UNIVERSIDAD DE COSTA RICA
INSTITUTO DE INVESTIGACIÓN PARA EL MEJORAMIENTO DE LA EDUCACIÓN COSTARRICENSE
IIMEC

INFORME FINAL

I INTRODUCCIÓN

1. Proyecto:
N° 724-A1-054

2. Nombre:
"CONCEPTOS GEOMÉTRICOS EN MAESTROS DE ESCUELA PRIMARIA"

3. Unidad Base
Instituto de Investigación para el Mejoramiento de la Educación Costarricense (IIMEC)

4. Unidad de adscripción
Instituto de Investigación para el Mejoramiento de la Educación Costarricense (IIMEC)

5. Programa al que pertenece
Ninguno

6. Nombre de investigadores y carga académica:

NOMBRE	CONDICIÓN	CARGA ACADÉMICA	PERÍODO
Teresita Peralta Monge	Investigadora principal	½ TC Ad honoren	Años 2001- 2002 Año 2003
Mario Murillo Chaves	Investigador asociado	¼ TC	Año 2003
Gonzalo Valverde Calvo	Investigador asociado	¼ TC	Año 2003

7. Duración del proyecto
01 / 01 / 2001 - 31 / 12 / 2003

II ANTECEDENTES DEL PROCESO INVESTIGATIVO

Este proyecto de investigación responde a necesidades de capacitación de maestros y maestras de escuela primaria en relación con la enseñanza aprendizaje de la Matemática, detectadas en el proyecto de investigación *Plan piloto para el mejoramiento en la enseñanza de las Ciencias y la Matemática*, adscrito al Instituto de Investigación para el Mejoramiento de la Educación Costarricense (IIMEC), realizado conjuntamente por la Universidad de Costa Rica y la Universidad Nacional, con el financiamiento del Consejo Nacional para Investigaciones Científicas y Tecnológicas.

El proyecto tuvo como propósito promover el desarrollo de formas innovadoras en el aprendizaje y la enseñanza en Ciencias Naturales y Matemáticas. La investigación de campo realizada aportó elementos sobre la compleja dinámica del ambiente escolar y aspectos básicos a considerar en relación con los planes de formación de docentes para la enseñanza de la matemática. Definió la necesidad de que los programas de capacitación que ofrecen las universidades a los docentes de primaria y secundaria, ofrezcan una respuesta a las carencias y necesidades tanto en el desarrollo de la práctica docente como en el nivel de los contenidos, orientándose a un cambio de esquemas de un proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática dirigido a la memorización, la mecanización y la transmisión de fórmulas y algoritmos, para un proceso dirigido a la construcción de significados por parte del estudiante.

Las necesidades detectadas en relación con la formación de los maestros y maestras de escuela primaria en el Plan Piloto para la enseñanza de las Ciencias y la Matemática, hicieron necesaria la profundización de la investigación, específicamente en el área de Geometría, la cual es una de las áreas de la Matemática que más favorece el desarrollo de la reflexión y el análisis y en la que se detectaron problemas por parte de los maestros y las maestras, similares a los que la investigadora principal de este proyecto ha detectado en su experiencia como docente en los cursos de Matemática, del plan de estudios para la formación de maestros en la Escuela de Formación Docente de la Universidad de Costa Rica, experiencias que le han permitido percibir en general en maestros, maestras y estudiantes que ingresan a la carrera de Bachillerato y Licenciatura en Educación Primaria, carencias en la construcción de significados para conceptos geométricos y sus relaciones, situación que en ocasiones los lleva a un manejo de estos como un conjunto desintegrado de hechos y de principios independientes. La tendencia que se percibe es la memorización de definiciones y uso mecánico de fórmulas, lo que limita al maestro y a la maestra para su participación en el proceso de enseñanza aprendizaje como facilitadores de la construcción de relaciones y patrones por parte de sus estudiantes

Los aportes de la investigación y la docencia ejercida por la investigadora principal de este proyecto, así como el perfil profesional del maestro y de la maestra de escuela primaria, definido en el plan de estudios de la carrera de Bachillerato y Licenciatura en Educación Primaria de la Universidad de Costa

Rica, en el que se hace referencia a la formación de un maestro y maestra con conocimientos acerca de los procesos de enseñanza aprendizaje y de los contenidos específicos de las asignaturas, con habilidades y destrezas para facilitar experiencias que permitan al estudiante la construcción del conocimiento, definieron la necesidad de generar referentes teóricos producto de la investigación, para el proceso de mejoramiento de los programas de formación y capacitación de los maestros de escuela primaria, específicamente en contenidos y en el abordaje del proceso de enseñanza aprendizaje de la Geometría.

Objetivo general:

Conocer sobre los significados construidos por los maestros y las maestras para conceptos geométricos básicos contenidos en los programas de Matemática de la escuela primaria, para contar con elementos teóricos que orienten el proceso de enseñanza aprendizaje en el área de Geometría, en los cursos de formación y capacitación de maestros y maestras de escuela primaria.

Objetivos específicos:

1. Explorar en relación con los significados construidos por los maestros y las maestras para conceptos geométricos contenidos en los programas de Matemática de la escuela primaria.
2. Explorar en relación con los significados construidos por estudiantes de los cursos de Matemática en Educación Primaria de la Escuela de Formación Docente, para conceptos geométricos contenidos en los programas de Matemática de la escuela primaria.
3. Elaborar material didáctico para facilitar la construcción de significados para conceptos geométricos en maestros y maestras de escuela primaria.

Los objetivos específicos 1 y 3 se incluyen en la propuesta original del proyecto, pero debido a que se pretende que el material didáctico a elaborar contribuya al mejoramiento de los procesos de capacitación de maestros y maestras de escuela primaria, así como al mejoramiento en los procesos de formación universitaria de estos profesionales de la educación, se consideró la necesidad de ampliar el proyecto para conocer sobre los significados construidos para conceptos geométricos contenidos en los programas de Matemática de la escuela primaria, por estudiantes de los cursos de Matemática, de la carrera de Bachillerato y Licenciatura en Educación Primaria, perteneciente a la Escuela de Formación Docente, Facultad de Educación de la Universidad de Costa Rica.

III MARCO TEÓRICO REFERENCIAL

El desarrollo del proyecto de investigación "Conceptos geométricos en maestros de escuela primaria" se orientó en la concepción de la Matemática definida por Wheatley (1989) y asumida en el proyecto de investigación *Plan piloto para el mejoramiento en la enseñanza de las Ciencias y la Matemática (1995),* en el que se partió de una concepción de la Matemática como una actividad de construcción de patrones y relaciones mediante la experimentación, el cuestionamiento, la reflexión, el descubrimiento y la discusión.

Esta concepción de la Matemática asumida por el proyecto amerita la creación de ambientes de aprendizaje donde los maestros y las maestras analicen su propio proceso de aprendizaje y participen en situaciones de análisis y exploración que les faciliten la construcción de significados para conceptos matemáticos, para que en consecuencia ellos puedan a la vez propiciar estos ambientes para el aprendizaje por parte de sus estudiantes.

Ávalos (1997), señala que las concepciones matemáticas de los maestros y las maestras se derivan de los aprendizajes adquiridos durante su formación escolar y profesional y de su referente curricular, por lo que la concepción de los contenidos escolares está ligada a sus concepciones sobre su enseñanza y su aprendizaje. Coherente con esta posición, este proyecto de investigación parte del supuesto de la existencia de una relación entre los significados construidos por los maestros y las maestras para conceptos matemáticos contenidos en el currículo en la escuela primaria y sus concepciones sobre el proceso de enseñanza aprendizaje de estos.

En atención a la relación existente entre la formación en Geometría del maestro y de la maestra de escuela primaria y su práctica educativa en el proceso de enseñanza aprendizaje de esta disciplina, se investigó en relación con los fundamentos teóricos aportados por el Ministerio de Educación Pública, para orientar el proceso de enseñanza aprendizaje de la Geometría en la escuela primaria. Específicamente se analizaron los documentos "*Programa de estudios, Matemática, I Ciclo*" y "*Programa de estudios, Matemática, II Ciclo*", editados por el Ministerio de Educación Pública, Costa Rica en el año 2001, en los que se valora:

- La clasificación en la que el niño y la niña identifican las propiedades que tienen los objetos, como una actividad "importante" para el desarrollo del niño y la niña.

- La identificación de las características similares que tienen los objetos, seguida de la realización de actividades manuales con diferentes materiales, con los que elaboran figuras y exploran sus propiedades, para luego hacer la representación gráfica de esta figuras, como un medio para la abstracción de los diferentes conceptos en el aprendizaje de la Geometría.

- El abordaje de las propiedades intrínsecas de las figuras, mediante la atención de los estudiantes en sus características, como la igualdad o desigualdad de sus lados y de sus ángulos.

- La composición y descomposición de figuras geométricas en la comprensión del concepto de área y en la justificación de las fórmulas para su cálculo.

- Los procesos que intervienen en la medición, principalmente los de comparación y los de cuantificación en la construcción del conocimiento.

De acuerdo con Gutiérrez (2002), en el contexto centroamericano, los estándares para la enseñanza de la Matemática en la escuela primaria refieren a las siguientes funciones:

- Desarrollar el pensamiento lógico.

- Desarrollar habilidades de cálculo y su correcta aplicación en la resolución de problemas.

- Usar los conceptos geométricos básicos en la identificación y clasificación de figuras y cuerpos geométricos.

La investigación en relación con el desarrollo del pensamiento geométrico refiere al modelo Van Hiele, el cual aporta una descripción del proceso de aprendizaje de la Geometría. Pérez (2002), analiza los cinco niveles de razonamiento definidos por este modelo en una secuencia que considera la transición por la que pasa el sujeto desde el razonamiento intuitivo hasta el razonamiento formal abstracto, siendo estos:

1. Visualización o reconocimiento por medio del cual el sujeto se familiariza con el objeto geométrico en una visión global.

2. Observación y análisis, procesos por los que el que el sujeto comienza a identificar las propiedades del objeto geométrico.

3. Clasificación o deducción informal, por medio de la cual el sujeto observa las relaciones de las propiedades de la figura.

