos haciendo con un cartón de huevos. Ellos toman un puño de frijoles, ellos no saben el número de frijoles que tomaron, lanzamos un dado y ahí nos va a dar en cuántos cubículos, digamos del cartón, vamos a estar dividiendo el número de frijoles que tomaron. Después lo que hacemos es que se multiplica la cantidad de frijoles por el número de cubículos, se suma si hay algún residuo y ahí obtienen el dividendo. Entonces ellos se dan cuenta después cuál fue el número de frijoles que habían tomado en el puño, cuántos habían seleccionado ellos y ahí establecemos la relación, que el número de frijoles dividido entre el número de cubículos es igual al resultado. Y luego que comprendan ellos al multiplicar el divisor por el cociente más el residuo es lo mismo que el dividendo. Entonces estoy dándoles la división de esa forma para que ellos.

Facilitadora: Dejé de oírla. ¿Seré yo o será Valentina? ¿Ustedes sí me escuchan?

Claudia: Yo sí.

Facilitadora: Perdimos a Valentina. Voy a ponerle un mensaje por el chat porque sigue conectada. Ya se desconectó, seguro le falló el internet. Démosle un momentito a ver si se conecta y sino seguimos.

No sé si Jimena o Daniela querían compartir algo mientras se conecta Valentina. Ahí viene ya Valentina.

27:01

Adelante Valentina, no hay problema.

Valentina: Ah bueno, entonces la idea es que ellos entiendan que el multiplicar el divisor por el cociente y le sumamos el residuo vamos a obtener el dividendo, para que también ellos vayan desarrollando un poquito, es ir más allá, que puedan comprender un poquito más la división.

Facilitadora: Y conectada a la multiplicación también.

Valentina: Sí, y conectada con la multiplicación, correcto. La semana pasada como yo estuve en la casa toda la semana, entonces lo trabajé en forma virtual. Mañana ya ahí les puse que lleven un cartón de huevos, pero sin huevos, porque si no qué hago los huevos después. Entonces, ahí les puse, entonces mañana vamos a estar trabajando en eso si Dios lo permite.

Facilitadora: Qué bien. ¿Y les va cambiando el divisor? Cogen el puño de frijoles, lo dividen en 5 partes o en 6.

Valentina: Ajá. Lo que hacemos es que lanzamos un dado y podemos tomar un problema y que lo resuelvan. También podemos hacerlo de esa forma para que le vayan perdiéndole el miedo a los problemas, también es una opción de iniciar con un problema.

Facilitadora: Muy bien. Ojalá le vaya muy bien. Ahí nos cuenta después.

Valentina: Yo sé que a ellos esas cosas, todo eso que uno hace con ellos, a ellos lo vuelven locos, lo único es el tiempo. Pero tratar de motivarlos a continuar un poquito más, para que ellos se apropien del conocimiento, porque nada hago con hacerlo una vez y no volverlo a hacer.

Facilitadora: Más con división que cuesta tanto.

Valentina: Sí, correcto. Apenas voy por la división de cuarto, pero tuve es que tuve, he estado enseñándolos a multiplicar y como que se aprendan un poquito las tablas, ir trabajando eso y les pongo tres divisiones nada más, para que las vayan resolviendo, para que vayan interiorizando los pasos, por el momento, porque también, digo yo, por lo menos de tres en tres no se cansan y uno les explica y entonces ellos las resuelven rápido y ahí vamos poco a poco, que ellos vean y como son poquitos los que van, tiene uno la facilidad de irles explicando los pasos poco a poco, ahí estoy trabajando, sin dejar de lado la multiplicación tampoco, porque es parte del proceso, aunque no vaya tan rápido como dice el programa, y las plantillas, y todo, pero digo yo, mejor despacio, pero un poquito más..., más que ellos ocupan muchas bases, por todo lo que ha pasado.

Facilitadora: Claro, y con las operaciones básicas son demasiado importantes para todo lo que sigue.

Valentina: Ah sí, por ejemplo, en la estrategia de la siguiente semana, les metí tres sumas, tres restas, algo poquito, pero no dejarlas de lado, después las multiplicaciones y unas poquitas divisiones como para ir poco a poco, porque tampoco se puede correr mucho. Es un proceso digo yo, la división casi que hay que verla, después de que ellos la dominen y de todo, seguir por lo menos, aunque sea con tres en cada guía, pero no dejarlas de lado.

Facilitadora: Así es, hay que seguir insistiendo.

Valentina: Llegar a todos bien es muy difícil entonces hasta que... así a ver qué. Igual, nosotros vimos números pares hace bastante tiempo, igual, todavía, les metemos un ejercicio pequeño de pares e impares, y ya han resuelto un montón de prácticas, pero no los dejamos de lado, sino que ahí los llevamos, aunque sea algo chiquitito, pero que estén practicando.

Sesión 16

2021 07 22

Tiempo: 1:35:44

Facilitadora: Y es muy importante ir conectando todos los conceptos.

Valentina: Correcto, sí.

Facilitadora: Gracias. ¿Hay algún otro comentario o experiencia? Una pregunta que tengo es, qué de estas sugerencias que están aquí, desde proponer el problema, leerlo en voz algo y todo lo que acabamos de discutir, ¿cuál proceso piensan ustedes que podría ser el más difícil?, o el que ustedes ven que definitivamente no podrían, o que se les complicaría mucho. Hola, Carmen.

Carmen: Profe, disculpe, con toda honestidad, se me olvidó. Yo estaba toda fresca y ahora las chiquillas me dijeron, ¿Carmen usted no iba a venir a clases hoy? Y entonces yo dije ya me meto.

Facilitadora: Y eso que les estaba mandando un recordatorio, porque yo sé que ahora es más probable que se les olvide porque están ocupadas, están cansadas y es en la noche. Y siempre estoy con la preocupación, que se me olvide a mí, nada más que como yo tengo que planear, sería el colmo que se me olvide.

Carmen: Ya voy a retomar el ritmo. Creo que después de este chasco ya no me pasa más.

Facilitadora: Qué susto, a mí no me pase porque si no me muero.

Carmen: Yo vi su recordatorio en la mañana, yo lo vi, profe, pero es que hoy ha sido un día como loquito, entonces eso fue lo que pasó.

Facilitadora: No se preocupe, suele suceder, no se preocupe.

Carmen: Muchas gracias.

Facilitadora: Y bienvenida, qué dicha que se decidió a pesar de todo.

Estábamos hablando de la implementación de problemas, Carmen. Entonces, la presentación ya está en la plataforma por si quiere descargarla y verla. Hablamos de algunas sugerencias o pasitos, digamos, que podemos utilizar si quiero implementar la resolución de problemas tratando de generar más discusión y más participación de cada estudiante. Entonces, hablamos de proporcionar material para que ellos tengan, para manipular, de lo que sea. Por ejemplo, Valentina hablaba ahora que ella está trabajando la división con cartón de huevos y frijoles, entonces cualquier tipo de material. Si tenemos material bonito, qué dicha, pero sino con lo que tengamos a mano. Si el estudiantado no conoce el material, entonces darle la posibilidad de manipularlo. Luego intentar que entiendan bien el problema. Y decirles cuál es la expectativa para resolverlo, si por escrito o solo con material concreto, por ejemplo. Verificar que ellos realmente comprendan el problema, cuál es la historia y cuál es la pregunta que hay en el problema, darles tiempo para que piensen y si no lo entienden pensar en cómo modifico yo ese problema. La otra es monitorear cuando ellos están resolviendo el problema, pero no necesariamente hay que hablarles, simplemente observar el trabajo y observar qué estrategias están usando, cómo lo resolvieron, qué errores cometieron. Y luego tratar de generar discusión pidiéndole a algunas personas que resuelvan el problema. O a veces, podría ser recoger el



material que hicieron sin discutirlo en el momento, luego revisarlo y a partir de ahí generar discusión en otro momento. Ese sería un resumen de esos pasos que se podrían aplicar, entonces mi pregunta era si lo han intentado hacer muy conscientemente, tratando de que haya mucha participación del estudiantado y cuál de estos pasos piensan o cuál ven difícil de implementar o si piensan que sí podría ser viable implementar estas ideas.

