

Facilitadora: Bueno, espero que todo esté muy bien, que estén menos cansadas que otras semanas. Vamos a seguir trabajando con algoritmos que usan los estudiantes cuando se trabajan con números un poco mayores que los que usamos en primero, segundo, tercer grado. Una duda que tenía, y quería preguntarles, es hasta cuándo quieren ustedes trabajar. Es para pensar en las semanas que nos queden. Yo quiero hacer una evaluación al final. Bueno hay que hacer dos evaluaciones en realidad, una de conocimiento, en el sentido de un poco de matemática y después una evaluación del proyecto, en el sentido de... Hay un formulario para que nos den retroalimentación, entonces eso lo podríamos hacer en la última sesión, pero yo no sé qué tan lejos o cerca está eso. Buen,o ustedes de por sí no terminan el curso lectivo hasta el otro año, pero entonces quería preguntarles para ir pensando. Si ustedes me dicen que hasta noviembre, o hasta octubre, o para ir definiendo cuántas clases quedan y cómo organizo los temas que faltan, cuáles dejo, cuáles quito, qué sé yo. No tenemos que resolverlo hoy, solo quería preguntar si ustedes quieren pensarlo. Me avisan, lo revisamos la otra semana de nuevo, no hay problema, sólo quería preguntarles porque yo sé que ya fin de año se les enreda más, pero si ustedes me dicen que seguimos hasta diciembre, seguimos trabajando, pero es una decisión de ustedes.

Carmen: Profe cómo le va.

Facilitadora: Hola, bien y usted.

Carmen: Es que no había podido hablar, diay yo no sé qué dirán. Jimena es la que sabe planificar, Jimena y Leidy saben planificar muy bien el tiempo: En mí no confíe porque soy una catástrofe. Heidi también. Jimena, Lady y Claudia.

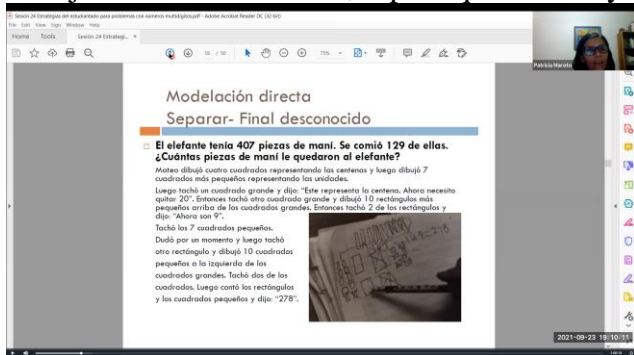
Facilitadora: Pero usted tiene un buen equipo a la par. Esa es una gran ventaja.

Claudia: Por mí seguimos hasta diciembre, hasta terminar.

Facilitadora: Okay, yo a veces digo no sé si están cansadas ya. Sí, yo creo, que todavía hay algunos temas ahí en el libro. Ya casi terminamos con las estrategias, bueno, ya casi no, porque como trabajamos una hora. Bueno, yo espero hoy terminar las de suma y resta y no creo que nos alcance para empezar multiplicación y división. Multiplicación y división en realidad es menos, y después ya terminaríamos lo que son estrategias como las de pensar en función del estudiante y ya viene más bien algunas recomendaciones sobre cómo implementar algunas ideas en el aula, cómo trabajar, cómo motivar la participación, la discusión, como más en esa línea ya de trabajo de aula. Y después ahí podríamos ver qué más. Yo estoy pensando pero todavía no porque es que estaba demasiado enredada pero quiero hacer unos cursos super cortos y las invito después. Y para que inviten otra gente también, voy a ver si los programo para octubre. Son talleres como de dos horas para usar por ejemplo el Mathigon o usar el otro, cómo se llama,bueno, no importa, digamos el uso materiales manipulativos pero digamos nada más eso así como mostrar a la gente como el sitio web y enseñarles un poquito cómo funciona. Yo creo que ustedes algunas han estado intentando o han estado usándolo entonces tal vez no les funcione tanto, pero es independiente de esto digamos pero sí quiero montarnos unos talleres extra para abrirlos a la comunidad en general. Entonces ahí les aviso después, pero bueno ahí vamos a seguir entonces trabajando y más bien muchas gracias. ¿Jimena también está de acuerdo?

Jimena: Sí, no tengo problema, sacamos el ratito.

Facilitadora: Si hay semanas ustedes ya saben, si hay alguna semana que se les complica nos ponemos de acuerdo y ya eso es todo, pero está bien. Hola Valentina. Ah no todavía no nos escucha Valentina. Bueno empecemos. Ahora habíamos estado hablando de algunos, se recuerden que trabajamos con este problema la semana pasada con esta solución del estudiante hasta ahí habíamos llegado, habíamos trabajado con modelación directa y que recuerden que la modelación directa es cuando usamos material concreto o inclusive dibujos, o como sea para representar el problema y revisarlo. Entonces hoy vamos a trabajar.... Hola Valentina, espero que esté muy bien.



Valentina: Buenas noches es que no podía saludar antes porque se me zafó los auriculares.

Facilitadora: Yo veía que decía se está conectando al audio entonces estaba dando tiempo.

Valentina: Ajá.

Facilitadora: Vamos a empezar a trabajar con algoritmos inventados para suma. Aquí la intención es que son cosas que se han observado que los estudiantes utilizan. Cuando ya el estudiante logra usar material concreto y empieza a entender lo que está haciendo, entonces empieza a utilizar otras estrategias. Estas han sido clasificadas en cuatro categorías, que nuevamente, al final no importa cuál categoría sea sino lo importante es ver a los estudiantes crecer en este sentido, pero vamos a ir las analizando según estas categorías.

- La primera ellos la llaman de incremento entonces se van incrementando o disminuyendo las sumas parciales o las diferencias ya vamos a ver qué significa eso.
- Luego la otra se llama combinar las unidades que es cuando hacen sumas de decenas por un lado, sumas de unidades por el otro, y luego ya las agrupan todas, pero como que siempre piensan en función de decenas, o centenas, o unidades, pero no la mezclan.
- La tercera la llaman combinando las mismas unidades, que usan los principios de la suma y resta con el algoritmo.
- Y la última ellos la llaman de compensación, que es cuando se ajustan se van ajustando los números para calcular un resultado. Entonces si yo tengo que sumar, en este caso de la última, $98+204$, entonces yo sé que me faltan 2 para el 100 en el caso del 98, entonces es ahí donde usan la compensación.