4. Deducción formal en la que el sujeto realiza acciones de análisis, síntesis y comparación.

5. Rigor matemático en el que el sujeto establece comparaciones entre distintos sistemas axiomáticos.

Pérez señala además que el progreso en la comprensión de los conceptos geométricos se produce desde el primer nivel de forma ordenada a través de los niveles siguientes, de manera que el desempeño en uno de los niveles requiere el dominio de los niveles previos.

En su análisis del modelo Van Hiele, Ardila (2002) menciona que el conocimiento de este modelo permite identificar en qué nivel del desarrollo del pensamiento geométrico se encuentra un estudiante. Analiza el caso concreto de la relación existente entre el cuadrado, el rectángulo y el rombo y explica que un estudiante que se encuentra en el nivel de análisis identifica las propiedades del cuadrado, pero no puede deducir que el cuadrado cumple con las propiedades del rectángulo y del rombo.

En relación con la aplicación del modelo Van Hiele, Gutiérrez (2002) propone las siguientes fases para la orientación de una clase de Geometría al seguimiento de este modelo:

- Información, en la cual el docente obtiene información sobre los conocimientos que posee el estudiante y este conoce sobre los objetivos que ha propuesto el docente.

- Orientación dirigida, en la que el docente orienta a los estudiantes para que vayan descubriendo las propiedades de los objetos geométricos.

- Explicación , la cual se propone que los estudiantes sean conscientes de las características de los objetos geométricos.

- Orientación libre en la que se busca consolidar las acciones de análisis, síntesis y comparación.

- Integración, la cual tiene como objetivo establecer y completar las red de relaciones.

Los referentes teóricos definidos por el Ministerio de Educación Pública para orientar el proceso de enseñanza aprendizaje de la Geometría en la escuela primaria, así como los estándares centroamericanos para la enseñanza de la Matemática en la escuela primaria, junto con el supuesto teórico central orientador de este proyecto de investigación, el cual parte de una concepción de la Matemática como una actividad de construcción de patrones y relaciones mediante la experimentación, el cuestionamiento, la reflexión, el descubrimiento y la discusión, refieren a maestros y maestras de escuela primaria que hayan construido sus propias relaciones matemáticas y hayan desarrollado capacidades de análisis, de reflexión y de generalización, para poder facilitar el desarrollo de estas capacidades en sus estudiantes.

Al respecto Moreno (2000) considera que la actualización en Matemática de los maestros y las maestras de escuela primaria, debe darse dentro de un proceso de constante formación personal y superación profesional, cuyas metas deben atender la modificación de algunas actitudes frente a la Matemática escolar y la estructuración de una nueva práctica docente que valore los distintos procedimientos que utilizan los alumnos para resolver las situaciones que se les plantean.

En relación con la importancia de la enseñanza de la Geometría en la escuela primaria, Gutiérrez (2002) considera que esta estimula el pensamiento espacial y la fantasía matemática, pero señala a la vez la existencia de deficiencias en la preparación en Geometría de los estudiantes que egresan de la educación primaria y de la educación secundaria causadas principalmente por la escasa bibliografía existente en Geometría en lo que respecta a los niveles de primaria y secundaria, desconocimiento de la metodología para la enseñanza de la Geometría y las variaciones que se han presentado en los últimos años en los enfoques para la enseñanza de esta disciplina.

En su artículo *Sobre la preparación teórica de los maestros de Matemática,* D' Amore (2000), analiza como una situación aplicable a todos los países el hecho de dar una preparación más sólida en Matemática a los docentes de los niveles escolares superiores mientras que a los docentes de los niveles escolares iniciales se les da una preparación más sólida en el área psicopedagógica. Al respecto el autor considera que si bien los contenidos matemáticos que deben dominar los docentes de los niveles superiores son mucho más complejos y profundos que los que deben dominar los docentes de escuela primaria, la investigación en didáctica durante los últimos años ha demostrado que muchos de los casos de rechazo a la Matemática y de abandono de la escuela por causa de la Matemática, se originan en conflictos causados por explicaciones erróneas, concepciones incorrectas que nunca llegan a corregirse o modelos intuitivos equivocados originados en la escuela primaria o secundaria. En su análisis D' Amore aboga por una mayor preparación en Matemática de los maestros y las maestras de los niveles escolares más bajos como lo es el de la escuela primaria.

La necesidad de ofrecer a los maestros y las maestras de escuela primaria una mejor preparación en Matemática, específicamente en el área de la Geometría, así como la confrontación del análisis de los resultados obtenidos en el proyecto de investigación en desarrollo con el ideal concebido de maestros y maestras de escuela primaria que hayan construido sus propias relaciones matemáticas y hayan desarrollado capacidades de análisis, de reflexión y de generalización, para poder facilitar el desarrollo de estas capacidades en sus estudiantes, planteó interrogantes a los investigadores acerca de:

¿Qué hacer para facilitar en los maestros, las maestras y en los estudiantes universitarios que están formándose en esta profesión ...

- *el desarrollo el pensamiento geométrico ?,*
- *la concreción de vías de exploración y de análisis de las propiedades de las figuras geométricas?,*
- *la exploración y el planteo de conjeturas y búsqueda de patrones para el establecimiento de relaciones, como un modo de acceso a otras formas de pensamiento geométrico más allá de los algoritmos y la simple aplicación de fórmulas?*

En respuesta a estas interrogantes, la ejecución de las diferentes actividades del proyecto y el análisis de los resultados obtenidos por medio de los diferentes instrumentos de investigación, permiten proponer los siguientes supuestos teóricos, para orientar los procesos de formación en Geometría de los maestros, las maestras y los estudiantes universitarios que se están formando para la docencia en la escuela primaria:

- La abstracción del conocimiento geométrico requiere de la participación del aprendiz en niveles más elementales del ciclo de aprendizaje de la Geometría como lo son la medición y la construcción geométrica.

- La precisión en la construcción geométrica, facilita la formación de conceptos a partir del análisis de las características de los polígonos referidas a sus lados, sus ángulos, sus alturas, sus diagonales, su perímetro o su área.

- La flexibilización de la construcción geométrica que promueva el uso de diferentes posiciones al construir las figuras geométricas, permite visualizar sus características independientemente de su posición y la abstracción del conocimiento geométrico.

- La formación de un concepto geométrico parte de la base empírica que aporta la construcción geométrica, para llegar a la abstracción por medio de la exploración y el análisis.

- La orientación de la enseñanza aprendizaje de la Geometría a la construcción geométrica, la transformación y la comparación, promueve la construcción de relaciones geométricas.

- El descubrimiento de patrones a través de la construcción geométrica, genera la construcción de relaciones geométricas.

- El uso de la transformación en la enseñanza aprendizaje de la Geometría, facilita la construcción de relaciones entre los diferentes polígonos.

- El análisis de la relaciones de pertenencia a los diferentes conjuntos de polígonos, facilita la construcción de relaciones entre los polígonos.

Estos supuestos teóricos propuestos por el proyecto, permiten valorar la construcción geométrica como un medio para el desarrollo del pensamiento geométrico en un proceso en el que el maestro y la maestra a partir de <u>sus propias construcciones geométricas:</u>

1. Explora y plantea conjeturas.

2. Analiza para encontrar y descubrir propiedades.

3. Descubre patrones a través de la comparación.

4. Determina relaciones matemáticas a partir de los patrones.

5. Generaliza.

Los supuestos teóricos propuestos por el proyecto, son orientadores del material didáctico construido para procesos de formación y capacitación de maestros de escuela primaria, en cumplimiento del objetivo específico N°3, *"Elaborar material didáctico para facilitar la construcción de significados para conceptos geométricos en maestros y maestras de escuela primaria".*

IV METODOLOGÍA

1. Método o técnicas utilizados

El proyecto de investigación surge como un estudio de tipo exploratorio por cuanto pretende conocer sobre los conceptos y relaciones matemáticas que han construido los maestros y las maestras en su formación en Geometría, temática que de acuerdo con su especificidad, no ha sido abordada. Hace uso en su desarrollo de técnicas de aplicación de cuestionarios, observación de aula, entrevistas de corte didáctico y realización de talleres.

Por ser este un estudio en el que se trabajó con casos específicos de escuelas y los maestros y las maestras que voluntariamente aceptaron colaborar con el proyecto, sus resultados en cuanto a las ejecuciones de estos maestros y maestras producto de la aplicación del cuestionario tipo exploratorio, la observación de aula y la realización de entrevistas, no se pretenden generalizar a una población mayor, no así los materiales didácticos que se generen del proceso investigativo y se validen. En una etapa posterior estos materiales didácticos se aplicarán a una población mayor, mediante la realización de talleres con maestros de otras escuelas, en el ámbito de proyectos de acción social que realice la Universidad de Costa Rica.

2. Actividades desarrolladas

1. Construcción y validación de un cuestionario tipo exploratorio para recabar información sobre los significados de maestros, maestras y estudiantes de la carrera de Bachillerato y Licenciatura en Educación Primaria, para conceptos geométricos relacionados con polígonos, área, congruencia y semejanza.

2. Negociación de entrada a las escuelas que participarían en el proyecto.

3. Planeamiento y ejecución de talleres dirigidos a la capacitación de maestros y maestras de escuela primaria, sobre ambientes de aprendizaje en el proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática, en el contexto de los temas específicos de teoría de números, operaciones multiplicativas, patrones y relaciones matemáticas.

4. Aplicación a maestros, maestras y estudiantes de la carrera de Bachillerato y Licenciatura en Educación Primaria, del cuestionario tipo exploratorio sobre los significados para conceptos geométricos relacionados con polígonos, área, congruencia y semejanza.

5. Observación en el aula sobre el abordaje de conceptos geométricos en el proceso de enseñanza aprendizaje de la Geometría en la escuela primaria.

6. Entrevistas para profundizar en los resultados obtenidos por la aplicación del cuestionario y la observación de aula.

7. Elaboración de material didáctico para procesos de formación y capacitación en Geometría de maestros y maestras de escuela primaria.

8. Ejecución de talleres con maestros y maestras de escuela primaria, para validar el material didáctico construido para procesos de formación y capacitación en Geometría de estos profesionales y retribuir con procesos de capacitación a los maestros y las maestras de las escuelas que participaron en el proceso de investigación.

