

Sesión 21

Hora: 53:35

Fecha: 26/08/21

Facilitadora: Bueno, empezamos aquí. Problemas de división con residuos. Aquí hay cuatro problemas, entonces la intención es que los revisemos, que pensemos en la solución, y cómo, a pesar de que son cuatro problemas, y tienen residuo, cada problema se interpreta un poco un poco diferente. Si quieren los leen, lo resuelven, y después comentamos.

(silencio 0:40)

The screenshot shows a presentation slide titled "Problemas de División con Residuo". On the right side of the slide, there is a small video feed of a woman. The slide contains the following text:

Hay cuatro casos:

- 1) 20 personas van a viajar para ir a ver una película. Cobran 6 personas en cada carro. ¿Cuántos carros se necesitan para que todas las personas puedan viajar?
- 2) Se necesitan 3 huevos para hacer un queque. ¿Cuántos queques puedo hacer con 17 huevos?
- 3) Una tienda tiene 26 latas de baloncesto. Los quieren colocar en cajas, colocanda 3 latas en cada una. Si llenan todas las cajas posibles, ¿cuántas latas quedarán sin empaquetar?
- 4) Rosalito tiene 13 paquetes de plastilina, todos con el mismo tamaño. Él quiere compartirlo con 4 niños de manera que todos obtengan la misma cantidad. ¿Cuántos paquetes de plastilina obtendrá cada niño?

Facilitadora: ¿Daniela los logra ver en el teléfono?

Daniela: Sí, sí los logro ver, nada más que hasta ahorita buscar hoja y cuaderno es que no estoy en la casa, ya me acomodé bien.

Facilitadora: ¿Pero sí tiene posibilidad de resolverlos?

Daniela: Ah sí, lo hago un poquito más grande nada más.

Facilitadora: Sino le mando foto.

Daniela: Ah no, no se profe. Aquí lo veo perfectamente.

Facilitadora: Okay, gracias.

(silencio 2:34)

Carmen: Yo ya estoy por cualquier cosa, pero ya lo resolví.

Facilitadora: Perdón, démosle un tiempito a Daniela que duró más acomodándose.

Daniela: Ya la resolví también.

Facilitadora: Okay, entonces, ¿qué ven de diferente? Ay, perdón. Ya pasé la diapositiva. ¿Qué ven de diferente a la hora de razonar el problema? ¿Por qué a pesar de que todos son división con residuo, a la hora de razonarlo tiene que analizarse diferente?

(silencio)

Carmen: Por ejemplo, en el número 2, digamos siempre es lo mismo, es una división, pero en el número 2 es como un comienzo desconocido, no se dice cuál de la cantidad inicial, aparece al final.

Facilitadora: Pero a la hora de decidir cuál es la respuesta, ¿cómo es diferente de otros? Viene Jimena ya. No me gusta esto, lo puse en modo pantalla completa, pero se me pasa. Hola Jimena, ¿cómo le va?

Carmen: Di no, en ese número 2 por ejemplo que fue el que me parece un poquito más complejo, se decide la respuesta con el resultado, puede hacer 5 queques y le quedan dos huevos para un próximo queque.

Daniela: Pero digamos en la 1, la 2 y la 3, ¿es el mismo residuo? ¿O estoy mal?

Facilitadora: Es el mismo residuo

Daniela: ¿O estoy mal?

Facilitadora: Sí, es que no le había puesto atención a eso, pero $3 \times 8 = 24$. Sí. Eso es cierto.

Carmen: A mí me parece, bueno yo me enganchó con ese 2 en el sentido de que puede ser que les genere un poquito más de dificultad porque tienen que darle como vuelta a la operación no viene tan cantado del asunto, verdad, que son 17 huevos, la cantidad de queques que no... Viene es un poquito diferente presentada la información. Y el tercero también me parece interesante por eso, porque pregunta el residuo y puede ser que ellos tiendan a dar la respuesta, el resultado. Tienen que tener muy claro la diferencia en el resultado de la operación y el residuo.

Facilitadora: ¿Por qué? Ah bueno las bolas que quedaron sin empacar. Exacto. Entonces vean que dependiendo la pregunta, yo podría. Por ejemplo, en esa número 3, yo podría preguntar por el número de cajas, ¿cuántas cajas se llenaron? o algo así, pero en este caso están preguntando el residuo. Entonces es un poco diferente que, por ejemplo, la segunda, cuando preguntamos los queques, que lo que estoy preguntando es el cociente verdad, cuántos queques puedo hacer con esos 17 huevos. Y bueno ahí también se plantea para el último que, por ejemplo, en el número cuatro. Ah bueno, ¿y el primero como es diferente, también? Porque vean que en el primero la respuesta no es ni el residuo ni el cociente porque si yo divido 20 entre 6 el cociente es 3 y me sobran 2. Perdón, el cociente, sí, tres, y me sobran dos, pero si yo necesito que toda la gente vaya a la película, no me sirven tres ¿cierto?

Problemas de División con Residuo

Hay cuatro casos:

- 1) 20 personas van a viajar para ir a ver una película. Caben 6 personas en cada carro. ¿Cuántos carros se necesitan para que todas las personas puedan viajar? (Carro extra)
- 2) Se necesitan 3 huevos para hacer un queque. ¿Cuántos queques puedo hacer con 17 huevos? (No se considera el residuo)
- 3) Una tienda tiene 26 bolas de baloncesto. Las quieren colocar en cajas, colocando 3 bolas en cada una. Si llenan todas las cajas posibles, ¿cuántas bolas quedarán sin empacar? (El residuo es la respuesta)
- 4) Bauzista tiene 13 paquetes de plastilina, todos con el mismo tamaño. Él quiere com[unir] de manera que todas obtengan la misma cantidad. ¿Cuántos paquetes de plastilina obtendrá cada niño? (La respuesta incluye una parte fraccionaria)

Carmen: Sí, porque no se pueden quedar las personas.