Claudia: En mi caso, Facilitadora y compañeras, el proceso de lectoescritura, o de lectura, en este momento sería el problema matemático. El grupo que va más avanzado, que sí lee comprende y comprende la mayoría de las situaciones planteadas, pero el grupo que va más atrasado ahí uno tiene más dificultad. Y dentro del grupo que va más avanzado, o yo creo que en todos los grupos vamos a encontrar aquel niño que no quiere leer, que no quiere sentarse a analizar un poquito el problema. Espera que alguien le ayude o le dé la respuesta, o copia la respuesta. Entonces nos vamos a enfrentar con esas situaciones generalmente. En mi caso en este momento es eso, algunos perezosa de leer y la otra parte el proceso de lectura que todavía no está bien.

Facilitadora: Y si, por ejemplo, se trabaja más desde lo oral para eliminar ese problema de lectura, que se lea el problema, que se les pida que lo expliquen, que lo diga con sus palabras, que expliquen cuál es la pregunta.

Claudia: Claro que sí, eso es lo ideal, y muchos lo resuelven. Por eso le digo vamos a encontrar de todos. Hay chiquitos que incluso..., yo tengo uno de segundo, que uno les plantea una situación y la resuelve así, casi que detrás de uno, de un solo, con una facilidad, sin operaciones y sin nada. Y yo digo: ¡Ay Dios mío!, pero este es super avanzado, más que la maestra, uno se emociona. Pero también tenemos la otra parte, aquel chiquito que hay que leerle, volverle a explicar, volverle a explicar, con dibujos, con todo lo que uno pueda, para que lo entienda. Me pasó ayer, por ejemplo, que estábamos viendo sucesiones y una chiquita no entendía y no entendía y yo, Dios mío qué hago, entonces lo que hice fue hacer con un baile, pasos de baile, y entonces ese es el primer paso, el segundo paso, el tercer paso y vamos a repetir. "Ya entendí niña, entonces tengo que hacer esto primero, esto después, y así". Y ya después de ahí pasamos ya a figuras y ahora estoy implementándolo con números, pero esa fue una parte que viví ayer.

Facilitadora: Sí, hay que ir poco a poco.

Carmen: Yo, Facilitadora, profesora, yo he encontrado mucha dificultad, que tal vez viene un problemilla, ahí que estamos haciendo, no problemas así más fuertecitos, y se quedan y nadie piensan, chiquillos, pero ¿lo entendieron?, chiquillos, pero no reaccionan, entonces seguro ahora como andan con la mascarilla, todavía más fácil, piensan que seguro se hacen invisibles, entonces vieras qué aburridilla esa parte. Yo sí he estado tratando y todo, pero posiblemente es como ya volver a un grupo más atrás y llevar el proceso de una manera más consciente, como dice usted. En mi caso yo les lanzo el problema y se quedan ahí, como que no, como que no inyecta energía aquello.

Facilitadora: Y con esa maestra que tienen, que es solo energía.

Sesión 16

2021 07 22

Tiempo: 1:35:44

Carmen: Nombre, qué va.

Facilitadora: No he estado en su aula, pero con solo que la escucha uno hablar, yo me la imagino dando clases con toda la emoción.

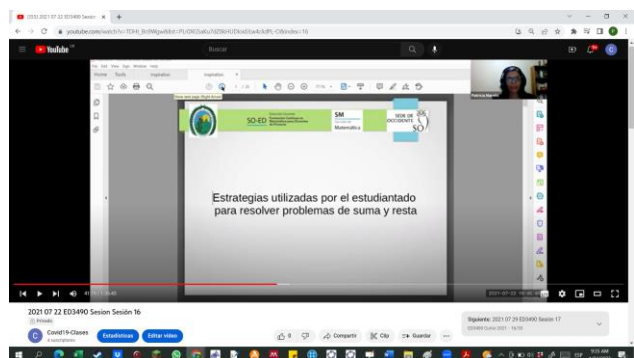
Carmen: Ay, profe, qué va, es capaz que se engaña. Jajaja. Yo trato, pero no quiere decir...

Facilitadora: No creo, no creo. Sí, esa parte de motivación es complicada. ¿Y los suyos son sexto, verdad?

Carmen: Sí. En mi caso creo que hay que cambiar la estrategia, podría ser que tendríamos que devolvemos a la parte de manipulación de material concreto. Habría que ver qué otros temas nos depara el destino, que se nos preste mejor para eso y poder que ellos manipulen algún tipo de material para que les sea más fácil la comprensión y esas cosillas, podría ser que modificar la estrategia porque sí, ese proceso anda como quedadito ahí.

Facilitadora: Está bien, muchas gracias. No sé si hay algún otro comentario que quieran hacer, no hay problema.

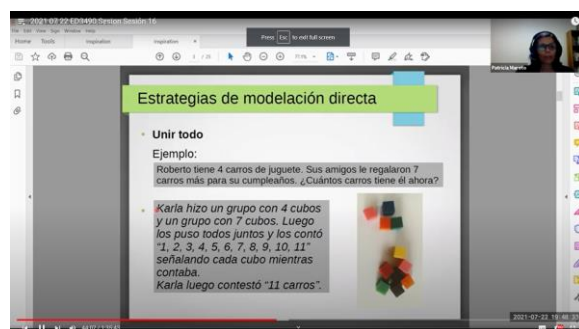
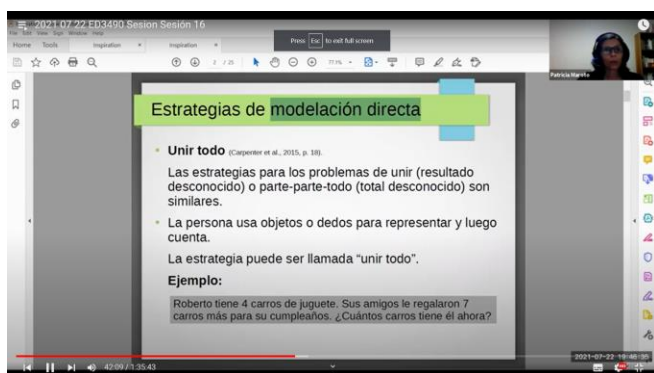
La segunda parte de lo que planee para hoy, es pensar en estrategias que podrían usar sus estudiantes. Vamos a trabajar con suma y resta y después vamos a ir trabajando las otras operaciones. Entonces primero les voy a presentar la parte teórica y la vamos analizando. Me gustaría mucho que ustedes que tienen la experiencia de aula y que tal vez recuerden cómo resuelven los estudiantes de ustedes las operaciones, nos cuenten cómo lo han visto y también si hay alguna de estas que nunca han visto. Entonces, habíamos visto un montón de tipos de problemas diferentes, primero para suma y resta y luego para multiplicación y división. Hoy vamos a recordar un poco lo de suma y resta.