9. Incorporación al material didáctico de cambios como consecuencia del proceso de validación seguido en los talleres.

3. Procedimientos utilizados para la ejecución de las diferentes actividades

A continuación se informa sobre los procedimientos seguidos en relación con cada una de las actividades realizadas.

1. Construcción y validación de un cuestionario tipo exploratorio para recabar información sobre los significados de maestros, maestras y estudiantes de la carrera de Bachillerato y Licenciatura en Educación Primaria, para conceptos geométricos relacionados con polígonos, área, congruencia y semejanza

El cuestionario construido es de carácter exploratorio y su propósito fue indagar sobre los significados construidos por maestros y maestras de escuela primaria, así como estudiantes que ingresan a la carrera de Bachillerato y Licenciatura en Educación Primaria, para conceptos geométricos contenidos en los programas de Matemática en relación con polígonos y sus relaciones, áreas, congruencia y semejanza, a través del planteamiento de situaciones y problemas familiares para el maestro y la maestra de escuela primaria, basadas en contenidos incluidos en los programas de Matemática de la escuela primaria publicados por el Ministerio de Educación Pública.

En su proceso de construcción, se trató que el cuestionario superara el nivel de medición, para indagar sobre las relaciones matemáticas en torno a los conceptos en estudio.

Para validar el cuestionario se solicitó a especialistas en enseñanza de la Matemática con experiencia en docencia en la formación matemática de maestros y maestras de escuela primaria o en investigación en el proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática en la escuela primaria, que hicieran una valoración del cuestionario dirigida al análisis de la claridad en la redacción de las preguntas y de la coherencia entre estas y los objetivos planteados.

En el anexo N° 1 se presenta el cuestionario y el instrumento usado para su validación. En la siguiente tabla se presenta cada uno de los objetivos planteados y la pregunta del cuestionario que le corresponde:

OBJETIVO	PARTE
Explorar sobre los conocimientos de los maestros y las maestras acerca de las relaciones existentes entre polígonos.	Segunda, preguntas 1 a 10. Tercera, preguntas 1 a 6. Cuarta, preguntas 1 a 3. Sétima, pregunta 2.
Explorar sobre los conocimientos de los maestros y las maestras acerca de la congruencia en polígonos.	Tercera, preguntas 7, 10, 11 y 12 Quinta, preguntas 1 a 4.
Explorar sobre los conocimientos de los maestros y las maestras acerca de la semejanza en polígonos.	Tercera, preguntas 8, 9, 13 y 14. Quinta, preguntas 1 a 4.
Explorar sobre los conocimientos de los maestros y las maestras acerca de áreas en polígonos.	Sexta, preguntas 1 a 6. Sétima, preguntas 1 y 3.

1. **Negociación de entrada a las escuelas que participarían en el proyecto.**

La negociación de entrada a las instituciones educativas que participaron en el proyecto demandó la ejecución de visitas a diferentes escuelas en las que se solicitó una cita con el director o directora, para explicar sobre la naturaleza del proyecto de investigación que se pretendía realizar, sus propósitos y alcances, así como las condiciones para la participación de las escuelas que así lo desearan y el compromiso que adquirían estas en la ejecución de las diferentes etapas del proyecto.

En una primera instancia hubo dificultad para encontrar las cinco escuelas que participarían en el proyecto, debido a la normativa definida por el Ministerio de Educación Pública para que los maestros y las maestras atiendan los doscientos días del curso lectivo, situación que dificultaba su asistencia a los talleres iniciales de capacitación programados como parte de las actividades del proyecto. Talleres en los que además se aplicaría el cuestionario sobre conceptos geométricos.

Posteriormente se superó esta dificultad cuando se encontraron cinco escuelas que aceptaron participar en las actividades programadas por el proyecto para el año 2001 en tiempo fuera del horario de lecciones.

Tres de las cinco escuelas consideraron la necesidad de que todos sus maestros y maestras participaran en el taller de capacitación, por lo que condicionaron su participación a la inclusión del total de los maestros y las maestras y no solo a los que impartían cuarto grado como estaba definido en el proyecto, además en las otras dos escuelas se trabajó con los maestros y las maestras de cuarto y quinto grados. Esta situación provocó que se aumentara el número de treinta maestros y maestras definidos en la propuesta del proyecto para la aplicación de este cuestionario a setenta y dos, lo que dificultó la tarea de análisis de estos cuestionarios por ser este un análisis más cualitativo dirigido a la exploración sobre las relaciones matemáticas construidas por los maestros, pero a la vez esta situación enriqueció el proyecto en cuanto al logro de sus objetivos porque permitió que un número mayor de maestros y maestras participaran de los talleres iniciales de capacitación y respondieran al cuestionario, lo que permitió contar con información sobre los conceptos geométricos en estudio, de parte de maestros y maestras con formación muy heterogénea en cuanto a su grado académico, la institución de educación superior donde se formaron y años de experiencia en la docencia en educación primaria.

2. **Planeamiento y ejecución de los talleres dirigidos a la capacitación de maestros y maestras de escuela primaria sobre ambientes de aprendizaje en el proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática, en el contexto de los temas específicos de teoría de números, operaciones multiplicativas, patrones y relaciones matemáticas.**

Un reto para el desarrollo de este proyecto de investigación fue obtener la anuencia de maestros y maestras para responder a los cuestionarios sobre conceptos geométricos. Para incentivar su participación y con el propósito de ofrecer espacios para que estos analizaran y exploraran en relación con el proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática, se realizaron talleres sobre ambientes de aprendizaje en el proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática, en el contexto de los temas específicos de teoría de números, operaciones multiplicativas, patrones y relaciones matemáticas.

El desarrollo de estos talleres se basó en actividades de aprendizaje construidas y validadas como producto del proyecto de investigación *Plan piloto* *para el mejoramiento en la enseñanza de las Ciencias y la Matemática*, y publicadas en el libro *Experiencias Didácticas, Matemática I y II Ciclos*, libro del que es coautora la investigadora principal del proyecto de investigación que nos ocupa.

Es así como los talleres atendieron dos propósitos:

- Retribuir a las escuelas que voluntariamente iban a participar en el proyecto, ofreciendo a sus maestros y maestras un taller de capacitación en relación con el proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática.

- Aplicar el cuestionario sobre los conceptos geométricos en maestros y maestras de escuela primaria.

Estos talleres iniciales de capacitación no abordaron temas de Geometría, para no contaminar los resultados que se obtuvieran del cuestionario que se aplicaría durante los mismos talleres.

El planeamiento de los talleres atendió la necesidad de crear ambientes de aprendizaje donde los maestros y las maestras analizaran su propio proceso de aprendizaje y participaran en situaciones de análisis y exploración que les facilitaran la construcción de significados para conceptos matemáticos, para que en su función docente pudieran a la vez propiciar estos ambientes para el proceso de aprendizaje por parte de sus estudiantes.

A partir de la concepción constructivista de la Matemática como una actividad de construcción de relaciones y patrones mediante la experimentación, el cuestionamiento, la reflexión, el descubrimiento, la invención y la discusión, se planteó la necesidad de analizar en los talleres supuestos teóricos constructivistas orientadores del proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática y con base en estos supuestos se desarrollaron actividades dirigidas a los temas específicos de teoría de números, operaciones multiplicativas, patrones y relaciones matemáticas.

La programación de los talleres se dividió en dos sesiones, durante la primera parte se desarrollaron las actividades siguientes:

- Operaciones multiplicativas.
- Las tablas de multiplicar.
- Multiplicación.
- Factores de un número.
- Construyendo el conjunto de los números naturales.
- Patrones y relaciones matemáticas.

Durante la segunda parte del taller se aplicó a los maestros y las maestras el cuestionario tipo exploratorio, para conocer sobre sus significados para conceptos geométricos relacionados con polígonos, área, congruencia y semejanza.

Participaron en estos talleres sesenta y dos maestros y maestras provenientes de las cinco escuelas que inicialmente habían aceptado participar en el proyecto.

3. Aplicación a maestros y maestras y estudiantes de la carrera de Bachillerato y Licenciatura en Educación Primaria, del cuestionario tipo exploratorio para recabar información sobre los significados para conceptos geométricos relacionados con polígonos, área, congruencia y semejanza.

El cuestionario se aplicó durante la segunda parte de cada uno de los talleres, respondiendo a este setenta y dos maestros y maestras.

En la página de presentación se explica al maestro y a la maestra sobre los propósitos de la investigación y se agradece su participación.

En la primera parte se solicita información personal para conocer sobre la formación académica y experiencia docente de los participantes.

La segunda parte presenta un asocie que pretende indagar acerca de relaciones entre definiciones de polígonos.

La tercera parte presenta preguntas de falso y verdadero en las que se presentan afirmaciones acerca de relaciones entre polígonos y los conceptos de congruencia y semejanza.

La cuarta parte se refiere el trazado de diagramas de Venn, para indagar sobre relaciones entre conjuntos de polígonos

La quinta parte indaga sobre los conceptos de congruencia y semejanza por medio del reconocimiento de estas características en diferentes polígonos cóncavos y convexos.

La sexta parte solicita el cálculo del área de diferentes polígonos regulares e irregulares, cóncavos y convexos.

La sétima parte presenta problemas en relación con el concepto de área.

Como ya se explicó en relación con el Objetivo Específico N°2, se valoró la necesidad de conocer sobre los significados construidos para los conceptos geométricos en estudio por estudiantes de la carrera de Bachillerato y Licenciatura en Educación Primaria, para contar con elementos teóricos para el mejoramiento de los cursos de Matemática en Educación Primaria impartidos por la Escuela de Formación Docente de la Universidad de Costa Rica, razón por la que se aplicó el cuestionario a treinta y siete estudiantes al iniciar el curso Matemática en Educación Primaria II, dirigido a la formación en Geometría los estudiantes de la carrera de Bachillerato y Licenciatura en

Educación Primaria, de la Escuela de Formación Docente de la Universidad de Costa Rica.