Facilitadora: Entonces la idea es ver eso, que a pesar de que todos son problemas de división inclusive como decía Daniela todos tienen el mismo residuo, resulta que la interpretación del problema es diferente. Ahora para el número 4, perdón.

Carmen: Perdón profe, yo puedo dejar dos huevos ahí, esperando ir a ver si me consigo otro para hacer un queque más o simplemente quedaron ahí, pero con las personas no se puede.

Facilitadora: Exactamente. Y en el último lo que plantean es que como la plastilina sí la puedo digamos... Si tengo como un cubito de plastilina lo podría partir en cuatro partes, entonces en ese último la respuesta inclusive podría incluir una fracción digamos, yo digo le voy a dar 3 paquetes de plastilina a cada una y el último paquete lo divido en cuatro partes entonces a todas las niñas les di tres paquetes y un cuarto, ese podría ser un poco diferente, que por ejemplo, no lo puedo hacer con qué sé yo con los huevos, verdad, no tiene sentido seguir haciendo la división y decir que le va a echar. Bueno esa ni siquiera es la pregunta ahora, pero que va a poner tantos huevos y medio a algo. La idea aquí es ver que hay muchas, diferentes formas de plantear los problemas, de manera de que no siempre sea muy mecánico. Aunque la división sea muy rápida, muy fácil de hacer, en realidad, la interpretación es diferente, entonces eso obliga a cada estudiante a pensar el problema. No es que salen automáticamente, que le digo escriba el cociente y escriba el residuo, sino que cada contexto les provoca una situación diferente de pensamiento.

Hablando un poco más sobre división incluyendo medidas, aquí es cuando necesitamos averiguar el número de grupos, entonces a veces no tenemos grupos contables sino medida de cantidades que se pueden representar. Entonces ahí a veces hay un poco de más de dificultad. Por ejemplo cuando hablamos de distancias o de libras, como en estos dos problemas esas son cosas que no son tan fáciles, no es lo mismo que pensar en cuatro bolas o quince crayolas, qué sé yo, que cuando ya hablamos de grupos que no podemos contar. Entonces estos problemas, a pesar de que también son una división, tienen un poco más de dificultad. Entonces cuando estén pensando en problemas de división, traten de empezar con problemas donde se puedan contar las cosas, que sean cosas como más concretas para cada estudiante, antes de empezar con temas un poco más abstractos como este de que un elefante se gana 32 libras en 8 días entonces ¿cuántas libras se gana en un día? O números de kilómetros o cualquier cosa que sea continuo, digámoslo así.

The screenshot shows a presentation slide titled "División incluyendo medidas". It contains two bullet points with checkboxes and two example problems. The first bullet point says "A veces no tenemos grupos contables, sino medidas de cantidades que se pueden representar." The second bullet point says "Son más abstractos que cuando usamos objetos contables." Below these are two example problems: "¿Cuántos kilómetros viaja una persona en bicicleta en tres horas si su velocidad promedio es 12 kilómetros por hora?" and "Un bebé elefante se ganó 32 libras en 8 días. Si se ganó la misma cantidad de peso cada día, ¿cuánto peso se ganó en un día?". The slide is part of a video call, with a small video feed of a woman in the top right corner.

Carmen: Ese de los km me queda la duda profe, ¿es división?

Facilitadora: Cuántos kilómetros viaja una persona en bicicleta en tres horas? No ese es de multiplicación tiene razón. Si su velocidad promedio es de 22 kilómetros por hora. Sí tiene razón, ese

no es de división es de multiplicación. Ese está mal ubicado ahí. De hecho, voy a marcarlo para revisarlo, no me gusta eso la pantalla completa.

Luego habíamos hablado también de problemas áreas y arreglos rectangulares. Entonces recuerden, qué yo tenía cinco filas y cada fila hay ocho elementos, esos eran como un arreglo o los problemas de áreas. Entonces lo que plantean los autores es que debido a que..., si yo estoy multiplicando largo y ancho, y tengo un rectángulo, en realidad no importa si multiplique 6×8 , 8×6 , al final la respuesta va a ser la misma. Entonces este tipo de problemas ayuda a comprender la propiedad conmutativa. No sé si recuerdan, pero ya lo hemos trabajado al principio, cuando, por ejemplo, creo que había uno que era que les poníamos, que sé yo, que si yo tengo por ejemplo dos filas de 4 o tengo cuatro filas de dos elementos cualesquiera que sean los elementos, entonces ver que la cantidad de elementos de la misma, que simplemente es como una rotación, no importa la posición en que nos coloquemos siempre resultado es el mismo. Esos son arreglos rectangulares que ayudan a comprender el concepto de conmutatividad. Vean que dependiendo del tipo de problemas que escoja, ya sea multiplicación o de división podemos profundizar un poco más en algunas habilidades o en algunos conceptos matemáticos. Este otro, por ejemplo, el del agricultor dice que: “Hay una huerta que quiere plantar, que es rectangular, entonces dice que tiene suficiente espacio para hacer una huerta con seis metros en un lado. Y en este caso lo que le preguntan es, ¿cuál es el otro lado para que la huerta tenga 48 metros cuadrados? Vean que no importa si poner la huerta en esta posición o pone la huerta en esta posición, siempre va a ser 6×8 y aquí también, no importa si este 6 y este es 8. Entonces esto ayuda con esa idea de que a la hora de multiplicar los números, no importa cuál escriba primero, cuál escriba después.