La primera lista que los autores plantean se llama de modelación directa y entonces ellos presentan algunas estrategias que han observado que los estudiantes usan. La primera la llaman unir todo, que yo creo que es la más simple, y es para los problemas más simples, que son los de unir o parte-parte-todo cuando tengo el total desconocido. Entonces por ejemplo este: "Roberto tiene 4 carros de juguete. Sus amigos le regalaron 7 carros más para su cumpleaños.

¿Cuántos carros tiene él ahora?”. Tenemos la cantidad inicial, tenemos la cantidad de cambio, que sería la cantidad de carros que le regalan y lo que nos piden es el resultado. Entonces recuerden que esos son los problemas más tradicionales, los más simples y ese sería de unir con resultado desconocido. El de parte-parte-todo recuerden que era cuando nos daban dos partes de algo, qué sé yo, en el grupo de Carmen en sexto, hay 5 mujeres y 10 hombres, entonces ¿cuál es el total de estudiantes que tiene Carmen? Entonces el resultado o el total es el que no conocemos. Entonces, la estrategia que ellos proponen es que la persona usa objetos o los dedos, si los números lo permiten, para representarlo. Aquí todos los problemas son con números bajitos, pensando como en primer grado. Entonces usar objetos o los dedos para representar y luego se cuenta. Y ellos llaman esto, la estrategia en sí, la llaman unir todo. Entonces, por ejemplo, aquí está el ejemplo resuelto, es el mismo. Dice: “Roberto tiene 4 carros de juguete. Sus amigos le regalaron 7 carros más para su cumpleaños. ¿Cuántos carros tiene él ahora?”.

Se lee el problema. La supuesta estudiante aquí se va a llamar Valentina, creo que en todos los ejemplos. Dice: “Valentina hizo un grupo con 4 cubos”. Aquí están los cuatro cubos. Tengo una caja que tiene 500 cubitos de estos, por cierto. Entonces si alguien quiere la cajita con mucho gusto se las presto. Entonces 4 cubitos y luego hay otro grupo con 7, porque 7 carros más le regalaron. Entonces la estrategia que ellos llaman unir todo es la más básica, y también la más complicada, en el sentido que habría que contar todo, entonces 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, ir contando uno por uno, hacer un solo grupo con todos los cubos y contar cuántos hay ahí. Ellos la llaman unir todo. Me imagino que esta sí la han observado.



Esta otra, ellos la llaman Unir a, y dice que se usa para los problemas que son de unir o de unión, pero el desconocido es el cambio. Recuerden que en estos problemas teníamos una cantidad inicial, teníamos la cantidad del final y lo que no conocíamos era lo que pasaba en el intermedio. Entonces, por ejemplo, este es el problema: “Roberto tiene 9 carros de juguete. ¿Cuántos carros más necesita que le regalen en su cumpleaños para tener 12 carros?” Entonces tengo la cantidad inicial, que es 9, tengo la cantidad final, que él quiere tener 12 carros y lo que necesito averiguar es el cambio, que es cuántos juguetes o carros más le van a regalar. Entonces aquí lo que se pretende es encontrar el número de objetos añadidos al conjunto original, en lugar del total. Entonces, ¿cómo piensan ustedes que sus estudiantes resolverían este problema? usando

material, vamos a pensar hoy en material concreto, en manipulativos. ¿Cómo se imaginan que lo resolverían? ¿O nunca se lo han preguntado o les han puesto atención?

46:38

Claudia: En mi caso, el chiquito que yo sé que mentalmente le va a decir que 9 para llegar a 12, mentalmente, de una vez, 9, 10, 11, 12, 3 le dice a uno. Pero otros sí necesitarían coger los 12 carritos, o sea, los 12 cubitos, contarlos y después comienza a contar 9 y los separan, y los que quedan eso sería. Ve un proceso, sí he notado varios que les cuesta, no retienen, por ejemplo, si vamos a sumar 9 más 3 o más 4, ellos no retienen el 9, sino que tienen que empezar 1, 2, 3, tienen que devolverse porque no lo pueden iniciar de ahí. Sí he notado mucho esa dificultad en muchos de los niños.

Facilitadora: Sí, y eso demuestra que están en un nivel muy bajito, porque en el momento en que ellos ya empiezan a contar desde 9 es porque ya tienen un concepto más avanzado de la cantidad, pero si empiezan desde 1, entonces están en el nivel más bajito. ¿Pero entonces siempre empiezan desde los 12 y quitan, sería como quitarlos lo que hacen? ¿Alguien ha observado algo diferente? Perdón, Claudia.

Claudia: En mi caso, digamos...

Carmen: No, no, Claudia, continúe.

Claudia: Voy a terminar yo y sigue usted, niña. En mi caso, como le digo, muchos de una vez lo hacen mental, y más que son números bajitos, pero sí la mayoría la mayoría tiene que contar los 12 y quitarlos, porque ya como decir que de 9 para llegar a 12, sí tengo del grupo algunos que todavía no pueden llegar a ese razonamiento.

Carmen: Yo creo que yo por ahí tengo un sujeto A de experimentación, que lo voy a usar. Jajaja.

Facilitadora: ¿Ahí lo tiene a la par?

Carmen: Yo por ahí lo tengo muy cerquita. Voy a hacerlo a ver qué tal me va.

Facilitadora: Okay. Ellos la que proponen aquí, que llaman *Unir a*, es empezar desde los 9. Por eso me llama la atención que Claudia lo que observa es que los estudiantes empiezan desde el total, que es 12. Pero aquí lo que ellos plantean es más bien que el estudiante empiece desde 9, primero hace el conjunto que tiene 9 elementos porque esa es la condición que primero está escrita en el problema. Entonces Roberto tiene 9 carros de juguete, entonces hago ese conjunto, con 9, y luego le van agregando los cubos, como decía Claudia, ahí sí contando 10, 11 y 12, pensando en el material concreto. En estos ejemplos, ellos todo lo plantean para el uso de material concreto, para una etapa inicial del proceso. Claudia está planteando también la opción de que ya tienen los conceptos, ya no ocupan material concreto, entonces sí usarían este proceso, contándolo, teniendo ya claro el concepto de 9.

Carmen: Profe. Daniela usted primero.

Daniela: Perdón, es algo rápido. Los míos usan el ábaco, entonces hay muchos que sí, algunos están incluso en tercer grado y les cuesta mucho hacer una suma que ya tienen 9 y solo tienen que sumar un poquito, sino que igual empiezan desde 1, 2 y póngale, pero usan el ábaco mucho.

Facilitadora: ¿Pero no han logrado superar esa etapa de contar los 9?

Daniela: Poquitos les faltan todavía, pero sí.

Carmen: Profe, yo lo que le quería decir era que..., bueno, no sé si está más adelante en lo que usted nos va a dar, pero también una vez manipulado el problemita, con material concreto sería bueno que ellos también representaran mediante dibujo eso mismo, para que ya fuera pasando a una etapa ya más semi concreta, por decirlo así, ponemos el problemita y dibujamos para ir avanzando.

Facilitadora: Ahí me encantaría..., sí esa es la clase de la otra semana, la parte de cuando ya hacen algo escrito, exactamente, y ahí me encantaría que ustedes ojalá la otra clase traigan algunos ejemplos de lo que observen esta semana, que les pusieron un problemita y cómo lo resolvieron. Si pueden tomen unas fotos o algo y sobre cuáles estrategias usaron y podríamos analizarlas. Porque la intención en esta parte es pensar un poco en cómo el estudiante resuelve los problemas, cuáles estrategias usa, cuáles dibujos, cuáles representaciones.

Carmen: ¿De operaciones básicas puede ser?