Esta aplicación aportó elementos sobre el nivel de entrada en la formación en Geometría de estos estudiantes, elementos que permitieron hacer efectiva desde el inicio del proyecto la relación investigación docencia y como consecuencia contar con elementos teóricos para el mejoramiento del mismo curso, del cual es profesora la investigadora principal a cargo de este proyecto

5. Observación en el aula sobre el abordaje de conceptos geométricos en el proceso de enseñanza aprendizaje de la Geometría en la escuela primaria.

A partir del supuesto de la existencia de una relación entre los significados construidos por los maestros y las maestras para conceptos matemáticos del currículo en la escuela primaria y sus concepciones sobre el proceso de enseñanza aprendizaje de estos, la observación de aula tuvo como propósito investigar sobre las actividades y el abordaje de los conceptos geométricos relacionados con polígonos, áreas, congruencia y semejanza en el proceso de enseñanza aprendizaje de la Geometría en la escuela primaria.

Las observaciones de aula se hicieron en los grupos de cuarto y quinto grados de los maestros y las maestras que voluntariamente aceptaron participar en esta etapa del proyecto. Se hicieron en sesiones de ochenta minutos, en total se realizaron cuarenta observaciones y en general hubo mucha colaboración de parte de los maestros y las maestras que aceptaron ser observados. Solo se presentaron dos casos de maestras que durante la observación limitaron la actividad de aula a solicitar a los niños que en forma individual resolvieran ejercicios de determinadas páginas del libro de texto, por lo que estas dos observaciones no aportaron elementos a considerar en la elaboración del material didáctico producto de este proyecto de investigación.

En una de las escuelas que habían participado en los talleres iniciales del proyecto hubo cambio de dirección y la persona que asumió este cargo no permitió la participación de los maestros y las maestras en esta etapa de observación de aula. Posteriormente, en la etapa final del proyecto cuando se ejecutaron los talleres de capacitación en Geometría, había regresado a la escuela la misma persona que estaba en la dirección al inicio del proyecto, ella ofreció todas las facilidades para que sus maestros y maestras pudieran participar en esta etapa de capacitación en Geometría e inclusive ella misma también participó.

Inicialmente se había definido realizar el proyecto en cinco escuelas de la provincia de San José, pero en esta etapa de observación en el aula se incorporaron voluntariamente maestros de siete escuelas de la comunidad de San Rafael de Poás de Alajuela.

6. Entrevistas para profundizar en los resultados obtenidos por la aplicación del cuestionario y la observación de aula.

La realización de entrevistas tuvo como propósito profundizar en las respuestas dadas al cuestionario de tipo exploratorio aplicado en una primera etapa del proyecto. Dificultades para identificar a los maestros y las maestras que habían dado las respuestas más significativas para los propósitos de esta investigación, así como la movilidad entre instituciones que viven los maestros y las maestras de un año lectivo a otro, limitó la realización de estas entrevistas, pudiendo realizarse solo siete entrevistas. En su lugar se aumentó el número de observaciones de aula y se realizaron reuniones de carácter informal con maestros y maestras que habían participado en las observaciones de aula, para retroalimentarlos en relación con esta observación.

Como una alternativa para solventar este problema y en atención a la similitud en las debilidades en relación con los conceptos geométricos encontradas como resultado de la aplicación del cuestionario a maestros y maestras que imparten lecciones en escuela primaria y a estudiantes que están ingresando al curso de Matemática en Educación Primaria II, se concentró la realización de las entrevistas en los estudiantes de este último curso del cual era profesora la investigadora principal de este proyecto, lo que facilitó a esta docente realizar desde el inicio de su investigación la integración docencia investigación, ya que la investigación le permitió profundizar sobre las formas de pensamiento y conceptos construidos por sus estudiantes, aportándole además elementos teóricos para el mejoramiento de su curso.

7. Elaboración de material didáctico para procesos de formación continua y capacitación en Geometría de maestros y maestras de escuela primaria.

La elaboración del material didáctico partió del supuesto de que los maestros, las maestras y los estudiantes que se están preparando para su ejercicio profesional en la enseñanza aprendizaje de la Matemática en la escuela primaria, han construido sus propios conceptos geométricos durante sus años de escolaridad en la educación primaria y secundaria, razón por la que este material no pretende ser un libro que aborde todos los contenidos programáticos incluidos en los programas para la enseñanza de la Geometría en el primero y segundo ciclos, sino que atiende los tópicos que fueron abordados en el proyecto de investigación y tiene como propósito aportar elementos teóricos y prácticos que puedan contribuir a superar las debilidades encontradas.

La investigación que sustenta la construcción de este material didáctico, parte del supuesto de una concepción de la Matemática como una actividad de construcción de relaciones y patrones mediante la experimentación, el cuestionamiento, la reflexión, el descubrimiento, la invención y la discusión que se fomenta mediante un aprendizaje cooperativo en el que por medio de la interacción con otras personas se facilita la construcción de los propios significados, razón por la que se recomienda abordar las diferentes actividades que se proponen en grupos cooperativos de estudio. Sin embargo, conscientes de la realidad de los maestros y las maestras, según la cual en ocasiones estos no cuentan con oportunidades para participar en estos grupos cooperativos de estudio ni en procesos sistematizados de formación continua para su ejercicio profesional, se diseñaron las actividades de manera que también puedan ser realizadas en forma individual.

El material didáctico se diseñó para apoyar procesos de formación universitaria de los futuros docentes de escuela primaria y procesos de formación continua y de capacitación de maestros y maestras en ejercicio, razón por la que se dirige al docente de escuela primaria y al estudiante universitario de la carrera de enseñanza primaria, para fortalecer su formación matemática en el área de Geometría, no a los niños y niñas de escuela primaria. Parte del principio de que el mejoramiento en la formación académica de los maestros y las maestras, repercutirá en el mejoramiento de su desempeño docente y en el caso que nos ocupa, en su función como facilitadores de la construcción de significados, en el proceso de enseñanza aprendizaje de la Geometría en la escuela primaria.

El material didáctico se estructuró en los cinco módulos siguientes:

- Construcciones geométricas básicas.
- Análisis de los paralelogramos a partir de su construcción.
- Relaciones entre paralelogramos.
- Relaciones de congruencia y semejanza.
- Áreas.

8. Talleres con maestros y maestras de escuela primaria para validar el material el material didáctico construido para procesos de formación y capacitación en Geometría de maestros de escuela primaria.

Los talleres en sí mismos se convirtieron en un medio de investigación por las manifestaciones que hicieran los maestros y las maestras sobre las debilidades que ellos mismos descubrieron que tenían conforme iban trabajando con el material didáctico y por los hallazgos que manifestaron cuando se dieron nuevos aprendizajes. De esta manera los talleres superaron los propósitos originales de:

- Validar el material didáctico con maestros y maestras de las escuelas que habían participado en las diferentes etapas del proyecto, para conocer sobre aspectos relacionados con la pertinencia de los contenidos y de la metodología de trabajo propuesta para el desarrollo de las diferentes actividades, así como la claridad en la redacción.

- Retribuir a las escuelas que voluntariamente habian participado en las diferentes etapas del proyecto, ofreciendo a sus maestros y maestras talleres de capacitación en Geometría, dirigidos a superar las debilidades en su formación en Geometría detectadas durante el proceso de investigación.

Se realizaron nueve talleres, cada uno con una duración de cuatro horas. Participaron tres escuelas de San José en las que se realizaron dos talleres en cada una, en otra escuela de San José se realizó un primer taller y por solicitud de la dirección el segundo taller se trasladó para el segundo semestre. En una escuela de San Rafael de Poás de Alajuela se realizaron dos talleres en los que participaron maestros y maestras provenientes de escuelas del mismo circuito escolar. En total participaron en estos talleres sesenta y un maestros y maestras.

Se validaron en estos talleres actividades del libro *"Formación de conceptos geométricos en maestros y maestras de escuela primaria"*, Material Didáctico y CD basado en el programa Geometría Dinámica, para el análisis de relaciones entre poligonos, construido como parte de material didáctico.

Un primera validación del material didáctico se realizó durante el segundo ciclo lectivo del año 2003, cuando se usó como material del curso Matemática en la Educación Primaria II, curso que atiende la formación en Geometría de los estudiantes de la carrera de Bachillerato y Licenciatura en Educación Primaria y es impartido en la Escuela de Formación Docente de la Universidad de Costa Rica, por la investigadora principal de este proyecto de investigación.

9. Incorporación al material didáctico de cambios como consecuencia del proceso de validación seguido en los talleres.

Como resultado de los talleres se fortaleció el módulo de construcciones geométricas y el de áreas, esto porque las ejecuciones de los maestros y las maestras al usar los instrumentos geométricos durante los talleres y los problemas que se manifestaron en estos para el logro de la precisión en la construcción geométrica, evidenciaron la necesidad de planificar más actividades dirigidas a la construcción geométrica de manera que el maestro y la maestra al hacer uso del material didáctico hiciera un recorrido desde los procesos más simples de construcciones geométricas.

En cuanto al módulo de áreas, fue necesario dirigirlo en una primera instancia a la construcción de significados para las fórmulas del área del triángulo, rectángulo, cuadrado, romboide, rombo y polígono regular de n lados, en respuesta a la necesidad manifestada por los maestros y las maestra de profundizar en los significados y procesos de construcción de estas fórmulas.

V ANÁLISIS DE LA INFORMACIÓN Y RESULTADOS

1. Cumplimiento de objetivos

Objetivo específico N° 1

Explorar en relación con los significados construidos por los maestros y las maestras para conceptos geométricos contenidos en los programas de Matemática de la escuela primaria.

Los medios utilizados para el abordaje de este objetivo son:

- Aplicación de un cuestionario tipo exploratorio sobre los significados para conceptos geométricos relacionados con polígonos, área, congruencia y semejanza.
- Observaciones de aula.
- Realización de entrevistas.
- Ejecuciones de los maestros y las maestras en los talleres de capacitación en Geometría.

En el aparte titulado " Procedimientos utilizados para la ejecución de las diferentes actividades", se informa como se realizaron las actividades relacionadas con estos cuatro medios de investigación.