Luego estos otros problemas. Lo que se plantea aquí es que, aunque el estudiante aún no haya comprendido el concepto de área y no lo tenga muy claro hay algunos problemas que pueden ayudar ir construyendo esa idea de conmutatividad y también ir construyendo poco a poco la idea de área, sin necesidad de profundizar en ese. Por ejemplo, este del panadero, tenemos un postre que el pyrex tiene dos pulgadas en un lado, ocho pulgadas en el otro. Este problema ya lo habíamos analizado un día y le cambié las medidas para que tenga un poco más de sentido. Y bueno, si se corta el postre en piezas que miden una pulgada, ¿cuántas piezas se obtienen? Otra vez me puedo imaginar que el pyrex o el recipiente donde pongo el postre, me imagino que mide 12 pulgadas a un lado, que mide 8 al otro lado, y podría hacer la representación en ..., haciendo la simulación de que estoy dividiendo esto, entonces empiezo dividiendo un lado, lo divido en dos partes para que me queden las 12 partes y luego el otro lado en 8 y al final vamos a tener cuadritos de una pulgada de lado y podemos contarlos. Entonces a pesar de que no estamos hablando de áreas, sí se va construyendo esta idea de que el área representa digamos que si yo cuando hablo de un de un metro cuadrado o de una pulgada cuadrada, o lo que sea, lo que tenemos son cuadrados en donde el largo y el ancho es una unidad entonces si esto es un cuadrado aquí entonces cada lado de ese cuadrado mide una unidad, un metro, una pulgada, un centímetro, entonces vamos poco a poco construyendo ese concepto. Se sugiere también dibujarlo, contar los cuadritos, o cada persona que vaya encontrando métodos más eficiente. Eso ayuda también con lo que llamamos las tablas, porque si van haciendo 2×4 varias veces 4×2 se van a dar cuenta de que son ocho y pueden ir memorizando algunos de esos resultados Se sugiere también trabajar con lo que tengamos a la mano, por ejemplo si las ventanas del aula son cuadraditos, o a veces están divididas que el marco de metal, o de aluminio, de madera, se podrían ver ahí como una cuadrícula y determinar cuántos cuadritos o rectángulos hay en esa ventana, o en el piso y también, bueno, este del pyrex del postre, ese eso son cantidades continuas, otra vez estamos hablando de una medida, pero también podemos hacer arreglos como les decía antes como 2×4 , 4×2 que se asocian más con elementos discretos eso es lo que significa, como que los podemos contar, eso lo que significa en realidad. Hay problemas que no necesitan arreglos, por ejemplo, este: ¿cuántas galletas se comieron a los niños si eran cuatro bolsas

con 8 galletas cada uno? Pero podría ser que a alguien se le ocurra que lo puede representar con un arreglo rectangular entonces eran cuatro bolsas entonces representan las bolsas y que una fila van poniendo cubitos por ejemplo que esta fila representa una bolsa y ahí van poniendo las ocho galletas, dibujan ahí las galletas y eso es una bolsa, representa la bolsa de alguna manera, ahí ya hay 8, digamos que esto es una bolsa y luego entonces dibujan las otras bolsas y al final tienen como un arreglo rectangular, que no es como la manera más natural de resolver el problema, pero alguien lo podría representar de esa manera.

El uso de problemas variados permite pensar en los problemas más que en los procedimientos mecánicos. Por ejemplo, esos cuatro problemas que vimos al principio no hay forma de que un estudiante memorice un procedimiento y sepa que siempre va a encontrar que el cociente es el resultado, porque cada problema tiene que pensarlo. También se sugiere no usar símbolos o sea no hay necesidad de poner división o multiplicación, sino tal vez manejar lo más a nivel concreto, o a nivel de dibujos, sin necesidad de formalizarlo demasiado. Yo no sé en el MEP a partir de qué momento les piden el uso de símbolos, no le he puesto atención a eso, ¿o lo hacen desde el primer momento?

Carmen: ¿De qué profe, perdón?

Facilitadora: El uso de símbolos.

Daniela: Por lo general desde el primer momento.

Facilitadora: Desde el primer momento.

Carmen: Yo voy a meter la cuchara, a mí me ha visitado la asesora, en 2016 me visitó la asesora y sí fue un poquito, diciéndole a los chiquillos que, a los estudiantes, que era importante trabajar con rigurosidad matemática, o sea como seguir el desarrollo de los procesos. Ella les explicaba como eso que sí era importante la rigurosidad matemática.

Facilitadora: ¿Eran estudiantes de qué grado?

Carmen: Eran estudiantes de sexto grado en ese momento.

Facilitadora: Ah sí, es que ya eran grandes. Sí obviamente que conforme aumenta el nivel, debe ser como más ordenado todo, pero por ejemplo a nivel de primer grado un estudiante puede resolver con un dibujo y está bien. Pero sí, poco a poco hay que ir tratando de que ordenen un poco lo que escriben, así como escriben en español en cierto orden, con oraciones completas todo, en matemáticas eso es importante también. Pero no cuando se está introduciendo el tema, cuando apenas se está empezando a entender qué es una división podría ser que lo hagan sólo con dibujos y está bien.

Jimena: Sí no en realidad, buenas noches.

Facilitadora: Hola.

Jimena: En realidad desde que se inicia, aunque sean que se llaman operaciones gráficas, siempre usamos los signos, se inicia desde primero, aunque sea con objetos, lo que sea, pero siempre se empieza usando los signos, sí.

Facilitadora: Bueno aquí lo que tengo ahora son los ejemplos que Carmen me había mandado hace días, no sé si los ven.

Jimena: Niña, niña digo yo,. Profesora vea, yo esta semana les llevé problemillas a los chiquillos para que resolvieran. En realidad sólo le tomé fotos a unos y no se las he enviado porque les di el problema para que ellos lo resolvieran y lo resolvieron así 5×4 , la operación. Yo les dije le dije busquen otra forma de resolverlos. Voy a mandarle las fotos de lo que hicieron. Una sí, definitivamente, usó otra estrategia diferente a todos los demás en el primer momento, y cuando les dije que usaran otra forma, a algunos se les complicó. Voy a mandarle las fotos de lo que tomé, porque eran los que eran diferentes.

Facilitadora: Está bien ya las descargo, mientras vamos revisando las que Carmen me mandó. ¿En todas es el mismo problema verdad Carmen?

Carmen: Sí, profesora.