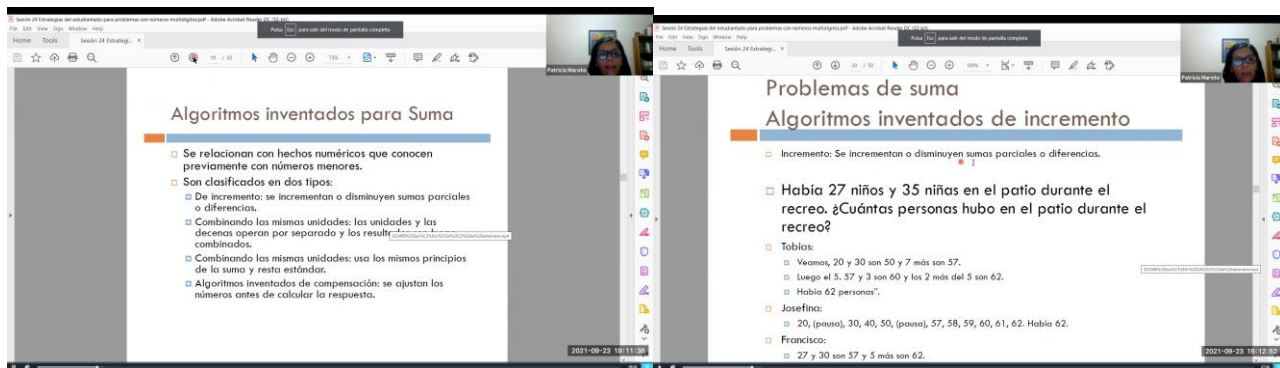
Vamos a ir viendo ejemplos de cómo se ha observado que los estudiantes usan estos, que los llaman algoritmos inventados, porque fue que al estudiante no se los enseñaron, sino que el estudiante a partir de lo que ha ido construyendo los van resolviendo. Entonces por ejemplo este primero es de incremento. Entonces dice "se incrementan o disminuyen sumas parciales o diferencias". Vienen tres ejemplos diferentes en donde se utiliza este tipo de algoritmo dice "había 27 niños y 35 niñas en el patio durante el recreo. ¿Cuántas personas hubo en el patio durante el recreo?"

Tobías dice: Veamos 20 y 30 son 50. Parte de las decenas de cada número $20+30=50$. Y luego suma 7 que son los 7 de este número, 57. Entonces después dice y faltan estos 5, de las niñas, entonces dice bueno el

5. Llevaba 57 si sumo tres más son 60 y los dos más son 62. Había 62 personas. Eso es una forma de hacerlo, que lo que se hace es se van incrementando las... Partimos de una suma y le vamos aumentando, en este caso se va aumentando, considerando los diferentes números. Se descomponen los números, se piensa las decenas primero luego se le agregan estas 7 unidades, luego se completa la siguiente decena y se agregan los que sobran, que son 2 en este caso.

En el caso de Josefina tenemos que ella más bien empieza con el 20 de aquí, igual empieza con las decenas 20 y luego cuenta los 30 entonces 30, 40, 50 y luego empieza... Mirá aquí me faltó 51 y entonces después lo que sigue es contando: 20 luego dice 30, 40, 50. Entonces ahí terminó con las decenas luego brinca 57 porque suma los siete de aquí de una vez, y luego los siguientes sí los suma de por uno, uno, dos, tres, cuatro, cinco, los cinco niños extras sí empieza a contarlos uno por uno.

Esa es otra opción 27 y 30 son 57 y 5 más son 62. Entonces de esas tres estrategias ¿cuál piensan ustedes que es más eficiente o todas son eficientes? ¿Qué piensan?



Claudia: Profe, vieras que cuando uno está ahora observando más detalladamente a los niños uno observa, o sea, cada uno lo resuelve a su forma y se presenta. Por ejemplo en el caso mío se me han presentado las dos, así las dos primeras, principalmente.

Facilitadora: Qué bien, qué bien que las está observando me parece excelente. ¿Y los ve trabajando con confianza? ¿Con los resultados... con tranquilidad digamos, en el sentido de que entiende muy bien lo que están haciendo?

Claudia: Si la mitad del grupo sí, que va más avanzado, incluso hay chiquitos que: Diay niña yo lo resolví así y ya, me levantan las manos y hacen así sí como que sí ya. Los otros no hay que irlos guiando y guiando, pero es que estamos muy atrasados todavía con el concepto de número. Esperamos que al terminar este año ya podamos lograr eso.

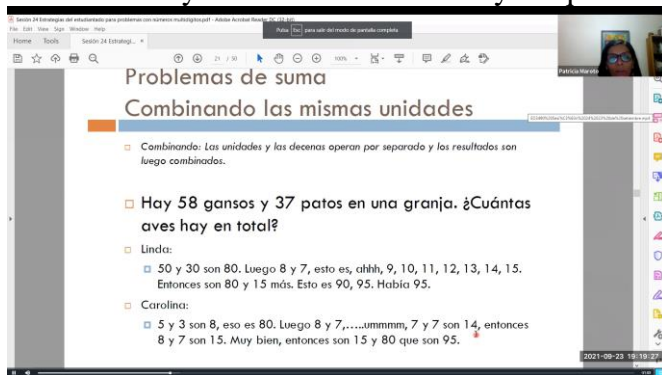
11:50

Facilitadora: Qué difícil tener dos grupos tan dispares.

Claudia: Sí.

Facilitadora: Aquí hay otros ejemplos. Ahora se llama combinando, pero entonces aquí, vean que en el de antes, por ejemplo, decían 27 y 30 o 20 y 30, 50 y luego sumo 7 y luego le sumo dos o le sumo 3. Aquí lo que hacen es que operan separadas las decenas y las unidades entonces el problema dice: "Hay 58 gansos y 37 patos en una granja. ¿Cuántas aves hay en total?"

Linda dice: 50 y 30 son 80, está cogiendo las decenas. Luego 8 y 7 entonces piensa en función de las unidades. Dice: esto es, entonces lo piensa y dice, bueno empieza desde el ... Vean que no dice 8, sino que empieza 9, 10, 11, 12, 13 hasta el 15 para para obtener cuánto es $8 + 7$. Entonces tenía 80 y ahora suma 15 más entonces esto es 90, 95. Había 95 aves. La llaman combinando porque lo que hace es separar las unidades y las decenas y trata de pensar en función de cada una para luego sumar los dos resultados. En este otro caso Carolina hace algo similar, pero dice: 5 y 3 son 8 eso es 80. Entonces a pesar de que usa siempre la idea que 50 y 30 separa las decenas, pero no piensa en funciones 50 y 30, sino que en principio piensa en 8 y ya después lo convierte son 8 decenas entonces lo convierte a 80. Luego 8 y 7. Vean que igual, otra vez lo piensa separado, lo que son decenas, pero de aquí en adelante Carolina lo hace diferente. Dice: 7 y 7 son 14 vean que ahí usa el doble o algún resultado previo que ya conoce sabe que 7 y 7 son 14, entonces 8 y 7 son 15 vean que no tuvo que contar de uno por uno, sino que usó algo diferente. Muy bien. Entonces son 15 y 80 que son 95.