Objetivo específico N° 2

Explorar en relación con los significados construidos por los estudiantes de los cursos de Matemática en Educación Primaria de la Escuela de Formación Docente, para conceptos geométricos contenidos en los programas de Matemática de la escuela primaria.

Los medios utilizados para el abordaje de este objetivo son:

- Aplicación de un cuestionario tipo exploratorio sobre los significados para conceptos geométricos relacionados con polígonos, área, congruencia y semejanza.
- Realización de entrevistas individuales.

En el aparte titulado " Procedimientos utilizados para la ejecución de las diferentes actividades", se informa como se realizaron las actividades relacionadas con estos dos medios de investigación.

Objetivo especifico N° 3

Elaborar material didáctico para facilitar la construcción de significados para conceptos geométricos en maestros y maestras de escuela primaria.

El abordaje de los objetivos N° 1 y N°2, aportó elementos teóricos y prácticos que orientaron la construcción de material didáctico de apoyo para los procesos de formación y capacitación de maestros y maestras de escuela primaria en el área de Geometria.

Con base en estos elementos teóricos y prácticos que aportó el proceso investigativo, se elaboraron:

- El libro *"Formación de conceptos geométricos en maestros y maestras de escuela primaria"*, Material Didáctico, el cual se dirige a la formación de conceptos geométricos relacionados con polígonos, congruencia, semejanza y áreas abordados en el proyecto de investigación. Este material se estructuró en los cinco módulos siguientes:
  1. Construcciones geométricas básicas.
  2. Análisis de los paralelogramos a partir de su construcción.
  3. Relaciones entre paralelogramos.
  4. Relaciones de congruencia y semejanza.
  5. Áreas.

- El CD basado en el programa Geometría Dinámica, el cual es un complemento del libro y tiene como propósito retroalimentar la construcción de relaciones en la formación en Geometría de los maestros y las maestras de escuela primaria.

Ambos materiales estarán a la disposición para ser usados en procesos de formación y capacitación en Geometría de maestros y maestras de escuela primaria.

2. Resultados obtenidos

En este aparte se presentan los resultados obtenidos por lo diferentes medios de investigación, utilizados para el abordaje de cada uno de los tres objetivos específicos que orientaron el proceso de investigación.

Objetivo específico N° 1

Explorar en relación con los significados construidos por los maestros y las maestras para conceptos geométricos contenidos en los programas de Matemática de la escuela primaria.

1. Aplicación de un cuestionario tipo exploratorio sobre los significados de los maestros y las maestras de escuela primaria para conceptos geométricos relacionados con polígonos, área, congruencia y semejanza.

A continuación se presentan los resultados de la aplicación del cuestionario a 72 maestros y maestras de escuela primaria, de acuerdo con las áreas objeto de investigación y las categorías de respuesta definidas a partir de este análisis.

1.1. En cuanto a las relaciones existentes entre polígonos

- 51 (70,83%) maestros y maestras no relacionan un rectángulo que tiene los cuatro lados de igual medida con un cuadrado y 64 (88,88%) no lo relacionan con un rombo.
- Sólo 37 (51,38%) maestros y maestras relacionan un cuadrilátero que tiene los cuatro ángulos internos rectos y los lados opuestos de igual medida con un rectángulo
- 51 (70,83%) maestros y maestras no relacionan un rombo que tiene las diagonales de igual medida con un cuadrado.
- Sólo 37 (51,38%) maestros y maestras relacionan un paralelogramo en el que las diagonales lo dividen en cuatro triángulos de igual área con un rombo y 62 (86,11%) no lo relacionan con un cuadrado.
- 68 (94,44%) maestros y maestras no relacionan un rectángulo que tiene las diagonales perpendiculares con un cuadrado y 65 (90,28%) no lo relacionan con un rombo.
- 42 (58,33%) maestros y maestras no relacionan un cuadrilátero que tiene solamente un par de lados opuestos con un trapecio.
- 51 (70,83%) maestros y maestras no relacionan un rombo que tiene los cuatro ángulos rectos con un cuadrado.
- 43 (59,72%) maestros y maestras no reconocen que todo cuadrado es un rectángulo.
- 50 (69,44%) maestros y maestras reconocen erróneamente que un rombo es un polígono regular.

Al trazar los diagramas de Venn sobre relaciones entre polígonos sólo un maestro acertó el diagrama en el que se solicitó relacionar polígonos, rombos, cuadriláteros, paralelogramos y cuadrados. Otro maestro acertó en la construcción del diagrama que relaciona polígonos, cuadriláteros, paralelogramos y trapecios.

El mayor número de aciertos se presentó en el diagrama que relaciona cuadriláteros, cuadrados, paralelogramos y rectángulos y entre los errores más comunes se presentó la inclusión de:

- polígonos en los paralelogramos,
- cuadriláteros en los paralelogramos,
- cuadriláteros en los rectángulos,
- cuadriláteros en los rombos,
- cuadriláteros en los trapecios,
- paralelogramos en los cuadrados,
- paralelogramos en los rectángulos,
- paralelogramos en los rombos,
- paralelogramos en los trapecios,
- rectángulos en los cuadrados,
- rombos en los cuadrados,
- trapecios en los paralelogramos.

1.2. En cuanto a la congruencia entre polígonos.

- Más de un 50% de los maestros y maestras reconocen la congruencia entre figuras de polígonos que se les presentaron.
- 42 (58,33%) maestros y maestras reconocen que dos triángulos que tienen sus lados correspondientes congruentes, tienen siempre congruentes sus ángulos correspondientes pero por el contrario 40 (55,55%) reconocen erróneamente que dos triángulos que tienen sus ángulos correspondientes congruentes siempre son congruentes.
- 52 (72,22%) maestros y maestras reconocen erróneamente que dos triángulos que tienen las bases congruentes y las alturas congruentes siempre son congruentes.

1.3. En cuanto a la semejanza entre polígonos.

- Más del 50% de los maestros y maestras señalan erróneamente como semejantes, poligonos que presentan una forma parecida, sin comprobar la proporcionalidad entre sus lados y la igualdad entre sus ángulos correspondientes.
- 49 (68,00%) maestros y maestras reconocen erróneamente que dos poligonos que tienen proporcionales sus lados correspondientes siempre son semejantes, sin considerar que además deben tener congruentes sus ángulos correspondientes.
- 48 (66,67%) maestros y maestras reconocen erróneamente que dos rectángulos siempre son semejantes entre sí.

1.4. En cuanto al cálculo del área .

En el cálculo del área de polígonos regulares o irregulares, convexos o cóncavos, dibujados sobre una cuadricula de un centímetro de distancia entre cada punto, en la mayoria de las ejecuciones no se acertó en el procedimiento seguido ni en la respuesta dada y se carece de estrategias para el cálculo de áreas de polígonos irregulares, destacándose las situaciones siguientes:

- Cálculo del área de un hexágono irregular por medio de la fórmula del área del hexágono regular.
- Asignar a la diagonal entre dos puntos de la cuadricula una distancia de un centímetro.
- Cálculo del perimetro y tomar este como medida de área.
- No poder aplicar la fórmula del área de un triángulo en un triángulo escaleno.
- Uso de fórmulas incorrectas.
- Respuestas incorrectas sin presentar procedimiento.
- Cálculo del área subdividiendo la figura de acuerdo con los puntos de la cuadrícula pero aportando una respuesta incorrecta.
- Cálculo del área subdividiendo la figura de acuerdo con los puntos de la cuadrícula pero calculando solo el área de los cuadrados que se forman y sin calcular el área de otras figuras que se formaron, como es el caso de los triángulos.
- Intento de cálculo del área subdividiendo la figura de acuerdo con los puntos de la cuadricula pero sin completar el procedimiento.

- Ausencia de procedimiento y respuesta ante el cálculo del área de un polígono irregular.
- Respuestas en unidades de longitud y no de área.
- Respuestas sin unidad de medida.

En el anexo N° 1 se presentan ejemplos de resolución de problemas de cálculo de área de polígonos irregulares por parte de los maestros y las maestras.

2. Observación en el aula sobre el abordaje de conceptos geométricos en el proceso de enseñanza aprendizaje de la Geometría en la escuela primaria.

En total se realizaron treinta y cinco observaciones a maestros y maestras que impartían lecciones en cuarto y quinto grados. Los resultados más relevantes de estas observaciones denotan la existencia de las siguientes debilidades, las cuales se analizan no por la frecuencia de su incidencia, sino por la repercusión que puedan tener estas en el proceso de enseñanza aprendizaje de la Geometría y por la atención de la que deben ser objeto en el material didáctico para formación y capacitación de maestros a construir como producto de este proyecto de investigación.

- Uso inadecuado de instrumentos geométricos en los procesos de construcción geométrica.
  En muchos casos los maestros y las maestras no contaban con un juego de instrumentos geométricos para uso de pizarra y en otros casos los tenían pero no sabían como usarlos. Por ejemplo, no se hacía uso de la escuadra para el trazo de ángulos rectos, sino que solo se usaba como regla para el trazo de los lados de los polígonos que se construían, en menor grado se hacía uso del transportador para el trazo y medición de ángulos y del compás como instrumento para la definición y conservación de distancias.

- Carencias de técnicas en los procesos de construcciones geométricas. Solo en tres casos se detectó el desarrollo de construcciones geométricas en las que se hacía referencia a una secuencia de pasos que definen el proceso de construcción de los diferentes polígonos. Específicamente llamaron la atención dos maestros y una maestra de cuarto grado por la rigurosidad en:
  - el uso de los instrumentos geométricos,
  - la secuencia de los pasos a seguir,
  - la medición de los ángulos,
    - o el uso del transportador y del compás.

Se observó en los niños de estos dos maestros y de esta maestra mucha seguridad en el uso de los instrumentos geométricos y se percibió que el proceso de construcción seguido les facilitó el análisis de las características en cuanto a los ángulos los lados de cada uno de los triángulos, ya que en los tres casos se trataba de un proceso de construcción de triángulos según la clasificación de sus ángulos y de sus lados.