Facilitadora: Dice “En un proyecto de reforestación implementado en la provincia San José se plantó igual cantidad de árboles en varios parques. El primer día se sembraron 192 árboles distribuidos en 16 parques. Al día siguiente se completó el proyecto con un total de 240 árboles plantados entre los dos días. ¿Cuántos árboles se plantaron el primer día en cada parque? ¿Cuántos parques se reforestaron al finalizar el proyecto?” Vean que este es un problema mucho más complejo de los que a veces analizamos aquí.

Carmen: Profe voy a hacer una aclaración. Ese problema venía en el tema de razones y proporciones, pero yo se lo di a los estudiantes, es que a uno le da por decirles chiquillos y chiquillas por familiaridad, se lo di a los estudiantes y no les dije que lo resolvieran con razones y proporciones. Ellos lo hicieron como ¡ah! pero vieran se duraron su ratito no se crea, ¡uy viera! Sí tengo una estudiante que en clase virtual dijo profe, pero eso es muy fácil, pa, pa, pa, puras razones y proporciones no sé si era que ya alguien le había ayudado en la casa.

Facilitadora: De verdad. A mí no se me hubiera ocurrido resolverlo con proporciones en realidad, qué vacilón.

Carmen: Sí venía en ese tema y cuando yo lo vi dije ay Dios mío seguro no es con proporciones y hasta que esa niña lo hizo así y me dice no profe, pero es bien fácil. Esto se debe ser, es que ella está a distancia, puede ser que ya le habían ayudado en la casa con la guía, o puede ser también de verdad habilidad de la estudiante. Estaba muy bien en eso.

Facilitadora: ¿Y nos quiere contar de las soluciones? O ya no se acuerda tampoco, si vio alguna diferencia, si quiere las paso, esta es la otra.

Carmen: Por ahí hice unas anotaciones, espere para ver, por ahí hice en un cuaderno las anotaciones.

Facilitadora: En este, pusieron los datos al lado izquierdo, luego en el centro las operaciones y al lado derecho la respuesta, e hicieron una división 192 entre 16 le dio 12 , luego sumó 192 más 48 , que le dio 240 . Qué interesante. ¿Cómo encontraría ese resultado? Luego el 48 lo dividió entre 12 , ¿por qué le

dio 12? Espere para ver, el primer día se sembraron 192 árboles distribuidos en 16 parques. Entonces eso está bien 192 entre 16 nos da 12 árboles por parque. Al día siguiente se completó el proyecto con un total de 240 árboles plantados entre los 2 días. ¿Cuántos árboles se plantaron el primer día en cada parque? Que es esta respuesta, 12. ¿Cuántos parques se reforestaron al finalizar el proyecto?

Carmen: Yo aquí tengo algunas, yo les preguntaba algunas cosas a ver cómo lo resolvían. Bueno profe. Leímos el problema, empezamos a multiplicar o sumar todo lo que concuerde, decían, cuando yo les preguntaba, bueno, pero ¿cómo lo resolvieron? Probamos a ver cuál daba porque ellos todavía no le saben explicar aún el proceso muy detallado de lo que hacen. Otro me puso “Vea, pone 192 y le suma hasta que le de 240”

Facilitadora: Y no supo cómo lo sumo, ¿cómo lo hizo?

Carmen: No, lo hizo como calculando mentalmente.

Facilitadora: ¿O sea ese 48 si lo encontró con algún tipo de cálculo mental?

Carmen: Sí.

Facilitadora: Me llama la atención que pone 192 más 48 y luego 48 lo dividió entre 2. Pero cuántos árboles se plantaron. Ese sí está bien. ¿Cuántos parques se reforzaron al finalizar el proyecto?

Carmen: Son 20 sí.

Facilitadora: Pero cómo saben que al resto de parques.. El problema no dice que en el resto de parques fueron la misma cantidad de árboles, ¿o sí? Ah no, sí lo dice al principio: “Todos fueron la misma cantidad de árboles en varios parques”. Está bien bonito ese problema.

Carmen: Fue complejo, profesora. No se crea que no les costó, duraron mucho, pero vieras que fue una sinergia muy bonita porque: “No, pero mire”, pero discutían, manteniendo la distancia. Ese grupo tiene menos niños, del que tomé estas fotos, “Pero no, pero es todo”. Vieras que sí se empatinaron. Hubo otro que estaba muy pegadillo por ahí, otros sí como que se unieron fuerzas para lograrlo.

Facilitadora: Pero ¿lo discutieron y lo entendieron? Este otro, voy a quitar la pantalla completa y lo ampliamos a ver si se ve mejor. Ustedes me dicen dónde lo ven más, sobre todo Daniela que está en el teléfono.

Daniela: No, no, lo veo perfectamente.

Facilitadora: Entonces ahí está. Bueno eso tiene un error, verdad, aquí puso 40 pero bueno. Aquí puso 40, pero aquí tiene 48, qué interesante. Y esa división, por ejemplo esta división, Carmen ¿cómo la hacen, 122 dividido entre 16?

Carmen: Con el algoritmo.

Sesión 21

Hora: 53:35

Fecha: 26/08/21

Facilitadora: Esta respuesta está como demasiado limpia, demasiado ordenada, entonces no hay como, no se sabe cómo lo hicieron.

Carmen: Ah, porque anduvieron para arriba y para abajo en otra hoja.

Facilitadora: Hasta que la encontraron. Y este es el otro. Bueno, ahí copió el problema, y esta es la respuesta, ve esta está interesante.

Carmen: Ese es el segundo grupo, ya yo le dije el segundo grupo que con razones y proporciones para ver cómo nos iba.

Facilitadora: Ah, usted ya les dio el método.

Carmen: En este caso sí, el otro no, el otro empezaron de cero.

Facilitadora: Ah, qué interesante. 3840. Entonces 192 árboles en 16 parques y necesitan saber cuántos en 240, de ahí de alguna forma encuentran el 20 entonces multiplicaron 240 por 16, supongo, y le dio 3840. Lástima que no están los cálculos porque por ejemplo aquí cómo supo que era 240 por 16. Lo escribe ya bonito digamos, pero no se sabe cómo llegó a esta respuesta.