Facilitadora: Sí, sí, la idea es con operaciones básicas. Igual, dependiendo del tema, qué sé yo, tal vez en sucesiones, tal vez como decía antes, ¿quién fue la que dijo? No recuerdo si fue Valentina o Claudia, pero digamos, aunque sea sucesiones ahí a veces tienen que ir haciendo sumas o restas, pensar en cómo están haciendo sumas y restas. Entonces traten de pensar un poco en cómo están ellos pensando. Y si tienen posibilidad de recoger algunos de los ejemplos de lo que escriben, lo podríamos compartir la otra semana. Me las pueden mandar por WhatsApp, si quieren, o me las mandan por correo, y las vamos a analizar. Inclusive si me las mandan con tiempo, trato de integrarlas a la presentación si me las mandan, qué sé yo el miércoles, yo el jueves las incluyo en la presentación, si quieren, de manera voluntaria, pero podría ser interesante ver casos de la vida real. Y tal vez eso les ayude a ponerle más atención a esa parte.

Carmen: Sí, es el momento para, para tener una guía a raíz de esto que estamos haciendo, tener una guía de qué podemos mejorar.

Facilitadora: Y tal vez encontremos cosas bonitas, nuevas, que alguna tenga algo que un estudiante hizo que le sirva a las otras, podemos ir compartiendo lo que encontramos.

Aquí hay otra estrategia diferente, que se llama *Separar de*. Son problemas de separación con resultado desconocido, que incluye una resta o una separación. Aquí tenemos una cantidad total y se elimina una cantidad que es menor. O sea que tenemos el total y una cantidad, pero esa cantidad se elimina o se separa de alguna forma. Este dice: "María tiene 12 lápices. Ella le dio 5 a Roberto. ¿Cuántos lápices le quedan a María?". Yo este sí me lo imagino como decía Claudia,

Sesión 16

2021 07 22

Tiempo: 1:35:44

poniendo los 12 y quitando los 5. Me parece que es como más natural hacerlo así. No sé qué piensen.

Aquí hay una posible solución: hacer un grupo de 12 cubos. Entonces aquí están los 12 cubos, y luego contar 5, quitar 5 de este total empezar a contar los 5 y luego contar los que quedan. Quito los 5 y empiezo a contar los que quedan aquí. Esa podría ser una forma de resolverlo. ¿Cuáles observan ustedes para un problema como este?

55:16

Carmen: Lo pienso bien porque por aquí lo acabamos de hacer, ya, de una. Con los deditos.

Facilitadora: Qué bien, ¿En qué grado está?

Carmen: En segundo.

Facilitadora: Apenas para él. Tiene dónde experimentar de una vez.

Carmen: Sujeto de experimentación.

Facilitadora: Qué bueno. Y le gusta, eso es lo bueno, porque a estas horas estar pensando en matemática todavía.

Carmen: Ahí va, ahí va.

Facilitadora: ¿Algún otro comentario con esta?

Carmen: Yo esta la veo más sencilla que la anterior. ¿Por qué? Porque entonces dice el conjunto inicial es solo retirarle en cambio la otra, la de los carritos, era más complicadilla para mi gusto.

Facilitadora: Sí, yo pienso lo mismo también, es un poco más difícil. En este recuerden que lo que no sabíamos era el cambio, cuánto cambia en el camino el asunto, tenía 9 al principio, cuánto me falta para llegar a 12. En cambio, aquí sí tengo el total y sé cuántos quitaron, entonces es más fácil tiene razón, es más fácil hacerlo. ¿Y cómo le fue con este? ¿Ya lo hizo, no?

Carmen: Voy a probar.

Facilitadora: Este es otro tipo diferente. Lo llaman *Separar A*. Entonces los problemas de separación, cuando tienen cambio desconocido, incluyen una acción de separar. Es muy parecida a la anterior, pero aquí lo que se hace es que se quitan objetos del conjunto hasta llegar al número menor. Antes quitábamos el número menor. Vean que aquí teníamos el total y le quitábamos los 5 que le dio a Roberto, en cambio en este problema ahora María tiene los mismos 12 lápices, lo que no sabemos es el cambio, porque no sabemos cuántos le dio a Roberto y sí sabemos cuántos le quedan al final, o sea, sí sabemos el final, tenemos el inicio, pero nos falta el cambio. Pero a la hora de modelarlo, se puede modelar de la misma forma porque yo tengo los 12 lápices aquí y luego empieza a contar los 5, separa los 5 que le quedan. A pesar de que se modela igual, vean que el contexto es un poco diferente, porque ahora lo que hago es quitar los que le sobraron y no los que le dio a Roberto, los que contamos son los que le quedaron a

## Sesión 16

2021 07 22

Tiempo: 1:35:44

María, para determinar cuántos fue los que le regaló a Roberto. Entonces de ahí obtenemos que son 7. ¿Alguna pregunta o comentario?

58:45

The screenshot shows a video player interface. The main content is a presentation slide titled "Estrategias de modelación directa". Under the heading "Separar a" (Carpenter et al., 2015, p. 18), there is an example problem: "María tenía 12 lápices. Le dio unos a Roberto y ahora a ella le quedan 5 lápices. ¿Cuántos lápices le dio a Roberto?". Below the text, there are two photographs of colorful blocks being moved. The video player controls at the bottom show a progress bar and a timestamp of 58:45.

Facilitadora: Y esta otra, la llaman *Separar A*. Esta incluye cierta prueba, en el sentido de que no necesariamente el estudiante sabe bien cómo hacerla, porque lo que pasa, más bien esta es la misma, la anterior, *Separar A*. Aquí el problema es que la persona no puede solo contar los objetos que quita, sino que también debe revisar que queda el número apropiado de objetos, entonces cuál es la diferencia, la estrategia es muy parecida, pero el problema es que hay que ir quitando y hay que ir contando cuántos son los que me van quedando. Entonces esta requiere un poquito, a pesar de que pareciera la misma estrategia, requiere un poquito más de concentración y de cálculo mental, en el sentido de que tienen que llevar la cuenta de cuántos va quitando y luego determinar cuántos son los que le quedan. Y lo que ellos dicen es que es menos utilizada por el estudiantado. No sé si ustedes la han visto, es esta: hacer el total, determinar qué es lo que sobra, pero igual, vamos separando los cubitos de lo que sobra y contar luego los que me quedan.

This block contains two side-by-side screenshots of the same video player interface as above. The left screenshot shows the slide with the text "Esta estrategia incluye cierto ensayo y error porque la persona no puede solo contar los objetos que quita, sino que también debe revisar que quede el número apropiado de objetos sobrantes." and "Es menos utilizada por el estudiantado." The right screenshot shows the same slide but with the example problem text highlighted. Both screenshots show the video player controls at the bottom with a timestamp of 58:45.