- Problemas de precisión en la construcción geométrica.
  Construcciones de polígonos hechas en la pizarra por los maestros y las maestras en las que hubo ausencia de medición de ángulos y lados, inclusive en tres casos se hizo uso de la llamada construcción a "mano alzada", patrón que se repetía en las construcciones geométricas que hacían los niños.
  Destacan los casos siguientes:
  - Una maestra que al construir los ángulos recto, agudo y obtuso, no hizo uso de la medición de los ángulos, sino que a partir del ángulo recto definió el ángulo agudo como el más "cerradito" y el ángulo obtuso como el más "abierto", situación que causó confusión en los niños.
  - Una maestra que al dibujar en la pizarra un triángulo rectángulo lo trazo a mano alzada y como a simple vista de observaba que el ángulo señalado como recto no lo era, hizo la recomendación a sus niños y niñas de que ellos si lo dibujaran bien en sus cuadernos, pero de acuerdo con lo que se pudo constatar, la mayoría de los niños y niñas repitieron en sus cuadernos el mismo error que había cometido su maestra.
  - Una maestra que trazó un romboide sin medir sus ángulos, razón por la que no estuvo presente en este la igualdad en la medida de sus ángulos opuestos y cuando trató de usarlo para demostrar la razón del uso de la misma fórmula del rectángulo para el cálculo del área del romboide, causó confusión en sus niños, ya que al querer trasladar el triángulo que se forma al trazar la altura del romboide al otro extremo de la base del romboide, no logró su propósito de formar un rectángulo.

- Abordaje por separado del estudio de los diferentes polígonos, sin considerar las relaciones existentes entre estos.

Solo en un caso se observó a un maestro que desarrolló una actividad orientada al análisis de la relación existente entre el cuadrado y el rombo, para concluir que todo cuadrado es un rombo.

- Ausencia de análisis de las características de los polígonos, para una construcción de relaciones matemáticas.
  Con excepción del caso de un maestro que hizo uso del análisis de las características que tienen en común el cuadrado y el rombo para construir la relación cuadrado – rombo, a partir del caso del rombo en el que la medida de sus diagonales es la misma, no se observó un análisis de las características de los diferentes polígonos que pudiera facilitar la construcción de relaciones entre los diferentes polígonos. Predomina la definición de una diagonal mayor y una diagonal menor en la concepción del rombo, situación que limita la relación del cuadrado con el rombo y la

consideración del cuadrado como un rombo que tiene las diagonales de igual medida. Una situación similar se presenta en cuanto a la relación del cuadrado con el rectángulo por el predominio en su concepción de un lado de mayor longitud (largo) y otro lado de menor longitud (ancho), situación que limita la consideración del cuadrado como un rectángulo que tiene sus cuatro lados de igual medida.

- Distorsión del concepto de polígono regular refiriéndolo al polígono que tiene todos sus lados de igual medida, dejando de lado la condición de igualdad entre las medidas de sus ángulos.

- Distorsión del concepto de cuadrilátero regular, asumiendo como tal al rectángulo, rombo y romboide, además del cuadrado que si cumple con esta condición.

- En general se restringe el abordaje de los cuadriláteros al cuadrado, rectángulo, rombo y romboide y trapecio y poco al trapezoide.

- Distorsiones en el concepto de ángulo recto.
  Llamó la atención el caso de una maestra que insistentemente mencionaba en el desarrollo de su lección "solo hay ángulo recto cuando hay una horizontal y una vertical". Unido a esta situación, en otras observaciones de aula se encontró que los maestros acertadamente usaban ejemplos del entorno para ilustrar a sus niños el concepto de ángulo recto, pero todos estos correspondian a ángulos rectos formados por una horizontal y una vertical, como lo son el ángulo que se forma en el marco de la puerta, de la ventana, de la pizarra, lo que podria causar una distorsión del concepto de ángulo recto que lo asocie con una posición horizontal y vertical de sus lados.

- Uso de vocabulario inadecuado como:
  - "Rectángulos que tienen dos lados largos que son iguales y dos lados cortos que son iguales".
  - Ángulo de "amplitud o abertura grande" y "amplitud o abertura pequeña", para referirse al ángulo obtuso y al ángulo agudo.
  - Ángulo de "mayor amplitud" y "menor amplitud", para referirse al ángulo obtuso y al ángulo agudo a partir del ángulo recto.

- Distorsiones en el concepto de altura de los paralelogramos y de los triángulos, como seria la confusión de la altura del romboide con su lado inclinado y la confusión de la altura del triángulo con uno de sus lados.

- Distorsiones en el abordaje de conceptos geométricos relacionados con área y superficie.
  Uso indistinto de los términos área y superficie y lo mismo con las unidades de medida de longitud y de área.

- Manejo memoristico y automatizado de las fórmulas para el cálculo de áreas.

En general se observó la aplicación directa y mecanizada de las fórmulas para el cálculo de áreas, sin atender su significado, ni las relaciones existentes entre estas fórmulas.

- Carencias en el uso de estrategias para el cálculo de áreas de polígonos irregulares, cóncavos y convexos diferentes a los convencionales para los que se han definido fórmulas de cálculo.
  No se observó el cálculo del área de algún polígono diferente del triángulo, cuadrado, rectángulo, romboide, rombo, trapecio o polígono regular de n-lados.

- Predominio de la presentación de los diferentes polígonos en las posiciones convencionales.
  Por ejemplo, la presentación del rombo con sus diagonales en posición vertical y horizontal, el cuadrado y el rectángulo con uno de sus lados sobre una horizontal, el trapecio con su base mayor sobre una horizontal, el triángulo también con uno de sus lados sobre una horizontal. Lo mismo el ángulo recto en el que predomina la posición de los rayos que lo forman sobre una horizontal y una vertical, incluso destaca la definición dada por una maestra que pedía repetir a sus niños "solo hay ángulo recto cuando hay una horizontal y una vertical".
  Consecuencia de esta tendencia se presentó un caso de identificación de los ángulos internos de un rectángulo dado como ángulos rectos porque "tienen una línea horizontal y una vertical".
  Solo en el caso de una maestra de cuarto grado se observó el uso de posiciones diferentes a las tradicionales, como es el caso de la colocación del trapecio isósceles colocado sobre la base menor y el rombo con la diagonal de mayor medida en posición horizontal.

- Uso inadecuado de términos.
  Por ejemplo, el uso indistinto de los términos líneas y rectas para referirse a los lados del polígono, sin relacionarlos con segmentos. Lo mismo con la ausencia del término rayo para identificar los lados del ángulo.
  En contraste con esta deficiencia, destaca el caso de un maestro de cuarto grado que estudia para profesor de Matemática de segunda enseñanza, por el formalismo en el uso de términos como recta, segmento, punto, plano, rectas paralelas, rectas perpendiculares, términos que se observó que eran de uso común para los niños y para los que estos habían construido un significado.

- Dependencia del geoplano como instrumento de construcción, lo que elimina la riqueza de la construcción geométrica.

- Uso del tangrama sin explotarlo para el análisis de las relaciones existentes entre la figuras que lo conforman y las figuras que se pueden construir con este.

- No aprovechamiento del error por parte del niño o de la niña, para conocer en relación con el concepto que este ha construido.

- En relación con el proceso de enseñanza aprendizaje de la Geometría, en las observaciones realizadas predominó el trabajo individual de los niños y las niñas, comparten poco su trabajo y sus aprendizajes. Se dan pocos espacios para la reflexión y la construcción conjunta del conocimiento, en general los maestros y las maestras corrigen el trabajo realizado por los niños y las niñas pero no los orientan al análisis de sus respuestas, ni aprovechan el error como fuente de conocimiento sobre el pensamiento de los niños y las niñas.

3. Entrevistas para profundizar en los resultados obtenidos por la aplicación del cuestionario y las observaciones de aula.

Se realizaron entrevistas individuales de corte didáctico en las que además de profundizar en las formas de pensamiento, estas entrevistas se propusieron facilitar la construcción de conceptos por parte de los mismos entrevistados.

Se realizaron siete entrevistas, destacándose entre los elementos más relevantes abordados en estas :

- **Maestro Julián**

Su ejecución durante la entrevista aporta elementos que permiten deducir que este había asociado el concepto de triángulo acutángulo solo con el triángulo acutángulo en el que los tres ángulos agudos miden 60°.

Al final de la entrevista concluye que la característica del triángulo acutángulo es que los tres ángulos sean agudos pero no necesariamente de igual medida.

- **Maestro Jorge**

La ejecución del maestro durante la entrevista aporta elementos que permiten deducir que este había asociado el concepto de triángulo rectángulo solo con el triángulo rectángulo en el que los dos ángulos agudos miden 45°.

Al final de la entrevista concluye "cuando enseñé el triángulo rectángulo me limité al isósceles y no necesariamente el triángulo rectángulo es isósceles, también puede ser escaleno.

- **Maestra Camila (primer entrevista)**

La ejecución de la maestra durante la entrevista aporta elementos que permiten deducir que esta había asociado el concepto de ángulo recto con el ángulo formado por una vertical y una horizontal, había construido un concepto de rombo en el que necesariamente debe haber una diagonal mayor y una diagonal menor, situación que interfería en la construcción de la relación existente entre el rombo y el cuadrado.

- **Maestra Camila (segunda entrevista)**

La ejecución de la maestra durante la entrevista aporta elementos que permiten deducir que esta habia construido un concepto de rectángulo en el que necesariamente los lados opuestos deben ser de diferente medida, situación que interfería en la construcción de la relación rectángulo – cuadrado.

En esta segunda entrevista cuando cambia el rectángulo que había trazado en el que colocó uno de sus lados en posición horizontal, por un rectángulo en el que los lados que forman el ángulo recto no están en posición vertical y horizontal, se percibe un rompimiento con las formas tradicionales de colocar el rectángulo, el cual es producto de la construcción de ángulo recto que había hecho en la entrevista anterior, en la que se desligó de la percepción que ella tenia de que el ángulo recto necesariamente debe estar formado por una vertical y una horizontal.

Al final de la entrevista concluye "un cuadrado es un rectángulo porque cumple con las caracteristicas del rectángulo, pero no todo rectángulo cumple con las caracteristicas del cuadrado, lo es cuando los cuatro lados opuestos tienen la misma medida".