Nuevamente los 2 resultados son correctos, simplemente son diferentes formas de representarlo. Y, otra cosa que se ha observado, es que cuando ya los números son mayores, digamos tenemos números con tres dígitos o algo así, entonces lo que pasa es que usan estos dos métodos revueltos, digamos. De alguna manera van haciendo algunos cálculos y van obteniendo los resultados, dependiendo de los números que tengan.

Aquí hay otro de los que se han observado de algoritmos inventados. Este es Incremento y combinando. Este es un ejemplo de lo que estábamos diciendo de que combinan, de esta idea que está aquí, de que combina los dos métodos. Dice: “Hay 246 plantas de maíz en una fila”. Vean que este problema ya tiene más nivel de dificultad porque son tres dígitos. Y dice: “El agricultor plantó 178 matas adicionales en esa fila. ¿Cuántas plantas hay en total en esa fila?”

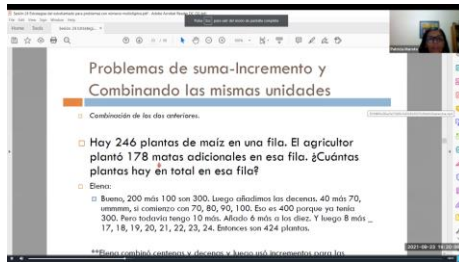
Vean que este es un problema que ya con cálculo mental requiere más trabajo.

Elena empieza diciendo: Bueno 200 y 100, son 300. Entonces empezamos trabajando con las centenas. Son 300. Luego añadimos las decenas, entonces piensa en 40 o en 4 y 70. Bueno, no piensa en 4 y 7, sino en 40 y 70. Entonces si comienzo con 70... 80, 90, 100. Entonces son 400, o sea, vean que $200 + 100$, 300. Luego empieza en 70 y cuenta, pero en este caso vean que no cuenta los 40. Aquí había sumado 80, 90 y completa la centena. Esos 400, porque ya tenía 300, pero todavía tengo 10 más, que eran de los 40. Aquí había sumado 80, 90, 100 y aquí llevaba 30. Completo a la centena, luego le suma los 10 más, luego añado 6 más a los 10, que serían los 16, este número y luego 8 más entonces ya tiene 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24. Entonces va completando. Por ejemplo, completa primero, suma las centenas, luego va sumando decenas hasta completar una centena, y luego va sumando las unidades, para concluir que tiene 424 plantas. No sé si alguna de ustedes, de las que tienen niveles superiores, ha observado algún estudiante haciendo algo como esto o si los han motivado a hacerlo.

Sesión 24

Fecha: 23/09/21

Tiempo: 1: 05: 35



Carmen: No profe, yo creo que ellos trabajan más directo. Es que como que este sistema...¿Cómo le digo? Tal vez el problema es que en el programa de matemáticas los temas vienen muy extraño. Son muchos temas y entonces en este tema como que no se detiene tanto. Recordemos que el tema de las operaciones fundamentales más bien viene como implícito para resolver cosas. No viene como era antes, que venía el apartado más establecido ahí, siento yo.

Facilitadora: Sí en eso tiene razón.

Jimena: Y yo recuerdo que durante todo el año yo podía incluir en el planeamiento números y operaciones, aunque no fueran parte de los indicadores del mes. Ahora nos encasillan tanto, como dice Carmen, que usted ve, uno ve esos temas por rebote casi, por los otros temas que hay que ver que tienen implícito las operaciones, pero no tenemos tan abierto el chance, pero sin embargo yo les camuflé ahí fichillas de tareas de operaciones como para no dejarlas en el aire, pero siento que se le ha dejado mucho énfasis a lo que son operaciones, y entonces nos cuesta ver esto, digamos.

Facilitadora: Claro.

Carmen: Sí profe, porque digamos uno lo vio en algún momento, pero se dejó de jalar así, como el apartado de decir este mes tocan las operaciones, verdad. Hay algunos momentos donde aparecen en el programa, pero recordemos que son no sé cuántas áreas que estadística, que medidas, que tiempo, entonces tanto, tanto, tanto no es que estamos siendo negativas.

Facilitadora: No, no, no, yo entiendo, claro.

Valentina: Al menos el programa de cuarto grado asume ya que saben multiplicar porque, o sea viene la división, porque viene como un tema. La multiplicación ellos asumen ya que ellos ya tienen el dominio de la multiplicación. Y uno tiene que empezar a ver tablas, hasta tablas, y a ver la multiplicación con ellos y uno que otro problemita porque ahorita por cuestión de tiempo vieras qué difícil es también.

Facilitadora: Claro.

Valentina: Poder abarcar todo lo que ellos quieren y después encima de que estas benditas Pruebas Faro entonces uno dice uy voy por aquí no he visto un montón de temas que les entran y eso, y entonces sí hay que hacerlo, porque yo al menos en las guías a veces, incluso ahora estoy pensando, había olvidado, por lo menos meterles dos sumas, dos restas y aunque sea un problema de suma, otra semana un problema de resta e ir así sucesivamente porque sí es muy importante, verdad.

Facilitadora: Es que es la base de todo el currículum en Matemática en todos los niveles.

Valentina: Ajá y lamentablemente si nos vamos a analizar cada uno, nos detenemos en los estudiantes nos damos cuenta que hay varios que no saben sumar y sin embargo yo estoy enseñando la división. Llevo tiempo de trabajar la división y hoy tenían que resolver unas divisiones ahí, que les puse en la GTA y llega un chiquito y me dice niña aquí sumo o tengo que restar. En las divisiones, y yo.. digo yo ¡nooooo!

Facilitadora: Qué pecado.

Valentina: Con el signo de división. Y eso que uno les da todo de diferentes formas como para que vean y les entre, y no.

Jimena: Sí porque en el programa de cuarto ni siquiera viene suma y resta, por ejemplo.

Valentina: No, no viene.

Jimena: Uno antes reforzaba ver todo, las sumas y todas las restas de todas las formas habidas y por haber. Yo me acuerdo que se le daba mucho énfasis a operaciones y ahora en cuarto no viene en ninguna parte del programa, ni en las plantillas de aprendizaje bases, esas que nos dan, no viene retomar eso y es fundamental. Yo digo que estos chiquitos pasaron de segundo a cuarto y aún así tiene uno que andar pellizcando a ver cómo les refuerza esas cosas porque hasta eso, a veces nos exigen a que no podemos ver en la clase cosas que no están en el planeamiento y entonces nos encasillan y se complica. Vieras que es muy complicad,o yo me siento como nunca en la vida frustrada porque no me siento cómoda con lo que hago.

Facilitadora: Demasiado encajonados están, demasiado control, qué feo.