Esta tengo la curiosidad si la..., es que depende del tipo de problemas que hayan utilizado en clase, pero recuerden que los problemas de comparación son cuando yo digo, yo tengo 5 naranjas más que Carmen, por ejemplo, y Carmen tiene 3 naranjas. Ese podría ser ejemplo de un problema de comparación. Pero aquí, lo que no se conoce es la diferencia, es de comparación, qué se yo, yo tengo 9 naranjas, Carmen tiene 6 naranjas entonces lo que quiero saber es cuántas naranjas más tengo yo que Carmen, por ejemplo. Esos son los de diferencia desconocida. Entonces ellos lo que dicen es que una forma de resolverlo, podrían ser interesante que si ustedes nunca han usado un problema de este tipo, que lo planteen a ver qué pasa, porque ellos lo que proponen es que sí se les da material concreto, lo que va a suceder es que tratan de hacer esa conexión entre los carros que tiene Marcos y los que tienen Josefina. Voy a leer primero el problema. Dice: "Marcos tiene 6 carros. Josefina tiene 9 carros. ¿Cuántos carros más tiene Josefina que Marcos?". Eso que ellos llaman la correspondencia uno-a-uno, ¿qué es lo que significa? Esta foto me quedó al revés, no importa en realidad. Marcos tiene 6 carros entonces aquí cuento los carros que tiene Marcos, esos son los 6, la representación de los 6 carros, luego cuento los 9 cuadritos o cubitos que va a representar los que tiene Josefina. Entonces para saber cuántos tiene Josefina más que Marcos, una estrategia que ellos podrían usar es hacer parejitas. Entonces cojo los 6 que están aquí y los coloco en una fila, luego cojo los 9 y los coloco en otra fila, pero voy haciendo parejas, de manera que puedo establecer cuántos son la diferencia entre los que tiene una persona y la otra. ¿Alguna vez han visto esa estrategia con material concreto?

1:03:18

Carmen: Yo la correspondencia no recuerdo.

Facilitadora: ¿Y sí recuerda haber planteado problemas de comparación?

Carmen: Sinceramente el tiempo que estuve en primer ciclo, pues pensaría que no.

Facilitadora: Pero igual lo podría plantear, le cambia los números, qué se yo, "Marcos tiene 670 carros, Josefina tiene 953", bueno, carros, no, colones. "¿Cuántos colones más tiene Josefina que Marcos?" Usted lo adapta a su nivel, no importa.

Carmen: Sí, sí, entiendo, pero con el material concreto, ¿cómo haría? Ya para los míos sería abstracto totalmente.

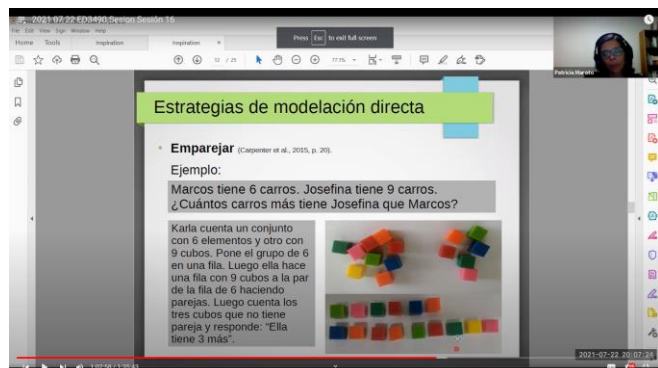
Facilitadora: Sí, verdad, eso sí, definitivo. Habría que ver cómo lo resuelven, porque ya, por ejemplo, se me ocurre, no sé, podría ser con una recta numérica, digo yo, si saben usar la recta numérica, entonces ver la diferencia entre los 600 y resto hasta llegar a los 900 y resto. O hacer una resta, podría ser también. Habría que ver cómo lo entienden y cómo lo resuelven.



Sesión 16

2021 07 22

Tiempo: 1:35:44



Carmen: Sí, se puede probar, se puede probar, profe.

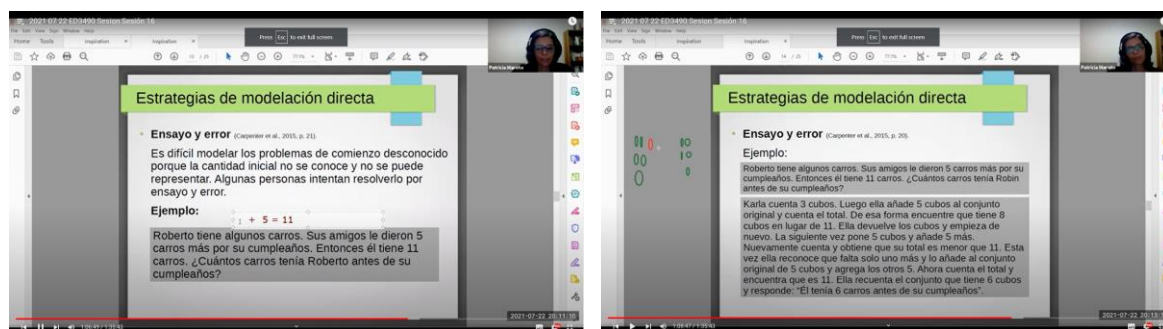
Facilitadora: A ver cómo lo razonan. Es un problema que tiene un nivel de dificultad un poquito más alto definitivamente. Pero es lo que usted también decía, sería ideal empezar con el proceso desde primer grado, segundo grado, qué sé yo, para poder ponerlos a experimentar con el material concreto, ir construyendo los conceptos, y luego poco a poco irlos llevando a problemas ya más complejos o con números mayores.

Esta otra estrategia, que llaman *Ensayo y error*. Recuerden que los problemas cuando el comienzo es desconocido, son los más difíciles, que es cuando yo digo, por ejemplo: "Tenía cierta cantidad de bolinchas, alguien me regaló 5, y ahora tengo 20. ¿Cuántas tenía al principio?" Ese es un problema de comienzo desconocido. Esos son los problemas más difíciles, Sí, por ejemplo, yo quiero generar un problema del nivel de conexión, si no se han trabajado mucho en estos tres tipos de problemas: el de total desconocido, cambio desconocido e inicio desconocido, el de inicio desconocido es el más problema más difícil y entonces podríamos etiquetarlo como un problema de conexión. Entonces debido a que lo que falta es el principio, los autores dicen que la estrategia es ensayo y error, entonces no hay seguridad, ellos no tienen seguridad en cómo resolverlo. Veamos, por ejemplo, este: "Roberto tiene algunos carros. Sus amigos le dieron 5 carros más por su cumpleaños". Entonces nos falta el inicio, sabemos que le dieron 5, entonces no tengo el inicio, pero sé que le regalaron 5 carros y al final tiene 11. Entonces la cantidad inicial es la que no conoce. Esos son los más difíciles. Entonces la pregunta aquí es: "¿Cuántos carros tenía Roberto antes de su cumpleaños?". La llaman de ensayo y error porque como que tienden a "batear" cuántos van aquí, lo que dicen es que pocos estudiantes logran realmente poder resolver ese problema bien. Entonces ellos proponen esta como una posibilidad. Dice: "Valentina cuenta 3 cubos", o sea, tengo que empezar con algo, no sé cuántos son. Solo sabe que le añadieron 5 más. Lo que dice es: Valentina cuenta 3 cubos, luego le añade 5 cubos al conjunto original y cuenta, después de que los cuenta se determina que tiene 8, y necesitaba 11, entonces no sirve, entonces lo que asumen es que vuelve a poner todos los cubos juntos y luego dice: "Bueno, no me sirvió 3, voy a probar con 5". Entonces pone los 5 cubos, le añade los 5 extra y cuenta y obtiene 10, pero como es 10 el antecesor de 11, entonces podría ser que la estudiante se dé cuenta que falta uno más y entonces lo agrega, lo agrega al primer conjunto, entonces, qué sé yo, empieza con los 5 y luego los otros 5, ah bueno, ahí lo tengo hecho, ay no, no está

hecho. Entonces pone 5, los 5 primeros, luego agrega 5 y cuenta y se da cuenta que tiene apenas 10, entonces lo que dice es: Ah bueno si solo tengo 10 ahí, lo que me falta es uno más aquí, y entonces aquí tengo ahora 6. Y de esa forma determina que  $6 + 5$  son los 11.