- **Maestra Alba**

La ejecución de la maestra durante la entrevista aporta elementos que permiten deducir que esta presenta deficiencias en la construcción de relaciones entre poligonos, en esta caso especifico no reconoce el cuadrado como un rombo y no ha construido la relación existente entre cuadrados y rombos.

Además la maestra presenta una distorsión en la construcción del concepto de:

- Rombo por cuanto solo reconoce como tal el rombo que presenta una diagonal mayor y una diagonal menor al que ella llama "rombo definido", en este sentido afirma que el cuadrado puede llegar a ser un rombo solo si se jala de sus esquinas.

- Cuadrado por cuanto menciona que un rombo cuyas diagonales miden 4cm y 2cm puede ser un cuadrado aunque tenga ángulos agudos porque cumple con tener los lados iguales. En este sentido solo considera la congruencia entre los lados y no considera que los ángulos deben ser rectos.

- **Maestra Alfonsina**

La ejecución de la maestra durante la entrevista aporta elementos que permiten deducir que esta presenta deficiencias en la construcción de relaciones entre poligonos; no reconoce el cuadrado como un rectángulo y no ha construido la relación existente entre cuadrados y rectángulos.

Además la maestra presenta una distorsión en la construcción del concepto de rectángulo al considerar que este necesariamente debe tener "dos lados largos y dos lados cortos".

- **Maestra Zayda**

Después de construir la relación entre rectángulos y cuadrados se retoma el concepto de polígonos regulares porque en la observación de aula que previamente se hizo la maestra no consideró la congruencia entre los ángulos y solo hizo mención a "la igualdad entre los lados".

La transcripción de estas entrevistas se presenta en el ANEXO N°2.

Es necesario explicar que los nombres usados son ficticios y no corresponden a los nombres de los maestros y maestras entrevistados.

4. **Talleres con maestros y maestras de escuela primaria para validar el material construido para la enseñanza aprendizaje de la Geometría y ofrecerles capacitación sobre este tópico.**

Loa talleres se caracterizaron por la generación de ambientes participativos de trabajo en los que muchos de los maestros y las maestras en una forma espontánea manifestaron debilidades de su formación en Geometria conforme iban construyendo su conocimiento, situación que hizo que los talleres en si mismos constituyeran un medio de investigación que confirmó los resultados obtenidos en etapas anteriores del proceso investigativo.

A continuación se presentan algunas debilidades señaladas por maestros y maestras durante los talleres, las cuales fueron comunes en la mayoria de los talleres.

- No saben cuál es la función del uso de la escuadra en un proceso de construcción geométrica.
- Nunca han usado el compás como instrumento de medición , ni para trazar perpendiculares o bisecar un segmento.
- No saben usar el transportador para medir ángulos.
- Reconocen no contar con un juego de instrumentos geométricos para uso de pizarra.
- Reconocen el poco uso de la construcción geométrica cuando imparten clases de Geometría a sus estudiantes.
- No saben como trazar paralelas y perpendiculares utilizando los instrumentos geométricos.

- No tienen estrategias para realizar construcciones básicas como triángulos según la medida de sus ángulos.
- Reconocen las perpendiculares solo cuando las rectas o los segmentos que las forman están en posición vertical y horizontal.
- No saben trazar la altura de un triángulo en el caso que esta se ubica fuera del interior del triángulo sobre la prolongación de uno de sus lados.
- No saben cómo calcular áreas de polígonos diferentes del triángulo, cuadrado, rectángulo, romboide, rombo, trapecio o polígono regular de n lados.
- No tienen claro el por qué de las fórmulas para el cálculo del área del triángulo, cuadrado, rectángulo, romboide, rombo, trapecio o polígono regular de n lados.
- No saben lo que significa bisecar un segmento o un ángulo.
- No pueden responder cuáles cuadriláteros no son paralelogramos.
- No reconocen el rombo como un paralelogramo.
- Tienen la idea de que en un rombo siempre debe haber una diagonal mayor y una diagonal menor.
- Tienen la idea de que en un rectángulo siempre debe haber un lado de mayor longitud llamado largo y un lado de menor longitud llamado ancho.
- No habían relacionado que todo cuadrado es un rectángulo.
- No habían relacionado que todo cuadrado es un rombo.
- No tienen claridad en cuanto al concepto de polígono regular de cuatro lados, asociando a este el rectángulo, el romboide y el rombo, además del cuadrado que si lo es.

Objetivo específico N° 2

Explorar en relación con los significados construidos por los estudiantes de los cursos de Matemática en Educación Primaria de la Escuela de Formación Docente, para conceptos geométricos contenidos en los programas de Matemática de la escuela primaria.

1. Aplicación de un cuestionario tipo exploratorio sobre los significados para conceptos geométricos relacionados con polígonos, área, congruencia y semejanza.

A continuación se presentan los resultados de la aplicación del cuestionario a treinta y cuatro estudiantes del curso FD-0501 Matemática en Educación Primaria II, de la carrera de Bachillerato y Licenciatura en Educación Primaria de la Escuela de Formación Docente, Facultad de Educación de la Universidad de Costa Rica.

Este curso es de Geometría y el cuestionario se aplicó al inicio del curso para valorar los conocimientos que tenías estos estudiantes a su ingreso al curso.

1.1. En cuanto a las relaciones existentes entre polígonos

- 18 (52.94%) estudiantes no relacionan un polígono regular de cuatro lados con un cuadrado.

- 24 (70.59%) estudiantes no relacionan un rectángulo que tiene los cuatro lados de igual medida con un cuadrado y 31 (91.18%) no lo relacionan con un rombo.

- Más del 75% de los estudiantes no relacionan un cuadrilátero que tiene los lados opuestos de igual medida con un cuadrado, rectángulo, rombo, romboide o paralelogramo.

- 26 (76.47%) estudiantes no relacionan un rombo que tiene las diagonales de igual medida con un cuadrado.

- 31 (91.18%) estudiantes no relacionan un paralelogramo en el que las diagonales lo dividen en cuatro triángulos de igual área con un cuadrado y solo 19 (55.88%) lo relacionan con un rombo.

- 30 (88.23%) estudiantes no relacionan un rectángulo que tiene las diagonales perpendiculares con un cuadrado y 26 (76.47%) no lo relacionan con un rombo.

- 19 (55.88%) estudiantes no relacionan un paralelogramo equilátero y equiángulo con un cuadrado.

- 19 (55.88%) estudiantes no relacionan un rombo que tiene los cuatro ángulos rectos con un cuadrado.

Al trazar los diagramas de Venn sobre relaciones entre polígonos, los estudiantes tuvieron ejecuciones con desaciertos muy similares a los presentados por los maestros y las maestras, los cuales se presentan en el análisis de los resultados de la aplicación del cuestionario a estos profesionales.

1.2. En cuanto a la congruencia entre polígonos.

- Más del 50% de los estudiantes acertó cuando se le solicitó analizar el dibujo de polígonos congruentes, pero acertaron en menos porcentaje cuando se les presentaron para su análisis enunciados sobre congruencia entre polígonos.
- 29 (85.29%) estudiantes reconocen erróneamente que dos triángulos que tienen las bases congruentes y las alturas congruentes siempre son congruentes.

- 18 (52.94%) estudiantes reconocen erróneamente que dos triángulos que tienen sus ángulos correspondientes congruentes siempre son congruentes, sin considerar además la condición de congruencia entre los lados correspondientes.

1.3. En cuanto a la semejanza entre polígonos.

- Más del 50% de los estudiantes señalan erróneamente como semejantes polígonos que presentan una forma parecida, sin comprobar la proporcionalidad entre sus lados y la igualdad entre sus ángulos correspondientes.
- 24 (70.59%) estudiantes reconocen erróneamente que dos polígonos que tienen proporcionales sus lados correspondientes siempre son semejantes, sin considerar además la condición de congruencia entre los ángulos correspondientes.

1.4 En cuanto al cálculo de áreas.

En el cálculo de áreas de polígonos regulares o irregulares, convexos o cóncavos, dibujados sobre una cuadricula de un centímetro de distancia entre cada punto, sólo 8 (23.53%) estudiantes aportaron respuestas acertadas cuando se les aplicó el cuestionario tipo exploratorio al inicio del curso de Geometría que reciben como parte de su formación matemática para maestros y maestras de escuela primaria. .

Al ejecutar los diferentes ejercicios de cálculo de áreas, los estudiantes en su mayoría explicaron no poder hacerlos porque no se acordaban de las fórmulas o no las habían estudiado en el colegio. Afirmaciones que podrían estar refiriendo a una dependencia de la aplicación de fórmulas para el cálculo de las áreas de los polígonos unida a una concepción de que para cada polígono debe existir una fórmula para el cálculo de su área.

En el anexo N° 4 se presentan ejemplos de resolución de problemas de cálculo de área de polígonos irregulares por parte de estudiantes conforme avanzaban en el curso de Geometría.

2. Entrevistas de los estudiantes

El seguimiento de los estudiantes durante el desarrollo del curso generó procesos de entrevistas individuales de corte didáctico en las que además de profundizar en las formas de pensamiento, estas entrevistas se propusieron facilitar la construcción de conceptos por parte de los mismos entrevistados.

Se realizaron doce entrevistas, destacándose entre los elementos más relevantes abordados en estas :

- Reconocer erróneamente como condición suficiente para ser un cuadrado, el hecho de que un paralelogramo tenga los ángulos rectos.
- Reconocer erróneamente como condición suficiente para ser un cuadrado, el hecho de que un paralelogramo tenga las diagonales perpendiculares.
- Reconocer erróneamente como condición suficiente para ser un rombo, el hecho de que un cuadrilátero tenga sus dos pares de lados opuestos paralelos.
- No reconocer que un rectángulo que tiene las diagonales perpendiculares es un cuadrado y un rombo.
- No reconocer que un rombo que tiene las diagonales de igual medida es un cuadrado.
- No reconocer que un rectángulo en el que las diagonales lo dividen en cuatro triángulos rectángulos congruentes es un rombo.
- Reconocer erróneamente como condición suficiente para ser un cuadrado, el hecho de que un paralelogramo tenga sus diagonales perpendiculares.
- No reconocer como un rombo a un rectángulo que tiene las diagonales perpendiculares.
- No reconocer como un rombo a un paralelogramo en el que las diagonales lo dividen en cuatro triángulos rectángulos congruentes.
- No reconocer como un rombo a un cuadrilátero que tiene sus cuatro lados de igual medida y sus diagonales perpendiculares.
- No reconocer como un rombo a un paralelogramo que tiene los cuatro lados de igual medida.
- No reconocer como un cuadrado ni como un rombo a un rectángulo que tiene las diagonales perpendiculares.