Carmen: Profe pero es como un poco contradictorio porque vea. Por ejemplo, yo siento como que a veces piden competencias bastante altitas, piden cositas como algunas veces muy altitas. O veces son como muy sencillo lo que piden, pero como que al otro lado quieren más, entonces no me quedan como muy claro esa parte. No sé si me voy a explicar bien. Como que no hay una claridad o como que no se observa bien el hilo conductor, será, entre un año y otro, no sé, no sé, si será eso. Pero se las trae, siento yo. Para mí de verdad es como la materia que más se las trae también para planearla. Es como la materia que el programa es el más incómodo siempre lo he dicho, porque vienen todos los años todo lo que es medidas vienen junto. No debería venir todo lo que es cuarto junto y todo lo que es quinto junto y todo lo que es, para poder visualizar uno mejor que hasta por ahí anda perdido uno profe.

Facilitadora: Vea yo, ¿cuántos años llevamos usando ese plan de estudio? Un montón. Y a mí me parece que... yo me pierdo digamos eso que usted ve, busca algún tema, que sé yo, división o lo que sea, si usted hace la búsqueda la palabra clave el pdf se lo encuentra, pero usted no sabe si eso pertenece al segundo o tercero. Yo no sé cómo que no está bien diseñado, para ubicarse.

Carmen: No es noble para usarlo, no es noble para usarlo, pienso yo. Siempre he pensado eso.

Facilitadora: Usted tiene razón y eso que no está por grado también es un problema. Eso no lo había pensado, pero sí a mí siempre se me pierde. O sea si busco algún tema no sé en qué grado está, en qué nivel está, porque no está como claro en cada página en qué grado estamos trabajand. Y pienso que no poder visualizar todos los temas juntos también, tiene usted toda la razón.

Claudia: Yo pienso que el programa de Matemática, bueno, que lo he analizado, es acumulativo y según lo que entiendo y lo que le he escuchado a la asesora, los niños deben tener las bases, digamos, desde el principio. Lo que pasa que estos últimos años, por varias situaciones, entonces estos niños que están ahora en cuarto, quinto. Igual en el colegio digamos no tienen las bases muy buenas por todo lo que ha pasado, pero la idea es que, por ejemplo, si un niño aprendió a sumar ya sabe sumar, si aprendió a multiplicar, ya tiene que saber multiplicar, y aplicarlo no solamente a nivel de una suma o de una resta directa o de una multiplicación, sino en el razonamiento lógico y viene dividido sí, digamos, por ejemplo, primero se inicia con medidas. Sí creo que es con las medidas y uno decía para uno como maestro es mejor con el sistema de numeración porque considera que es como un repaso, y ubicarlos y avanzar, pero por muchas circunstancias decían que eso siempre quedaba al final y casi nunca se terminaba de ver, entonces se hicieron esos cambios. Pusieron todas las medidas de primero a sexto, todo el sistema de numeración. Así va por orden, de primero a sexto, entonces sí es más complicado, pero en el trasfondo digamos de ese programa esa es la idea: que el niño, el aprendizaje sea significativo y acumulativo, le digo yo a los papás, por eso es importante que tengan que aprender bien.

Facilitadora: Sí claro.

Valentina: Yo considero que primero, segundo y tercero debe ser nada más para que ellos conozcan el concepto de número, que lo conozcan bien así por medio de juegos, como ese que nos prestó la profesora. Luego sumas, restas, multiplicaciones, divisiones, tablas y problemas, solamente eso para primero, segundo y tercero. Vean por ejemplo en primero, un ejemplo hasta en español. Tiene uno que ver adjetivos y llegan, salen de sexto y no saben que son adjetivos porque no saben ni leer a veces. ni comprender, en el caso de español. Y qué nos pasa con Matemáticas. Vemos un montón de cosas a la carrera que a ellos no les queda nada y después no saben ellos resolver otros ejercicios que conllevan esas operaciones porque vienen fallando, en esas áreas, verdad. Yo una vez tuve un sexto, eran 17 chiquitos, pero yo recuerdo que yo decía nunca había visto un sexto así como ese porque tenía una maestra, que ya ella era mayor, pero como que a ella no le importaba mucho el programa, entonces lo que hacía era dar sumas, restas, problemas, suma, restas, problemas y yo calculo que fue el mejor sexto que yo tuve porque entonces yo cuando lo tomé, yo pude ver muchas otras áreas con ellos: medidas incluso conversiones, áreas sombreadas, circunferencias y todo eso y ellos me los resolvían muy bien, porque ya tenía una buena base de sumas, restas, multiplicaciones y divisiones. Pero ella era que así, verdad, ella decía: no, para qué voy a seguir yo, si no saben sumar y restar. Y ella se quedaba ahí y digo yo ya cuando llegaron a sexto y ya esos temas lo agarraron muy fácilmente porque... O sea todos prácticamente, yo era como calificando y todo bueno, porque ellos tenían esas bases, verdad. Ya entonces al momento de resolver era nada más como seguir los pasos de las fórmulas o analizar un poquito el problema. Pero sí así pasa.

Facilitadora: Y es que el programa sí está diseñado para cubrir esas cinco áreas todos los años, desde primer grado hasta que terminen el colegio, que todos los años haya medida, que todos los años haya álgebra, que todos los años haya números. Antes era diferente, qué sé yo, que en el colegio a veces en séptimo no se veía Álgebra por ejemplo, pero ya en 8° se le da mucha más importancia, se le da mucha importancia en números en séptimo, pero ahora como están las cinco áreas todos los años eso recarga. Tienen ustedes razón.

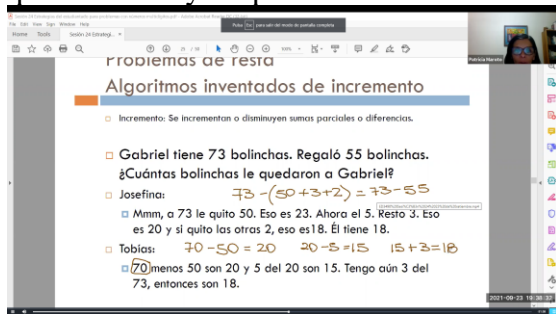
Okay sigamos con algoritmos inventados para resta. Los más difíciles son los de separación con resultado desconocido. Son más difíciles que cuando los usamos para suma con resultados desconocido y por esa razón, normalmente, como siempre, hemos estado viendo que es más fácil, todo lo que es para suma es más fácil que lo que es para resta, igual multiplicación es más fácil que para división. Cuando normalmente los algoritmos inventados los usan más cuando son sumas y poco a poco puede irlos

implementando ya en restas. Aquí viene ahora algoritmos inventados para restar, empezando otra vez por el incremento, que es cuando vamos haciendo, como restando, como en este caso, en lugar de sumar pero siguiendo la misma idea de que vamos como descomponiendo los números. Por ejemplo dice “Gabriel tiene 73 bolinchas. Regaló 55 bolinchas. ¿Cuántas le quedaron?”