Igual, no sé si este tipo de problema, que es el más difícil, lo han intentado utilizar en algún momento y si le han puesto además atención a cómo lo resuelven, si lo hacen así, probando, probando. Yo supongo que estudiantes ya más avanzados, como decía antes Claudia, estudiantes que ya, por ejemplo, si ya se ha trabajado bastante la descomposición de números, entonces ellos ya tienen claro cuáles números sumados dan 11 entonces eso podría ayudarles a pensar este problema de otra forma.

Y ellos dicen, inclusive, que hay estudiantes que definitivamente no pueden resolver este problema. No pareciera que fuera tan difícil, pero ese inicio desconocido puede ser muy, muy complicado para alumnos que no tienen un buen nivel. Y eso hay que tenerlo en cuenta porque podría ser, dependiendo de los estudiantes que ustedes tengan, si tienen estudiantes que son muy hábiles, simplemente plantear un problema de inicio desconocido, los va a retar. Obviamente después de resolver algunos, van a entender, probablemente, la estrategia, pero les puede ayudar a encontrar un problema que tiene un poquito más de dificultad, mientras que a estudiantes que tienen muchas dificultades, más bien los puede frustrar porque no tienen todavía las herramientas conceptuales para resolver este tipo de problemas. Eso es algo importante de considerarlo.

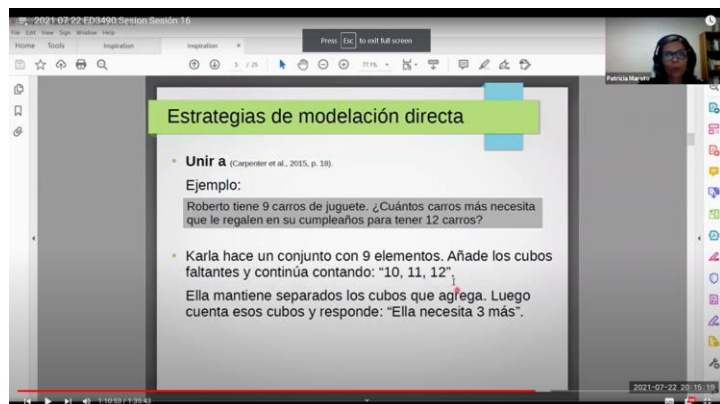


Una cosa muy importante es que determinar qué es alguna de estas estrategias de modelación no es solo porque usen el material concreto. Por ejemplo, cuando hicimos el primer ejemplo, Claudia claramente dijo que, era este problema, este desde 9 hasta 12, no era el primero, sino este, entonces Claudia dijo: "Mi estudiante va a empezar en 9 y va a contar tres más: 10, 11, 12", o sea va a contar hasta 12 y se va a dar cuenta de que faltan 3. Entonces, a pesar de que no esté usando el material concreto, sí es una estrategia de *Unir A*, por la forma en que lo está razonando. Entonces es la aclaración, no es solo porque use material concreto, sino es la forma en que están razonando el ejercicio. La intención de usar aquí el material concreto era poder visualizar qué es lo que el estudiante podría estar pensando.

Sesión 16

2021 07 22

Tiempo: 1:35:44



Ahora lo que hice fue puse..., hay 6 problemas. Cada problema es de un tipo diferente. La intención es que ustedes piensen de qué forma sus estudiantes podrían resolver ese problema., considerando esas estrategias de modelación directa. Por ejemplo este, es *De Unir con resultado desconocido* y dice: “Elena tiene 3 tomates. Ella recogió 9 tomates más de su huerta. ¿Cuántos tomates tiene Elena ahora?”. Entonces ¿cómo lo podríamos resolver?, o ¿cómo lo podrían resolver sus estudiantes más bien, o sus hijos?

Carmen: En el primero simplemente agrega los tres tomates, toma los 3 tomates, si está usando paletas o lo que sea y le pone los 9 tomates más, y los cuenta todos, construye el conjunto.

Facilitadora: Muy bien. ¿Y de qué forma puede contar esos dos conjuntos? Ya hablamos de que hay estudiantes que van: 1, 2, 3, hasta 12. ¿Qué otras formas de contarlos podrían usar?

Carmen: Con paletas.

Facilitadora: Sí, con material concreto, exacto.

Carmen: Podría arrancar del 3 y poner 9 en otro lado e ir contando de uno en uno, o podría ser, pasa, me pasó en un momento, en que digamos, arrancaba del 3, porque fue el primero que apareció, y después le agrega el 9, pero un chiquillo más chispilla coge el 9 y de una vez le agrega los otros 3, para avanzar más rápido.

Facilitadora: Exactamente. Esa sería una estrategia ideal que demuestra que piensan de manera flexible, que saben  $3 + 9$  y  $9 + 3$  es lo mismo. Estarían usando la propiedad conmutativa, sin saberlo, digamos. Pero esa sería una buena opción definitivamente, que empiecen por 9 porque, como usted dice, sería más fácil a 9 sumarle 3, contar 3 números más, que empezar en 3 y contar 9.

Carmen: Arrancar del 3 al 4, digamos, del 3 a 4 como decía Claudia, eso que dice Claudia sí es muy importante, yo lo he visto aquí estudiando, de que se devuelven. (Inaudible)

Facilitadora: ¿Qué se devuelven al 1?

Sesión 16

2021 07 22

Tiempo: 1:35:44

Carmen: Sí, sí, que se devuelven al 1 y ya después cuentan 1, 2, 3, 4, ..., entonces pierden un poquillo más de tiempo y hay más riesgo de cometer un error, también.

Facilitadora: Sí, y es una estrategia más simple, demuestra menos conocimiento de los números. La otra sería empezar en 3 y a partir de 3 contar hasta 9. O la otra es empezar en 9, eso demuestra un poquito más de comprensión del conjunto y sumar 3. En todos los casos están cogiendo los 2 conjuntos y los están sumando, pero están contando los elementos de los dos.

El segundo dice que es de *Unir de cambio desconocido*. Dice: "Juan tiene 3 carros de juguete. ¿Cuántos carros más necesita comprar si quiere tener 12 carros?". ¿Cuál sería una estrategia?

1:15:13

Carmen: Ahí podría ser que un niño cuente desde el 3 y hasta llegar al 12, para ver cuántos números hay, o podría ser también que un niño tome el conjunto de 12, pero no sé si realmente, Claudia tal vez que tiene más experiencia y Daniela, de las compañeras aquí con las que comparto, porque no sé si se dé, que tome el conjunto de los 12, quite los tres carros y saque la cuenta, no sé.

Facilitadora: ¿No lo ve como muy viable?

Carmen: Tiene que ser un niño con habilidades bastante sobresalientes, como ese que Claudia comentaba que tiene.

Facilitadora: Se me quedó pegada la presentación. Sí, esa es la idea aquí, empezar de tres y luego agregar los que falten, hasta completar 12. No me deja avanzar. Pensemos en el siguiente: "Había 12 delfines nadando. 9 delfines se fueron. ¿Cuántos delfines siguen nadando?". Ahora sí, ya lo pude mover. Aquí está la estrategia: se construye un conjunto con 3 objetos y se van añadiendo hasta completar 12. Esa es la estrategia más usada. Entonces si un estudiante, como decía Carmen, lo hace de otra forma, es porque tiene un conocimiento más avanzado. ¿Cómo haríamos el de los delfines? O ¿cómo resolverían los estudiantes el de los delfines?