28:33

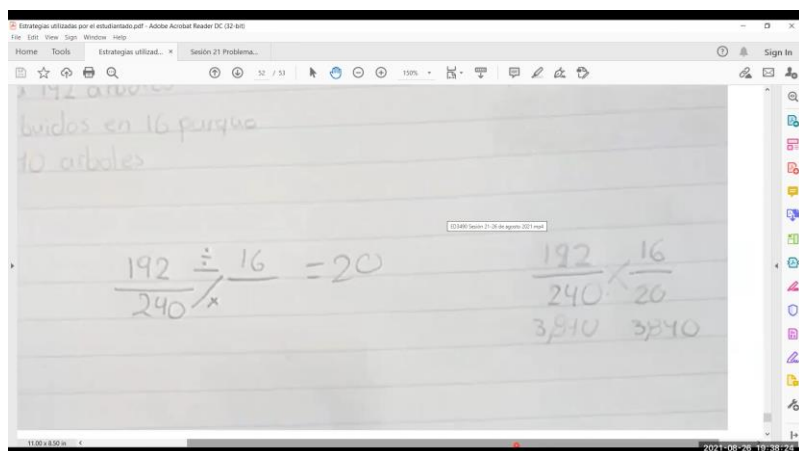
Carmen: Sí, de hecho la asesora nos ponía una sugerencia, pero cómo cuesta con los estudiantes, verdad, que apliquen eso, que hicieran una raya, una separación al lado derecho de la hoja y llevaran la página como donde hacen los procedimientos, y a la par ya fueran anotando esto que usted dice que está limpio, verdad, pero de repente a veces lo hacen, tengo que ponerme como más atrás de esas evidencias porque de repente lo hacen en una hojilla o así verdad.

Facilitadora: Sí porque ellos no quieren que el cuaderno les quede feo o el trabajo. No pero ya vi, es que también este por este es el que multiplicaron, sí siguió el algoritmo, digamos, el proceso para dar la proporción que es este lo multiplica por este y luego lo divide en 192 y así le dio 20. ¿Y este es el segundo grupo también?

Sesión 21

Hora: 53:35

Fecha: 26/08/21



Carmen: Sí.

Facilitadora: ¿Y cuál generó más discusión? ¿El primer grupo cuando usted no les dijo nada o este grupo cuando usted ya les dio una instrucción? ¿O qué observó de diferente? Porque parece como que usted quería hacer el experimento.

Carmen: Primero fue tardadísimo, pero generó mucha discusión y también había como confusiones. Confundían como que los parques con los árboles. Entonces yo les decía vuélvalo a leer, vuélvalo a leer, yo se los leía y ahí iban, hasta que pudieron hacerlo, pero se sintieron tan satisfechos y contentos.

Facilitadora: Qué vacilón, porque el problema está difícil. Por ejemplo, este lo que hace parece es 192×20 y 16×240 , pero no queda evidencia de por qué encontró que era 20.

Carmen: Bueno, ahí dejó a la izquierda el espacio vacío, dejó a la izquierda el espacio vacío ya lo puso después como comprobando.

Facilitadora: Sí pero no se sabe cómo encontró que era 20, de qué forma, sí fue que dividió o que empezó a hacer tanteo, hasta que encontró el número o...

Carmen: No, mediante la regla de tres multiplicando en diagonal y dividiendo entre el otro.

Facilitadora: Dividiendo entre 192 eso fue lo que hizo, okay.

Carmen: Ahí estaba aplicado la regla de 3.

Facilitadora: Okay, está bien. Algún otro comentario del resto con respecto a estas soluciones.

Carmen: Yo anteriormente cuando resolvíamos problemas y no estábamos en el curso yo les decía por ejemplo, las dificultades que tenía este problema son tal, tal y cual, recordemos que si estamos viendo medidas fue una conversión de medidas, pero también había que ser una operación, yo les como que les regresaba un poco más las tareas, les desglosaba, no, lo comentaba cuando los resolvíamos, pero esta experiencia del grupo uno con el primer problema, sí ellos salieron muy contentos vieras que sí, se sintieron muy satisfechos cuando lo lograron resolver.

Facilitadora: Qué bien, y la maestra también me imagino.

Carmen: Sí, sí, pero sí hubo que darles mucho tiempo, eso sí.

Facilitadora: Sí, me imagino que sí, el problema está difícil. Y es eso también, es irlos soltando a que ellos poco a poco, se empoderen más con la resolución de problemas que no estén esperando que usted se los resuelva.

Carmen: Sí, más sin embargo, por ejemplo, esta semana les puse un problema que era un cuadrado y le quitaron las cuatro esquinas, verdad, y les preguntaban cuánto era el área sombreada y estaban muy patinando, muy muy patinando, y no era tan complicado, pero ellos donde ven esas figuras así, caen en conmoción, verdad.

Facilitadora: ¿Y lo pudieron resolver al fin?

Carmen: Hubo de todo, pero si están, no sé es que hay días que llegan como muy desmotivadillos, yo no sé siento que a veces llegan medios aburridillos algunos días.

Facilitadora: O cansados que no durmieron bien.

Carmen: Cuando les toca por la mañana. Vieras que siento que seguro se acuestan tardillo entonces.

Facilitadora: Sí, eso es un problema.