- Josefina lo hace restándole al 73, 50 primero. Entonces descompone este número trabaja con este como está, entonces a 73 le quita 50 le quedan 23, luego piensa en el 5, entonces primero resto 3, al 5, lo descompone otra vez. Entonces primero resta 3, porque es 23, le quedan 20. Y por último faltan dos más porque eran 5, resto 3, resto 2, me da 18. Vean que aquí al final lo que está haciendo Josefina es: al 73 le quita primero 50 y después el 5 lo descompone como 3 y 2. Entonces, así lo podríamos escribir, en el sentido de que, bueno, aquí están los 55. Todos esos son los 55. A 73 le estoy restando 55 pero ella lo que hace es descompone a conveniencia en este caso primero resta 50 que es muy fácil y luego le quita 3 porque es 73 y le faltan 2 y luego lo resta.

- Ahora en el caso de Tobías, Tobías decide empezar con 70-50, entonces a 70 le resta 50 primero y sabe que le quedan 20 y luego decide quitar 5, que son los cinco de las bolinchas, entonces a 20 le resta 5 y le quedan 15. Pero dice que aún tengo 3 del 73, porque vean que él no empezó con 73, sino que empezó con 70. Está empezando con un número menor. Entonces le quedan 3 del 73, entonces a estos 15 le suma los tres que le faltan del 73 y obtiene 18.

Vean que sus razonamientos en realidad son más complejos que los anteriores. Por ejemplo ese, empezar el 70 ya no implica también mucho más conocimiento que empezar con 73 y no olvidar esos tres, que le quedaban ahí y después considerarlos al final. No sé si tienen algún comentario con este (silencio).



Aquí están otros, bueno el mismo problema: 73 y 50, bueno, aquí es 57 en lugar de 55, pero ahora es combinando, en el sentido que trabajan separadas las decenas y las unidades.

- Linda dice 70-50 es 20. Coge las decenas de ambos números. A 70 le resta 50. Luego considera el 3 y el 7, dice: si a 3 le restó 7 es -4. Yo no sé si en algún momento ustedes han visto estudiantes usando o pensando en números negativos. Entonces lo que dice es que hay que tomar 4 del 20, le habrían quedado 20, 70 le resto 50 me quedan 20 luego hago la otra resta, pero me da -4 entonces lo que hace es que a 20 le quita 4 y le da 16.

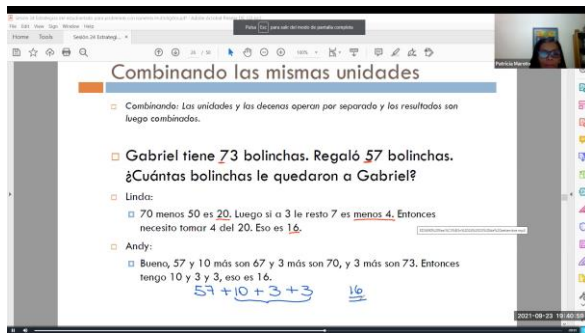
- Y en el otro caso, en el caso de Andy lo que hace es que parte del número menor 57, 57 y 10 más son 67. Entonces lo que empieza es con 57. Le suma 10 son 67 y tres más son 70. Le faltan todavía tres más para llegar a 73. Entonces lo que hace es que suma estos números 10+3+3 son 16. De esa forma sabe cuál es el número que debe sumar.

Yo no sé si ustedes en algún momento mencionan los números negativos o qué hacen cuando algún estudiante pregunta. Me imagino que a veces les pasa, como 7-3, o 3-7. No sé si eso es un cuestionamiento que hacen sus estudiantes.

Sesión 24

Fecha: 23/09/21

Tiempo: 1: 05: 35



Jimena: en mi caso puedo decir que no tienen ni siquiera la noción de que pueden sumar o restar números negativos. No, ellos no los usan.

Facilitadora: ¿ni se los cuestionan, qué pasa cuando a 3-7?

Jimena: No, no se lo cuestiona. No. Definitivamente no le pueden quitar, según ellos, a un número menor uno mayor, para ellos no existe.

Carmen: Posiblemente viene del hecho de que nosotros siempre les decíamos, siempre los hemos enseñado que al número más grande se le quita. Posiblemente también viene de ahí que ellos no se hayan percatado de que eso existe.

Facilitadora: Sí es que es un concepto para séptimo. Es un concepto que requiere más conocimiento, claro.

Aquí hay otros, de algoritmos inventados, en este caso es de suma para cambio desconocido. Recuerden que esos eran un poco más difíciles que cuando es el final desconocido. Dice: "Josué tiene 37 bolinchas. ¿cuántas bolinchas más necesita comprar para tener 61?" Aquí hay dos soluciones:

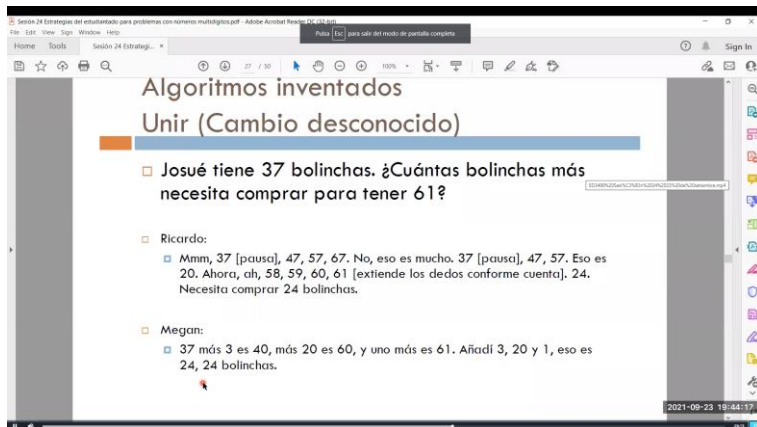
- Ricardo empieza con 37 y luego cuenta 47, 57, 67. No, eso es mucho. Se da cuenta que se pasó, si cuenta 3 veces 30 se pasó. Entonces, vuelve a empezar en 37, 47, 57. Esto es 20. Ahí se da cuenta que va sumando 20. Y luego desde 57 cuenta para saber cuánto le falta para llegar al 61 y conforme va contando extiende los dedos. Había sumado 20 aquí y luego suma 4 números, entonces se da cuenta que son 24 bolinchas.

- Y luego otro estudiante más bien empieza en 37 y lo que decide es sumar 3 para completar la decena. Vean que en ambos casos parten del número menor y lo que hacen es de, alguna forma ir sumando, hasta llegar a 61. En el caso de Megan ella lo que suma primero es 3 y llega a 40 y luego suma 20 más son 60 y 1 más son 61. Entonces ella dice que añadió 3, 20 y 1, es 24 bolinchas. ¿Qué piensan de estas dos estrategias? ¿Cuál ven más simple?