1:18:00

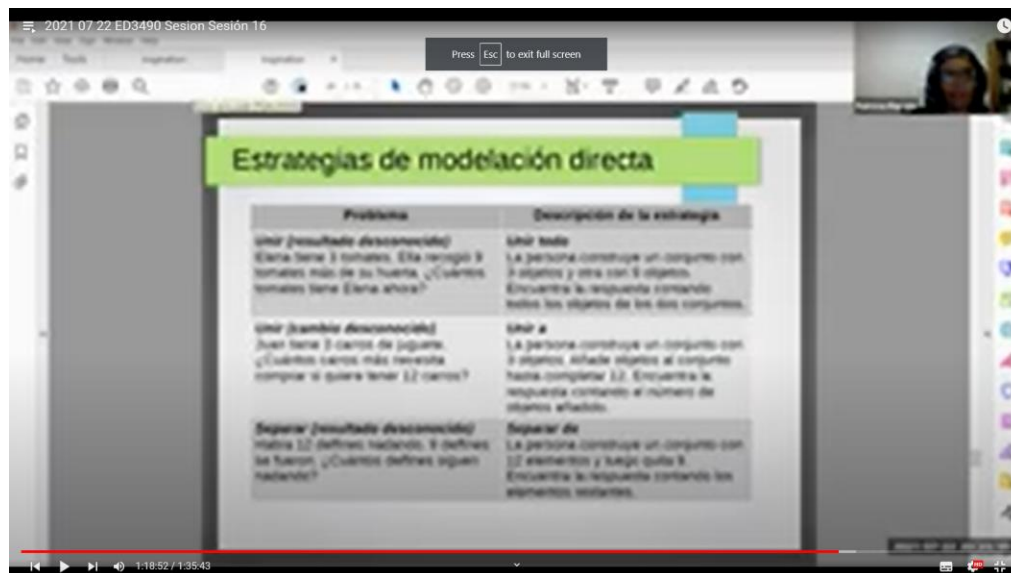
Carmen: Pienso que toman el conjunto de 12 y le quitan los 9 delfines, pienso yo.

Facilitadora: Eso sería lo natural, por la misma acción, tengo 12, se van tantos, entonces los quitamos y me quedan tantos. Exactamente, esa sería la estrategia.

Sesión 16

2021 07 22

Tiempo: 1:35:44



Este otro dice que es *Separar con cambio desconocido*. “Había 12 personas en el bus. Algunas personas salieron. Quedan 3 personas en el bus. ¿Cuántas personas salieron?”

1:19:35

Carmen: Yo pienso que toman el conjunto de 12 y le quitan 3, pero después tienen que devolverse a contar.

Facilitadora: Hay que devolverse a contar, exacto. ¿Alguien tiene alguna otra idea?

Claudia: También pueden aplicar de 3 para llegar a 12.

Facilitadora: Empezar por las que quedaron.

Claudia: Pero igual, ahí volvemos. Hay chiquillos que sí lo entienden, pero otros ahí se confunden, empiezan a contar 3, 4, 5, 6, ve, y entonces la respuesta 12, otra vez.

Facilitadora: Porque no cuentan los que van contando. Es que es más difícil, es más difícil. Si se hace con material concreto sí, porque entonces le va a quedando el registro de cuántos fueron los que contó y después cuenta los cubitos, pero si lo hace contando en voz alta, si no tiene cuidado, se le pierde cuántos contó.

Claudia: Exacto.

Carmen: Se pueden enredar en la cuenta también. Puede ser que sí lo hagan bien, que avancen 4, 5, 6, pero si no tienen supervisión se pueden enredar en la cuenta.

Claudia: Sí, y en edades pequeños eso se da mucho. Casi siempre la mayoría se equivoca en esas dos situaciones.

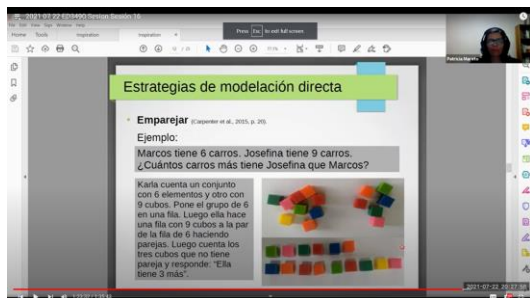
Facilitadora: Yo creo que inclusive a nosotros tal vez nos pase a veces, si nos descuidamos un momento. Y sí, esa es la estrategia, contar los 12, quitar los objetos, ir quitando y quitando

Sesión 16

2021 07 22

Tiempo: 1:35:44

hasta que me queden 3 y luego contar los que quité. Si se hace con material concreto es más fácil, como dice Claudia, si lo hago contando, podría ser que al final me pierda.



Luego tenemos otro, este es *Comparar con diferencia desconocida*: “María tiene 3 bolinchas. Randy tiene 12 bolinchas. ¿Cuántas bolinchas más tiene Randy que María?”. Este ustedes dijeron antes que nunca lo han visto que lo resuelvan de esta forma. ¿Recuerdan cuál fue la estrategia que se propuso?, ¿cuándo son de comparación?

Claudia: Sería ajustar, bueno, ellos lo ven así, como ajustar para que les quede igual, pero de verdad, para ellos o para muchos es muy difícil ese razonamiento.

Facilitadora: Y cuando usted dice ajustar, ¿qué significa?

Claudia: Por ejemplo, si María tiene 3 bolinchas y Randy tiene 12, ellos dicen, irle regalando a María hasta que llegue a la misma cantidad de Randy.

Facilitadora: Okay, más bien completar.

Claudia: Ajá.

Facilitadora: La que propusieron aquí, pero está interesante eso que usted está diciendo, la que propusieron antes aquí, o que propusimos, era: hago las parejitas y veo a ver cuántos me sobran sin pareja, digámoslo así, pero usted más bien está proponiendo completar las parejas, eso es lo que le entendí.

Claudia: Sí, es que se nos presenta, se me ha presentado de las dos situaciones. Por eso, entonces algunos lo entienden más como ajustar o como está ahí, que queden, que sobraron, digamos, lo ven así.

Facilitadora: Está interesante eso. Y el último dice..., me perdí. ¿Qué fue lo que me pasó? Sí, entonces la persona representa un conjunto con 3 objetos y otro con 12 objetos y los va emparejando. Entonces, según estos autores, se cuentan los que no tienen pareja. Como dice Claudia, podría ser que algunos más bien que añadan los que faltan y cuenten esos. Y este último dice: “Daniela tiene algunos libros. Fue a la biblioteca y consiguió 9 libros más. Ahora ella tiene 12 en total. ¿Cuántos libros tenía ella al inicio?”. ¿Cómo lo podrían resolver?