Okay aquí tengo otra lista de problemas y posibles soluciones pero ahora solo pensando en la idea del concepto de decenas, centena, unidad de millar o sea cuáles serían problemas de multiplicación y división que ayuden a fortalecer el sistema de numeración decimal, o sea, aquellos tengan la obligación de empezar a pensar en grupos de 10 o en grupos de 100 o cuántas decenas hay en 100 o qué sé yo, entonces viene una lista de ..., vamos a ir analizando problemas y soluciones. La idea es que los problemas tengan un contexto adecuado para introducir conceptos del sistema números en base 10, como les digo, y como he estado insistiendo, tratar de observar de qué forma lo resuelven. No sólo cuál respuesta obtienen, sino cómo los razonan, porque conforme podamos ir descubriendo qué es lo que piensan, cómo lo resuelven, entonces podemos saber a qué nivel está el estudiante. Entonces vamos a ir viendo ahora cuáles son algunas soluciones de un nivel de comprensión muy bajo y cuáles pueden ser unas respuestas que un estudiante, en que tengamos una solución más rápida y más compleja, con respecto a la forma en que la resuelven. Aquí hay algunos ejemplos, lo que aquí llaman sin extra quiere decir que da exacta entonces por ejemplo una opción es dar ... Bueno, dice: "Karen tiene 3 cajas de crayolas y hay 10 crayolas en cada caja, ¿cuántas crayolas tiene Karen? Ven que, aunque no se hable del concepto de decena, en ese problema tenemos grupos de 10, entonces empiezan a pensar en esas agrupaciones de 10 en 10. Lo que aquí llaman multiplicación con extra, es bueno tengo tantas cajas de crayolas pueden ser las mismas dos, o 3 o cualquiera y tenemos unas cuantas crayolas adicionales. Entonces por ejemplo aquí Melissa tiene dos cajas de crayolas, hay 10 crayolas en cada caja, ella también tiene 4 crayolas extras ¿cuántas crayolas tiene Melissa? Aquí agrupa de 10 en 10 pero no le va a dar una decena completa, sino que bueno 24, 27, dependiendo.

Luego vienen los problemas con división que para este tema los que vamos a trabajar son división de medidas que es cuándo tenemos que definir cuántos grupos hay. Por ejemplo, aquí Josué tiene 32 bolas de ping-pon quiere ponerlas en cajas que contienen 10 unidades. ¿cuántas cajas puede llenar? Le

Sesión 21




Hora: 53:35

Fecha: 26/ 08 /21

podemos dar las 32 de alguna manera con fichas, con cubos, con dibujos y que tenga que hacer la agrupación. Entonces se trata de que vayan haciendo los grupos y que vayan decidiendo cuántos grupos se pueden hacer con 32 bolas o cuántas cajas puede llenar.

Y otro tipo de problema podría ser cuántas decenas hay en 32. Si tengo 32 bolas, ¿cuántas decenas hay ahí? Podemos ir también trabajando con la idea de la decena si también la quieren ir fortaleciendo.

Problemas de multiplicación y división para desarrollar conceptos de decena

	Escriba el número	
Multiplicación (Sin extra)		Karen tiene 3 cajas de crayolas. Hay 10 crayolas en cada bolsa. ¿Cuántas crayolas tiene Karen?
Multiplicación (Extra)		Melissa Tiene 2 cajas de crayolas. Hay 10 crayolas en cada caja. Ella también tiene 4 crayolas extra. ¿Cuántas crayolas tiene Melissa?
División de medidas	 Encierre en grupos de 10 y escriba el número. ¿Cuántas decenas hay en 32?	Josué tiene 32 bolas de ping-pong. Quiere ponerlas en cajas que contienen 10 unidades. ¿Cuántas cajas

Este es un problema porque aquí dije que los que vamos a trabajar son los de divisiones de medida. ¿Cuál es el problema con los problemas de división en partes? Por ejemplo aquí: “Jazmín tiene 40 flores ella las quiere poner en 10 floreros”. Entonces el problema aquí es que no tenemos cuántas flores van en cada florero, esta es la pregunta. Entonces un estudiante que no ha pasado del nivel de modelación directa tiene problemas para resolver este problema porque no puede visualizar que podría hacer grupos de 10, decir bueno 10 flores me sirven, una para cada florero, otras 10 flores sería, qué sé yo, bueno, hago un grupo de 10 y ese grupo de 10 son las flores de, una primera flor para 10 floreros, otro grupo de 10 sería la segunda flor verdad y entonces al final cada uno de estos grupos de 10 lo que le representaría es... O más bien cuenta cuántos grupos y eso sería el número de flores en cada florero. Pero como la indicación es que hay 10 floreros si el estudiante sigue lo que decía antes Carmen, que el segundo problema era más difícil porque había información al revés, o algo así dijo Carmen. Aquí más o menos es la misma idea, verdad, tiene que pensar en los 10 floreros y pensar en ponerle flor uno a cada uno otra vez. Este tipo de problemas no ayuda especialmente para los estudiantes que están en un nivel bajo, digamos, no ayudan a fortalecer el concepto de decena, ni del sistema numeración decimal, entonces más bien hay que pensar en problemas en donde la pregunta sería el número de grupos, o sea, que por ejemplo, ponga 10 flores en cada florero entonces cuántos floreros necesita, esos son los problemas que ayudan con esta idea del sistema de numeración decimal. Qué significa que es decimal y qué significa una decena y qué significa 10 decenas, y qué sé yo, todo lo que tenga que ver con el sistema de numeración.

Ahora aquí hay algunos problemas para analizar esta idea que les digo de fortalecer la decena, centena, que significa que un sistema es de numeración decimal. Por ejemplo este dice: “Tenemos cinco cajas de donas. Hay 10 donas en cada caja. También tenemos 3 donas extra.” Vean que nos están dando el número de cajas, nos están diciendo que cada caja tiene 10 donas, y están añadiendo otras extras, que ya no me alcanzan para una caja. Lo que vamos a hacer es analizar algunas posibles respuestas:

Sesión 21

Hora: 53:35

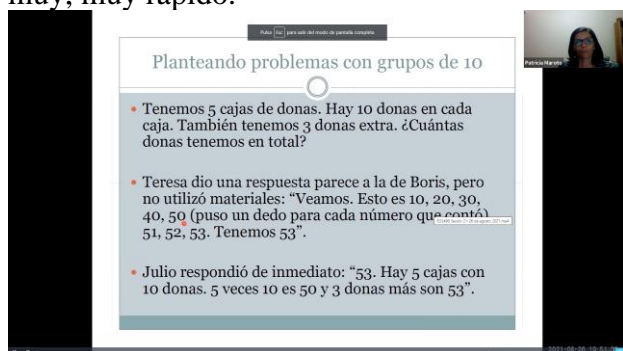
Fecha: 26/08/21



- Robin lo que hace es; como hay cinco cajas de donas entonces hace 1, 2, 3, 4, 5 cajas, cada grupo de 10 cubos representaría una caja lo modela directamente y luego cuenta los tres cubos extra. Entonces pensemos si está en el nivel más, más bajo sería 1, 2, 3, 4, 5, 6, verdad. Tendría que contar todos los cubos de alguna forma para saber que son 53.