Sesión 24

Fecha: 23/09/21

Tiempo: 1: 05: 35



Carmen: la de Megan.

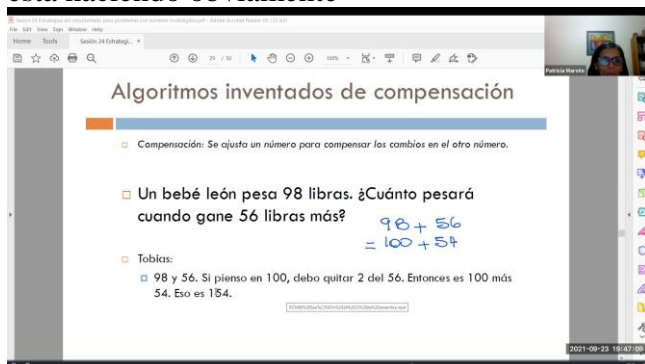
Facilitadora: la de Megan más eficiente.

Carmen: Sí, más eficiente porque ella de una vez llegó a números cerrados por decirlo así.

Facilitadora: Vean la importancia aquí del concepto, de tener la idea de la decena más próxima. O sea tengo 37, yo sé que si sumo 3 más tengo 40. Entonces, esa idea de que si estoy en 37, cuál es la decena más próxima y cómo uso eso para ir encontrando la suma hasta 61. Vean que también esto tiene que ver con el redondeo. Yo pienso que se van construyendo conceptos. Por ejemplo si yo quiero redondear este número a la decena más próxima, voy viendo que si a 37 le sumo tres llego a 40. En cambio le tengo que estar 7 para llegar a 30.. Entonces esa idea también de cómo llego a la decena más próxima, probablemente después ayude con los temas de estimación.

Este es el otro y es el último de los algoritmos inventados. Ellos lo llaman compensación. Lo que se hace es que se van ajustando los números para hacer sumas rápidas. Entonces, por ejemplo aquí: “Un bebé león pesa 98 libras. ¿Cuánto pesará cuando gane 56 libras más?”

- Tobías piensa 98 y 56 esos son los números que voy a sumar pero lo que hace es pensar en 100. Vean que aquí lo que está haciendo es redondeando. Nuevamente lo que hace es como un redondeo a la centena en este caso más próxima. Sabe que necesita sumar 2 unidades para llegar a 100 pero si le suma 2 unidades a 98 para llegar a 100 le debe quitar 2 al 56. Al final lo que tiene son $100 + 54$, entonces tenía 98, 56 convierte este en 100 pero como le suma 2 a este, se los quita a este. Entonces se da cuenta que es $98 + 56$ sería lo mismo que sumar $100 + 54$ y ya entonces es una suma muy rápida de hacer, mientras que si usamos el algoritmo, mientras la coloco y sumo cuánto es $8 + 6$ y tengo que llevar uno y bueno, todo el enredo, que significa colocarlo. Vean que este es un método muy eficiente cuando se tiene claro qué es lo que se está haciendo obviamente



Ya esto antes lo dije. Cuando los números son mayores que 100 se empiezan a combinar diferentes algoritmos y una cosa que es muy importante es lo que ustedes me dicen que no tienen tiempo de hacer ahora, o que el sistema no les está permitiendo, la necesidad de brindar oportunidades para que piensen, para que se les ocurran diferentes algoritmos. Porque en la medida en que ellos inventan, se van a dar cuenta, que tal vez una estrategia, por ejemplo, qué sé yo, si nos devolvemos a esta, la del bebé león, aquí lo que está usando es el concepto de centena, lo va redondeando a la centena más próxima y va compensando de alguna forma. Pero el uso de diferentes estrategias permite que vaya reforzando diferentes ideas con respecto a las operaciones. Por ejemplo, en este caso, para suma y resta y les va fortaleciendo algunas ideas importantes con respecto a lo que es una decena, lo que es una centena, cómo se suman los números, cómo desarrolla el cálculo mental, se les van ocurriendo diferentes ideas. Entonces es importante brindarles oportunidades de explorar diferentes opciones y poco a poco darse cuenta de que hay métodos que les funcionan más, los entienden mejor y que son más eficientes.

Aquí hay un resumen de lo que hemos estado hablando para suma y resta tenemos tres casos: unir con resultado desconocido, separar con resultado desconocido y luego unir con cambio desconocido. Esos son los tres casos que hemos revisado. Y para esos tres tipos de problemas, tenemos tres estrategias inventadas. Una que es incrementando, combinando unidades o compensando. Un mismo problema, por ejemplo, este el de “Paul tiene 28 fresas en una taza. Él recogió 35 fresas más. ¿Cuántas fresas tiene ahora?” Este mismo problema se puede resolver con una de estas, se ha observado estudiantes que lo resuelven incrementando, otros combinando las unidades y otros compensado. Por ejemplo, si lo hacemos incrementando recuerden lo que hace es comparar, ir sumando los números, descomponiéndolos de alguna manera. Por ejemplo aquí 20 y 30 empieza con las decenas 50 luego agrega las 8 del 28. Es 58. Aquí son 2 más en realidad, dos más serían 60, y 3 más son 63, aquí tendría los 5, lo que hizo fue descomponer el 5. En el de combinando unidades más bien lo que hace es suma las decenas igual: 20 y 30, 50, es lo mismo y luego lo que hace es pensar en las unidades. Piensa en las unidades $8+5=13$, pero suma las decenas y las unidades separadas y al final combina los dos resultados. Y cuando compensa más bien empieza en el 28 y lo que hace es buscar la decena más próxima que sería 30, primero suma 2 para llegar a 30 y le quita esos 2 al 3,5 para obtener 33 ya después sabe que son 30 más 33 y le da 63. Vean que es el mismo problema, pero son tres formas diferentes de razonar ese mismo problema, los tres con una respuesta correcta, tenemos tres formas diferentes. Igual sucede para separar, podemos encontrar tres formas diferentes de resolver el problema en este caso dice: “Paul tenía 83 fresas en una taza. Él le dio 38 a un amigo. ¿Cuántas fresas le sobraron? Vean que este es de *resultado desconocido* y este más bien es de separar, cuando hacemos una resta. Nuevamente, cuando incrementamos o en este caso disminuimos se puede empezar con el número mayor, 83, restamos 30, da 53. Y luego considero el otro número, que son 8, entonces quitan 3, para completar otra vez a la decena y luego quitan los cinco que quedan de los ocho. Estos 2 números sumarían los 8. En este caso cuando es *combinando* las unidades lo que hacen es que solo consideran las decenas separadas y luego las unidades separadas. Dice: “Si a 80 le resta 30, es 50. Si resto 3 de 8 quedan 5, entonces a 50 le resto 5, son 45”. Y en el caso de *compensar*, vean que aquí hay que pensarlo un poco más. En el caso de la suma, si yo tenía $98+147$, por ejemplo, yo le quito 2 a este me quedan 100 y le sumo 145. Este sería en el caso de suma, compenso sumando 2 aquí y le quito 2 aquí. Cuando tenemos una resta entonces lo que pasa es esto: a 83 le tengo que estar 38. Pero si yo decido que le sumo 2 a este número, este número también aumenta en 2 unidades, entonces a 85 le resto 40. Vean que en este caso a un número le sumo dos y al otro número le resto 2, pero cuando estamos trabajando con resta yo le estoy sumando dos a este y le estoy sumando... A pesar de que aquí es una resta también le sumó 2 a este. No sé si esto está claro (silencio) En este caso el resultado es 45, ya sea que lo haga con $83-38$ o que lo haga $85-40$.