1:25:15

Recuerden que antes dijimos que este era el problema más difícil y el que algunos estudiantes del todo no pueden resolver. Y ellos, el método o la estrategia la llaman ensayo y error, ponen

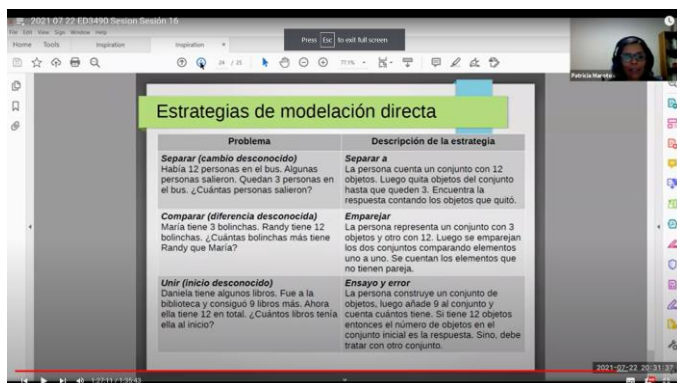


Sesión 16

2021 07 22

Tiempo: 1:35:44

los 9, ponen alguna cantidad al inicio, que la “batean”, digámoslo así, por eso se llama ensayo y error, entonces prueba con una cantidad, luego le sumo 9 y nada más verifico si eso me da 12. Si no me da 12, pruebo con otra cantidad y así sucesivamente hasta que en algún momento obtiene la respuesta. Esa es la estrategia más difícil y el tipo de problema más difícil también. Y la estrategia más difícil en el sentido de que no saben, es ensayando, como probando que pueden resolverlo. Y bueno, ese serían los temas para hoy. No sé si ven útil esto de pensar en cómo el estudiante resuelve, esa es la intención para los próximos días, qué hacen, cómo lo hacen, y tratar de ponerle más atención. No sé si siempre lo hacen de una manera muy consciente, pero la intención de estos ejercicios es tratarle de ponerle más atención a la forma en que el estudiante razona, ya sea usando material, la forma en que lo razona de manera escrita y también podríamos pensar en la posibilidad de analizar más la forma en que el estudiante lo dice también. Entonces podríamos pensar un poco en eso y ustedes conforme lo van viendo en el aula, tratar de reflexionar si ven cosas diferentes, o si todos los estudiantes resuelven un ejercicio o un problema de la misma forma. Entonces la intención es esa, pensar más en el pensamiento del estudiante. No sé qué les parece, si les es útil o no, ustedes me dicen.



Carmen: A mí me parece útil, pero me imagino que aquí, ya las compañeras desde que nos dice esto, ya tenemos una radiografía de la clase. Ya yo sé que a (nombre del estudiante) le voy a tirar eso y, de una, pa, y otros tantos. Y otro casito que tengo por ahí muy especial, va a qué, cómo, yo no entendí nada. Y otros tal vez lo intentarán, otros de plano ni se... Ya uno está haciendo como una radiografía de la clase, pero en realidad vale la pena intentarlo.

Facilitadora: Entonces ya usted sabe que (nombre del mismo estudiante) se lo va a resolver rapidísimo, pero entonces no se conforme con que ya lo hizo, sino pregúntele cómo lo hizo y trate de entender cómo él está pensando. Igual el que no entiende, pregúntele qué sí entiende del problema, y de qué forma podría resolverlo. Póngale frijoles, cubitos, lo que sea, y trate de pedirle que lo modele con el material, pregúntele qué entiende. Si lo resolvió, aunque lo resuelva mal, que se lo explique, entonces trate de que lo verbalicen más, a ver si logra extraer un poco más de información.

Carmen: Sí, sí, está de verdad muy bien la propuesta. Una cosa que tenemos un poquito en contra, no que estoy siendo negativa para nada, es que con el hecho de esta situación sanitaria tampoco podemos estar con los chiquillos, como era antes, que tres cabezas piensan mejor

que una y esas cosas, ya ahora todo es más individualizado que de costumbre. Por ahí siento que es otra traballa que hay por ahí.

Facilitadora: Definitivo, eso es una gran limitación en esto, porque en esto la intención es mucho el trabajo colectivo y el apoyo entre ellos para verbalizar, para razonar, para decirle estoy está malo por esto, esto y esto, y esa práctica, usted tiene razón, en este momento eso no es viable. Pero sí, sí, hay que aterrizar esto en la realidad que tengamos, en este momento, no hay de otra.

Carmen: Sí, sí, adaptarnos, y lo hemos venido haciendo y lo vamos a seguir haciendo. A mí sí me parece bastante interesante la propuesta.

Facilitadora: Una cosa que yo estaba pensando que es una ventaja, es que están trabajando en un período de tiempo con menos estudiantes de lo normal y tal vez, digo yo, ustedes son las que saben, eso les dé la opción de escuchar más a cada estudiante porque no es lo mismo tener 25, que tener 12. Entonces se trata de eso, de escucharles más, preguntarles más y obligarlos a argumentar un poco más lo que hacen en matemática. Ya los ejercicios muy calculeros no deberían ser prioridad, sino problemas, que es lo que el MEP propone también, que resolvamos problemas, que los pongamos a pensar y también la parte de los procesos que ustedes saben: comunicar, representar, argumentar, todos esos procesos que están en el programa de estudios se conectan con esto, también. Esa es parte de la tarea que tenemos pendiente para mejorar lo que hacemos en matemática en todo el sistema, incluyendo el universitario.

Bueno, y estamos por hoy. Logramos terminar más temprano de la cuenta, qué bien.

Les voy a abrir un espacio para que cuando puedan suban un planeamiento de los que han hecho esta semana o la semana pasada o que hagan la próxima semana. Ojalá un planeamiento que incluya algo de operaciones básicas, pero recuerden que es el que tengan disponible, recuerden que no tienen que hacer nada nuevo, ni diferente. Y si les queda un tiempito y pueden recoger algunos de los trabajos de los estudiantes de esta semana y los quieren compartir, nada más les quitan el nombre, los dejan anónimos y si quieren compartir algunas de las estrategias que vean, que les gusten, o errores que encuentren, tratando de poner en práctica esto en el sentido de pensar un poco más del función del pensamiento de cada estudiante. Y eso sería. Muchas gracias

Carmen: Profe, solo una consulta, por ejemplo, ¿cómo nos recomienda que lo hagamos? ¿Montamos una practiquita con problemas similares a estos y más nada, y que los resuelvan solitos? ¿O verbalizamos un poco? ¿Cómo sería mejor eso?

Facilitadora: Es que yo no quisiera que usted tenga que cambiar lo que ya planeó, no sé si tiene que planear, pero si tiene que planear, tenemos una lista de problemas inicial para suma y resta. Entonces si usted tiene que poner problemitas de suma y resta trate de planear que sean de unir, o de separar o de parte-parte-todo. Si quisiera organizar algo nuevo, que no tenga planeado, podría considerar esos diferentes tipos de problemas, considerando el nivel de dificultad y todo lo demás, pero mi intención no es que usted se ponga a hacer algo diferente, sino simplemente del mismo trabajo que ya planeó en la guía de trabajo, o en la tarea, o lo que



Sesión 16

2021 07 22

Tiempo: 1:35:44

sea que ha planeado para trabajar en el aula, que si usted observa algo que le llama la atención, le toma una foto, o escanea la hojita, o como usted quiera. Pero no tiene que ponerse a hacer algo diferente. Ahora, si usted quiere ir implementando esto ya de una manera más sistemática, por supuesto que mucho mejor, es una decisión suya, pero yo les prometí al principio, ¿se acuerdan?, que nos les iba a poner mucho más trabajo del que ya tienen, entonces es una decisión de ustedes.

Carmen: Está bien, sí, traer una muestra de algo interesante nada más, que vemos por ahí.

Facilitadora: Sí, sí. Para analizarlo. Puede ser algo que esté incorrecto, no tiene que ser perfecto tampoco, porque a veces se aprende mucho también de los errores, entender por qué el estudiante se equivocó. Eso también es importante. Y así los ejemplos, porque yo voy a sacar del libro algunos ejemplos, pero podemos trabajar también con algunos ejemplos que sí sean de sus estudiantes. Yo pienso que es más interesante, podemos aprender más y lo ubicamos más en el contexto de nosotras.

Bueno, que pasen bien.

Carmen: Gracias.

Facilitadora: Gracias a ustedes más bien, que pasen buenas noches. Nos escuchamos. Si alguien quiere material me dicen, en serio, que pasen buenas noches.

Varias: Buenas noches.