- Aquí hay otra posible para ese mismo problema tenemos otra solución que es siempre hacer la misma idea de aquí hacer grupos de 10, pero el estudiante los coloca filas, donde cada una de esas filas, por lo visto, pareciera que es una decena, porque vean que lo cuenta diferente. Va contando 10, 20, 30, 40, 50. Entonces pareciera que lo ve más como la barrita de los bloques multibase, entonces tiene cinco barras va contando de 10 en 10 y luego agrega los otros tres, contando de 1 por 1 ese es un razonamiento que es mejor que ir contando obviamente de uno por uno.

- Luego aquí hay una tercera, ese es el mismo problema tenemos dos soluciones más. Teresa dio una respuesta para que se parece a la de Boris, pero no utilizó un material concreto. Boris lo que hizo fue hacer filas de 10 pero Teresa nada más dijo es 10, 20, 30, 40, 50 las fue contando con los dedos, cuando cuenta 10 levanta un dedo, 20 dos dedos, 30 hasta que llega a 50, entonces ahí se da cuenta que tiene las seis cajas y luego cuenta los tres más 51, 52, 53. Veán que si usted nada más escucha lo que los dos dicen, los dos hicieron exactamente lo mismo: 10, 20, 30, 40, 50 y luego 51, 52, 53, pero obviamente que un estudiante que necesita el material concreto, está un pasito más abajo que un estudiante que nada más cuente de 10 en 10, porque ya tiene un concepto un poco más abstracto, pero sigue usando los dedos, siempre los dedos les sirven para llevar la cuenta porque va: 10, 20, 30 pero entonces usa los dedos para saber hasta cuando llegó a 5. Un estudiante ya más avanzado como Julio aquí por ejemplo entonces de una vez dice 53 entonces hay cinco cajas con diez donas, cinco veces diez es 50 y 3 donas más son 53. Entonces es el mismo problema con cuatro soluciones, donde cada solución, me representa un nivel de comprensión diferente de cuanto ha profundizado el estudiante en los números, en cómo contar, cómo contar de diez en diez, cómo representó eso, qué tanto materiales necesitó, si uso solo los dedos o uso los cubos cómo cuento los cubos o ya un estudiante que lo logre hacer muy, muy, muy rápido.



Aquí hay otro problema dice José tiene 54 crayones él las puso en cajas de 10 crayolas en cada, ¿cuántas cajas llenó José?

Igual vamos a realizar diferentes respuestas, por ejemplo:

- Ricardo cuenta 54 cubos, pero imagínense uno, dos, tres, cuatro los cuenta, luego empieza a agruparlos de 10 en 10, cuenta cuántos grupos, después de que ya hace los grupos de 10, cuenta a ver

cuántos grupo les salieron y se da cuenta que son 5, entonces 5 cajas, pero imagínense mientras ese pobre estudiante cuenta uno por uno los cubos.

- Bernardo por su lado hizo igual que antes, que puso filas de 10. Entonces pone cinco filas con 10 unidades siempre usando material concreto, para representar las 50 crayolas, y luego pone los cuatro cubos extra, cuenta lo mismo que Ricardo, cuenta los 54 cubos, pero en el caso de Bernardo los agrupa de 10 en 10, entonces ya después se queda observando el dibujo que hizo que sería como este, nada más que son 54. Entonces se queda observando y se da cuenta que tiene cinco grupos. La pregunta es cuántas cajas llenó. Si estamos pensando en los problemas de decenas o del sistema numeración decimal la pregunta ha de ser el número de grupos, que son los problemas de división asociados con medidas. Entonces no me voy a preocupar por el residuo o le puedo preguntar el residuo, pero en realidad si lo que es lo que quiero como fortalecer es el concepto de decena tengo que centrar las preguntas en el número de las cajas donde cada caja tiene 10 crayolas.

- Luego aquí igual Tania contó de diez en diez: 10, 20, 30, 40, 50. Vean que si yo pienso este problema comparado con el anterior, en el anterior la pregunta era el total de donas, entonces lo que no conozco es el final, no sé el total de donas. En cambio aquí en este otro problema sí tengo el total, sé que son 54 crayolas, entonces es un problema que es un poquito diferente del anterior. Ella igual cuenta de 10 en 10 pero no cuenta hasta 54 sino que cuenta hasta 50 pero tiene que tener claro que va agrupando de 10 en 10 y que cuando llegó a 50 se le acabó la posibilidad de hacer otro grupo de 10 y entonces allí se da cuenta que la respuesta es 5.

- Julio, sigue siendo el más inteligente, el que tiene un conocimiento más avanzado, no tal vez el más inteligente el que ha logrado un conocimiento más avanzado, porque dice que son cinco grupos porque hay cinco grupos de diez en 54, entonces de una vez sabe que cinco por diez son cincuenta y lo hace de una manera más sencilla.

¿Hay algún comentario?

Problemas de división de medidas

- José tiene 54 crayolas. Él las puso en cajas de 10 crayolas en cada una. ¿Cuántas cajas llenó José?
- Ricardo contó 54 cubos. Hizo grupos de 10 cubos y contó el número de grupos. Dijo: "5 cajas".
- Bernardo puso 5 filas de 10 unidades para representar las 50 crayolas y 4 cubos más para representar las 4 crayolas extra. Observó un momento y contó las 5 filas y dijo: "5".