Y luego en el caso de *unir con cambio desconocido*, lo que sucede es que casi nadie, no se ha observado que el estudiantado combine unidades. No es común que cuando estén haciendo este tipo de problemas empiecen a pensar en decenas por un lado y unidades por el otro, porque vean que en el cambio desconocido en este caso estamos empezando con 47 fresas y necesita recoger 70... o sea al final quiere tener 75, hay que ver cuál es el cambio de camino. Tenía 47 de alguna manera recoge más y llega a un total de 75. Lo que se ha observado es que en general no se usa, no se piensa separado de las decenas y las unidades, sino que de alguna manera se tienen que revolver. Por ejemplo, en este empiezan con 27, no, aquí es 47, no es 27, es 47. Entonces 47 y 3 son 50 y luego suma 20 más para llegar a 70. Eso es 23 de los 20 que sumó aquí y los 3 que sumó aquí son 23. Pero como son 75 le faltan 5 más, entonces ahí se da cuenta que son $3+20+5$ que son 28. Esta es una forma de hacerlo. Otra forma de hacerlo incrementando es empezar en 47 y sumar de 10 de 10 en 10: 57, 67. Aquí saben que ha aumentado 20 unidades, luego suma 3 para llegar a 70 y luego 5 más para 75. Vean que aquí se usan muchísimo la descomposición de los números a conveniencia, primero para completar a 50 sumo dos decenas y luego voy agregando lo que me haga falta, según la descomposición que hice los números, igual en el de abajo. En el caso de compensación para ese problema último. Dice: si esto fuera 45 el resultado sería 30 pensando que si tuviéramos $75-45$ sería 30, pero no es 45 sino 47. Hay que quitar 2 más, entonces por eso sabe que son 28. Vean que bonito poder observar un estudiante con esta manera de pensarlo, que puede realmente saber bueno sí le puedo quitar tantos, si en lugar de 47 uso 45 porque como este número termina en 5 es muy fácil de saber cuánto da el resultado y después ve a ver qué hace. Como era 47 qué hace con esos dos que le faltan todavía de operar.

Vean que vacilón porque hay un problema, cualquiera, digamos este. Y vean que aquí tenemos cuatro formas diferentes, bueno 3 porque este no existe, tres formas diferentes de pensarlo igual aquí tres formas diferentes. Y probablemente si uno observa y se les da la posibilidad a los estudiantes de trabajarlos podamos recopilar muchas más posibilidades.

Problema	Incrementando	Combinando las mismas unidades	Compensando
Unir (resultado desconocido) Paul tiene 28 fresas en una taza. El recogió 35 fresas más. ¿Cuántas fresas tiene ahora?	"20 y 30 es 50 y 8 más es 58. 8 más es 40 y 3 más son 43".	"20 y 30 es 50. 8 más 5 más 2 y 3 más, entonces en 13. 50 y 13 es 63".	"Si yo cambio 28 a 30, tengo que quitar 2 a 35. 30 más 33 es 63".
Separar (resultado desconocido) Paul tenía 83 fresas en una taza. El le dio 38 fresas a su amigo. ¿Cuántas fresas le sobran?	"83 menos 30 es 53, y quito 3 es 50. Ahora quito 5 más. Es 45".	"80 menos 30 es 50. Si resto 2 a 8 tengo 5 para restar. 50 menos 5 es 45".	"83 menos 38 es lo mismo que 85 menos 40. Eso es 45".
Unir (cambio desconocido) Paul tenía 47 fresas en una taza. ¿Cuántas fresas más debería recoger para tener 75 en total?	"47 y 3 es 50 y 20 más es 70. Esto es 23, pero necesito 2 más, eso es 28". "47 (pausa), 57, 67. Eso es 20, 67 y 3 es 70 y 5 más son 75. Entonces 8 y los 20, 28".	Combinar las mismas unidades no es de uso común en problemas de unir (cambio desconocido)	"Si esto fuera 45, el resultado sería 30. Pero es 47, entonces es 2 menos. 28".

Handwritten calculations on the right side of the table:

$$98 + 147 = 100 + 145$$

$$83 - 38 = 85 - 40 = 45$$

$$75 - 45 = 30$$

53:21

Ahora vienen algunos ejemplos de representaciones escritas de los algoritmos estos inventados, pero ya no solo..., estos que hemos dicho, todos estos de aquí. El registro ha sido más oral, el estudiante lo piensa y cuando se le pregunta entonces lo explica de esta forma. Aquí ya tenemos más bien ejemplos cuando los resuelven de manera escrita primero para separación con resultado desconocido. Decía: "Xenia tenía 82 bolinchas. Ella perdió 37 de ellas. ¿Cuántas bolinchas tiene ahora?"

Vean que es una resta lo que tiene que hacer. Aquí hay tres posibles soluciones esta ya lo habíamos analizado. No sé si acuerdan. La semana pasada la revisamos que había representado ocho barras y dos unidades para el 82 y luego quitó tres barras y una de las barras la había convertido en 10 unidades, quitó 5 y 2 de aquí para quitar los 7.

Y aquí hay otras dos opciones vean esta 82 le resto 30 me da 52, luego resta 7 y ya obtiene la respuesta. Vean que lo hizo muy rápido. Y aquí hay otra opción que el estudiante lo que hace es que primero

Sesión 24

Fecha: 23/09/21

Tiempo: 1: 05: 35

descompone los dos números en decenas y unidades. Luego resta las decenas. Aquí estamos otra vez con el problema que a 2 no le puedo restar 7, bueno sí le puede restar, pero le va a dar negativo. Bueno, esto es nivel avanzado para un estudiante, por el uso del número negativo. Este es separación con resultado desconocido dice “Enid tiene 407 piezas de lego. Ella usó 129 piezas para hacer un cohete. ¿Cuántas piezas de lego le quedan? Voy a darles tiempo para que vean las soluciones y después si quieren alguien explica cada una, para ver cómo las entienden. (silencio 55:50)

Representaciones escritas de algoritmos inventados

Separación (Resultado desconocido)

Xenia tenía 82 bolinchos. Ella perdió 37 de ellas. ¿Cuántas bolinchos tiene ahora?