Carmen: Entonces sí, siempre trabajar con eso, que sean cajas que tienen 10, cajas que tienen 100. ¿Así?

Facilitadora: Exacto o complicarlo un poco, decir, bueno cada paquete tiene 10 galletas, pero esos paquetes de 10 galletas los vamos a echar en cajas que tienen 10, digamos, que cada bolsa tiene 10 galletas, entonces esas bolsas las vamos a empacar en cajas que tienen 10 bolsas entonces, ¿cuántas galletas hay? Bueno, hay 10 bolsas en la caja, pero cada bolsa tiene 10 unidades, entonces hacer agrupaciones o desagrupaciones, pero pensando de 10 en 10 o de 100 en 100. Si tengo 125 cómo lo paso a grupos de 10, entonces plantear problemas en donde esa agrupación, digamos, ya no un problema de cualquiera división o multiplicación, sino centrar los todos en grupos de 10, para que se fortalezca este concepto del sistema numeración de numeración decimal.

Aquí hay otro problema: "El grupo de primer grado tiene cuatro cajas de donas con 10 donas en cada caja y también tienen 17 donas individuales, ¿cuántas donas hay en total?" Entonces vean que este

problema ya tiene un poquito más de dificultad, porque tengo cuatro cajas que tienen diez donas y tengo 17 extra, pero eso ya no están colocadas en cajas, sino que las contaron como unidades, entonces ahí es importante analizar si cada persona se da cuenta o no que estas 17, perdón, que estas 17 donas, es posible armar otro grupo de 10 o no. Si yo analizo la forma en que el estudiante lo resuelve puedo darme cuenta de eso. Por ejemplo:

- Orlando lo hizo, primero suma de 10 en 10, entonces diez, veinte, treinta y cuarenta, pero después de que llega a 40 empieza a contar de 1 en 1, de alguna forma va registrando esos 17 vean que un estudiante como éste no se da cuenta que hay otra decena, sino que simplemente sigue de manera literal el problema y lo hace en el orden en que está y siguiendo como demasiado textual el asunto, sin pensarlo mucho.

- Aquí hay otra posible solución otra vez es Julio, ah no, perdón, aquí está María también. María siguió el mismo método que Orlando, nada más que no usa los cubos, Orlando sí puso las filas y las contó. En cambio María cuenta de 10 en 10 hasta llegar a 40, entonces cuenta diez, veinte, treinta, cuarenta y pone los cuatro dedos luego que ya tiene 40, entonces quita los dedos y empieza a contar uno por uno, entonces cuenta, cuenta, cuenta hasta que llega a diez y luego nuevamente baja los dedos y cuenta los siete extras. Vean que a pesar de que cuenta los diez, cuando está haciendo el problema no se da cuenta que diecisiete son diez unidades más siete, eso hay que trabajarlo un poco y bueno, Julio sí dijo son cuarenta y diez más son cincuenta y los siete que me quedaban son 57 entonces Julio sí tuvo la capacidad en el momento de darse cuenta de que esos diecisiete los podía descomponer en $10+7$ y de una manera fácil encontró la respuesta.

Problemas con más de 10 elementos extra

- El grupo de primer grado tiene 4 cajas de donas con 10 donas en cada caja y también tienen 17 donas individuales. ¿Cuántas donas hay en total?
- Orlando puso 4 filas de 10 unidades y 17 cubos. Contó las filas y los cubos: "10, 20, 30, 40, 41, 42, 43, 44, ..., 55, 56, 57".

Problemas con más de 10 elementos extra

- María siguió el mismo método que Orlando, pero no usó los cubos. Al contar de 10 a 40, de 10 en 10, ella puso 4 dedos. Luego bajó sus dedos y los utilizó para realizar el conteo restante, levantando un dedo cada vez. Cuando llegó a 50 nuevamente bajó los dedos para poder contar los últimos 7 números.
- Julio dijo: "Bueno, son 40, 10 más son 50 y 7 más son 57".

Carmen: Traducción: si alguien va a tener un chiquito que le ponga Julio.

Facilitadora: Imagínense, bueno, puede ser una buena idea, no sé si alguien aquí aún está en esas tareas.

Carmen: Por eso digo si alguien.

Facilitadora: ¿Quién es aquí la más joven? ¿Daniela?

No, no sé, no tengo idea. Yo ahora hasta esta semana conocí a Carmen, ya yo creo que sí me la encuentro en la calle tal vez, y a Jeidy también. A Jeidy llegué a la escuela y yo la vi, dije será o no será porque Jeidy yo tengo una noción del primer día que fui a la escuela, pero no estaba muy segura, pero ayer llegué a la escuela, anteayer ya no me acuerdo cuándo fue que fui, el lunes y la oí hablar entonces cuando la oí hablar, entonces yo dije así sí es y la llamé, pero desgraciadamente no hemos tenido la posibilidad de vernos en persona entonces no tengo claro cómo es cada una, ni cuántos años tienen más o menos ni nada, qué vida.

Sesión 21

Hora: 53:35

Fecha: 26/ 08 /21

Ok aquí hay un resumen de estrategias o sea cuando yo a grupo de 10 en 10, ¿qué hora es? Dios ya son las 8, dejemos esto para la próxima y lo hacemos con paciencia, no hay problema. Creo que ya nos falta poquito, bueno, vamos como la mitad de esta presentación. En realidad el tema es muy chiquitito y muy fácil, pero entonces la próxima vez que seguimos aquí. ¿Les parece? Y que pasen muy bien espero que no se mojen está lloviendo otra vez ya porque nos espera un fin de semana mojado.

Daniela: Yo creo que sí, muchísimas gracias profe.

Facilitadora: Con mucho gusto, gracias nos vemos.

Carmen: Muchísimas gracias, buenas noches.

Varias: Buenas noches.

Facilitadora: Hasta luego.