$82 - 37 \rightarrow 52 - 7 \rightarrow 45$

$82 - 37$
 $(80 + 2) - (30 + 7)$
 $80 - 30 = 50$
 $2 - 7 = -5$
 $50 - 5 = 45$

Representaciones escritas de algoritmos inventados

Separación (Resultado desconocido)

Enid tiene 407 piezas de lego. Ella usó 129 piezas para hacer un cohete. ¿Cuántas piezas de lego le quedan?

$407 - 129 = 278$ Legos

$400 - 20 = 380$
 $380 - 9 = 371$
 $371 + 378 = 749$
 $378 - 100 = 278$

$407 - 129$
 $407 - 100 = 307$
 $307 - 20 = 287$
 $287 - 9 = 278$

(NOTA: Todos estos de aquí: ...)

¿Alguien entendió la de la izquierda?

Carmen: Yo más o menos, sí profe.

Jimena: Yo también, la de la derecha es que no le veo yo ni pies, pero la de la izquierda sí la considero más clara o fácil.

Facilitadora: Sí, sí.

Carmen: Más metódica.

Facilitadora: ¿No hay dudas con la de la izquierda?

Carmen: Yo en la tercera y cuarta línea ya me fui como perdiendo donde aparecieron en decena los 100 y eso, pero sí, sí.

Facilitadora: lo que hizo fue a 400 le restó 20 primero. A las cuatro centenas le resta dos decenas. De ahí sale 380. ¿Por qué después restar 9?, ¿Qué fue lo que restó con ese 9?

Carmen: el de 129, 9 unidades.

Facilitadora: Ya quita este, son 371. ¿Por qué después suma 7?

Carmen: los 7 que dejó botados allá en el 407.

Facilitadora: este es el 400, toma 7 de este porque los había dejado botados, exacto. Y por último le resta 100. ¿Cuáles 100 son?

Carmen: los de 129.

Facilitadora: Los de 129. Entonces lo que va haciendo es como por pedacitos lo va restando. Y la de la derecha sí es más difícil y además está usando números negativos, porque aquí lo que hizo fue a 4 le restó 1 entonces le da 300, porque está restando las centenas.

Carmen: ahí sí llegué yo.

Facilitadora: Luego a cero no le puede restar dos, bueno sí le puede restar, pero le da -20. Y ahí es donde nuestros estudiantes no, no funcionaría esta estrategia. No la vamos a ver por lo que ustedes decían entonces a 0 le restan 2 y les da -20 y por último a 7 le restan 9 y otra vez entonces es negativo: -2.

Carmen: ¿eso lo hicieron chicos de escuela?

Facilitadora: Sí se supone que son de la vida real, que son evidencias de estudiante. En Estados Unidos eso sí, no son ticos.

Carmen: Sí, sí otro sistema, claro.

Facilitadora: Lo que no quiere decir que no lo veamos en nuestros estudiantes. Probablemente haya estudiantes que sí se cuestionen estas cosas, verdad y que entiendan. Vean que al final la resta de números negativos... La cosa se complica cuando uno ve multiplicación y división pero entender la idea esta que tengo 7 colones y debo 9 colones me queda una deuda de 2 colones en realidad no es muy difícil. El asunto empieza ya cuando uno combina, y que multiplica y que los siglos cuando multiplica, y cuando divide, que combina operaciones. Ahí empieza el problema, pero en realidad el concepto de suma de un número positivo y uno negativo de resta de números, cuando uno es mayor en realidad no es tan complejo. Bueno aquí es lo que usan, entonces lo que está pasando aquí al final es que parte del 300, que fue el que le dio las centenas, le quita 20 entonces quedan 280 y luego tiene que quitarle 2 más porque hay que quitar este de aquí y encuentra la respuesta: 278 legos. Vean que este de la derecha no es tan común. Por ese asunto de que se está usando números negativos.

Carmen: ¿Pero los 20 que quitan son del 120, profe? ¿Del 120 es que quitan esos 20?

Facilitadora: Ajá sí, sí lo podríamos ver así. Aquí no lo hizo así, pero sí podríamos pensarlo así. A 400 le resto primero 100, y me da 300. Luego quito los 20, entonces a 300 le quito 20 y me da 280 y luego, ¿qué me falta?, me falta restar los 2 de aquí, pero son dos negativos otra vez, porque a 7-9 son 2 negativo.

Claudia: Yo pienso que ahí también pudieron iniciar restando la centena, pero después siguieron por cálculo mental. Ellos tal vez no lo ven como números negativos ahí si no nada más toman a 300 le quito 20. O sea, lo hacen así, pero son números negativos, pero lo van haciendo, no pensando en números negativos.

Facilitadora: Solo que tiene que quitar 20.

Claudia: exactamente hacen una operación que llaman ellos seguida Ahí la combinación de la primera resta después la otra resta y la otra resta, pero usando el cálculo mental.

Facilitadora: Sí, claro, está bien. Hay que tener un poco cuidado aquí por eso, obviamente que, sí es más complejo esto, que hacerlo de otra forma.

Carmen: En otro movimiento de mi vida un estudiante me ponía eso y yo le decía está malo, seguro copio el resultado por ahí se puso a poner un chorro de lo que le venía en la cabeza.

Facilitadora: Ahora tiene que sentarse a pensar cómo lo hizo.

Carmen: Exactamente.

Facilitadora: Ahora la conciencia no la va a dejar decirle que lo hizo mal, hasta que esté segura de qué fue lo que hizo.

Carmen: Profe es que yo pienso que seguro, uno muchas veces ha visto eso. Y uno dice empezó hacer un chorro de lo primero que ni sabía que estaba haciendo, y tal vez por ahí escuchó que la respuesta era tanto y la acomodó ahí, de buenas a primeras.

Facilitadora: Sí, eso piensa uno a veces, claro, sí es cierto.

Jimena: A mí me ocurrió una vez cuando aplicábamos pruebas de sexto, yo tenía sexto. Y la persona que llegó a cuidar mi grupo, un estudiante resolvió un ejercicio que no era como venía en el solucionario y se le ocurrió que estaba mal y que estaba mal y que estaba mal. Yo le decía más bien él usó una estrategia diferente a todos, pero está bien el procedimiento está bien, sí pero no es como viene en solucionario, entonces está mal, vieras qué problema.

Facilitadora: Qué difícil convencerlo, difícil, difícil. Bueno yo creo que podemos hoy quedar aquí. Podemos hablar de los beneficios la próxima semana. Que pasen muy bien. Muchas gracias por toda la participación y nos estamos hablando.

Jimena: buenas noches a todas.

Facilitadora: Buenas noches.

Claudia: Buenas noches.

Carmen: Muchas gracias.

Facilitadora: Gracias a ustedes, hasta luego.