Entre las conclusiones señaladas por los diferentes estudiantes durante las entrevistas es importante destacar :

- La aclaración en relación con el concepto de rectas perpendiculares porque según mencionó la estudiante "no me acordaba que formaban un ángulo de 90°" y explicó que esta situación la afectó para reconocer relaciones entre rectángulos, rombos y cuadrados.

- La confusión respecto al concepto de rectas perpendiculares porque la estudiante consideraba que una condición de las rectas perpendiculares es que una debía estar en posición horizontal y la otra en posición vertical y explicó que esta situación la afectó para reconocer relaciones entre rectángulos, rombos y cuadrados.

- La creencia de que un cuadrilátero en el que las diagonales son perpendiculares pero no se bisecan podía ser un rombo, o sea que no había visualizado como una característica del rombo el hecho de que las diagonales se bisecan. Esto interfirió para no reconocer como un rombo a:

  - un paralelogramo en el que las diagonales lo dividen en cuatro triángulos rectángulos congruentes,
  - un rectángulo que tiene las diagonales perpendiculares,
  - un cuadrilátero que tiene sus cuatro lados de igual medida y sus diagonales perpendiculares,
  - un paralelogramo que tiene los cuatro lados de igual medida es un rombo.

- Considerar que un cuadrado puede ser un rombo solo "si lo vemos torcidito", refiriéndose a una posición en que una de las diagonales está en posición horizontal y la otra vertical, situación que afectó la construcción de la relación cuadrado - rombo. Al final de la entrevista la estudiante menciona "mi duda era que el cuadrado tuviera las diagonales perpendiculares porque no las veía perpendiculares por no voltearlas para ver una horizontal y una vertical" y explica que "ahora si ve esas diagonales como perpendiculares porque forman un ángulo recto, sin importar que no sean perpendiculares y horizontales".

- La identificación de un romboide cualquiera como un rombo, lo que afectó para visualizar la perpendicularidad de las diagonales del rombo.

- La aclaración de que la condición de "paralelogramo que tiene las diagonales perpendiculares" no es suficiente para definir un cuadrado por cuanto los rombos que no tienen las diagonales congruentes también cumplen con esta condición y no son cuadrados.

- La creencia de que las diagonales de un cuadrilátero son perpendiculares cuando se unen en el medio lo que afectó la construcción de la relación rectángulo – rombo.

A continuación se presentan diferentes casos, en los que se expone el motivo por el que el estudiante fue objeto de entrevista.

Estudiante 1

Esta estudiante se seleccionó para ser objeto de entrevista porque en su examen del curso de Geometria presentó deficiencias en la relación rombo – cuadrado y rectángulo – cuadrado. En su ejecución en el examen es importante destacar que:

- Reconoció erróneamente como condición suficiente para ser un cuadrado, el hecho de que un paralelogramo tenga los ángulos rectos.
- Reconoció erróneamente como condición suficiente para ser un cuadrado, el hecho de que un paralelogramo tenga las diagonales perpendiculares.
- Reconoció erróneamente como condición suficiente para ser un rombo, el hecho de que un cuadrilátero tenga sus dos pares de lados opuestos paralelos.
- No reconoció que un rectángulo que tiene las diagonales perpendiculares es un cuadrado y un rombo.

Al final de la entrevista la estudiante señala que se le ha clarificado el concepto de rectas perpendiculares porque ella "no se acordaba que formaban un ángulo de 90°" y explicó que esta situación la afectó para reconocer relaciones entre rectángulos, rombos y cuadrados.

Estudiante 2

Esta estudiante se seleccionó para ser objeto de entrevista porque en su examen del curso de Geometría presentó deficiencias en la relación cuadrilátero – paralelogramo, rombo – cuadrado y rectángulo – cuadrado. En su ejecución en el examen es importante destacar que:

- No reconoció que un rectángulo que tiene las diagonales perpendiculares es un cuadrado y un rombo.
- No reconoció que un rombo que tiene las diagonales de igual medida es un cuadrado.
- No reconoció que un rectángulo en el que las diagonales lo dividen en cuatro triángulos rectángulos congruentes es un rombo.
- No reconoció que un cuadrilátero que tiene sus cuatro lados de igual medida y sus diagonales perpendiculares es un rombo.
- No reconoció que un paralelogramo que tiene sus cuatro lados de igual medida es un rombo.

Al final de la entrevista la estudiante señala que se le ha clarificado el concepto de rectas perpendiculares porque ella consideraba que una condición de las rectas perpendiculares es que una debia estar en posición horizontal y la otra en posición vertical y explicó que esta situación la afectó para reconocer relaciones entre rectángulos, rombos y cuadrados.

Estudiante 3

Esta estudiante se seleccionó para ser objeto de entrevista porque en su examen del curso de Geometría presentó deficiencias en la relación rombo – cuadrado y rectángulo – cuadrado. En su ejecución en el examen es importante destacar que:

- Reconoció erróneamente como condición suficiente para ser un cuadrado, el hecho de que un paralelogramo tenga las diagonales perpendiculares.
- Reconoció erróneamente como condición suficiente para ser un rombo, el hecho de que un cuadrilátero tenga sus dos pares de lados opuestos paralelos.
- No reconoció como un cuadrado ni como un rombo a un rectángulo que tiene las diagonales perpendiculares.
- No reconoció como un rombo a un paralelogramo en el que las diagonales lo dividen en cuatro triángulos rectángulos congruentes.
- No reconoció como un rombo a un cuadrilátero que tiene sus cuatro lados de igual medida y sus diagonales perpendiculares.
- No reconoció como un rombo a un paralelogramo que tiene los cuatro lados de igual medida.

En su entrevista la estudiante señala que su confusión entre romboide y rombo la llevó a no visualizar la perpendicularidad de las diagonales del rombo porque ella trazaba estas en el romboide.

Estudiante 4

Esta estudiante se seleccionó para ser objeto de entrevista porque en su examen del curso de Geometría presentó deficiencias en la relación rombo – cuadrado – rectángulo. En su ejecución en el examen es importante destacar que:

- Reconoció erróneamente como condición suficiente para ser un cuadrado, el hecho de que un paralelogramo tenga las diagonales perpendiculares.
- Reconoció erróneamente como condición suficiente para ser un cuadrado, el hecho de que un paralelogramo tenga sus diagonales perpendiculares

- No reconoció como un rombo a un rectángulo que tiene las diagonales perpendiculares.

- No reconoció como un rombo a un paralelogramo en el que las diagonales lo dividen en cuatro triángulos rectángulos congruentes.

- No reconoció como un rombo a un cuadrilátero que tiene sus cuatro lados de igual medida y sus diagonales perpendiculares.

- No reconoció como un rombo a un paralelogramo que tiene los cuatro lados de igual medida.

Al concluir su entrevista la estudiante explica sobre su confusión al creer que un cuadrilátero como el denominado por (a) en el que las diagonales son perpendiculares pero no se bisecan podía ser un rombo, o sea que no había visualizado como una característica del rombo el hecho de que las diagonales se bisecan. Esto interfirió para:

1) No reconocer como un rombo
- un paralelogramo en el que las diagonales lo dividen en cuatro triángulos rectángulos congruentes,
- un rectángulo que tiene las diagonales perpendiculares,
- un cuadrilátero que tiene sus cuatro lados de igual medida y sus diagonales perpendiculares.
- un paralelogramo que tiene los cuatro lados de igual medida es un rombo.

2)Afirmar que el rombo "puede tener la medida de sus lados o ángulos no congruentes"

<u>**Estudiante 5**</u>

Esta estudiante se seleccionó para ser objeto de entrevista porque en su examen del curso de Geometría presentó deficiencias en el manejo de las relaciones matemáticas entre paralelogramos. En su ejecución en el examen es importante destacar que:

- Reconoció erróneamente como condición suficiente para ser un cuadrado, el hecho de que un paralelogramo tenga los ángulos rectos.

- Reconoció erróneamente como condición suficiente para ser un cuadrado, el hecho de que un paralelogramo tenga las diagonales perpendiculares

- Reconoció erróneamente como condición suficiente para ser un rombo, el hecho de que un cuadrilátero tenga sus dos pares de lados opuestos paralelos.

- No reconoció como un cuadrado ni como un rombo a un rectángulo que tiene las diagonales perpendiculares.

- No reconoció como un rombo a un paralelogramo en el que las diagonales lo dividen en cuatro triángulos rectángulos congruentes.

- No reconoció como un rombo a un cuadrilátero que tiene sus cuatro lados de igual medida y sus diagonales perpendiculares.

Al final de su entrevista el estudiante percibe su confusión en cuanto a las relaciones rectángulo – rombo – cuadrado.

Objetivo específico N° 3

Elaborar material didáctico para facilitar la construcción de significados para conceptos geométricos en maestros de escuela primaria.

Producto del proyecto de investigación se construyó:

- El libro *"Formación de conceptos geométricos en maestros de escuela primaria. Material Didáctico.*

- El CD sobre el uso de geometria dinámica en la construcción de relaciones entre polígonos.

Los supuestos teóricos y prácticos que orientan el material, parten de los resultados obtenidos en relación con los objetivos N° 1 y N° 2, los cuales aportaron elementos que permiten proponer los supuestos teóricos siguientes, orientadores de los procesos de formación y capacitación en Geometria de los maestros y las maestras de escuela primaria:

- La abstracción del conocimiento geométrico requiere la participación del aprendiz en niveles más elementales del ciclo de aprendizaje de la Geometria como lo son la medición y la construcción geométrica.

- La precisión en la construcción geométrica, facilita la formación de conceptos a partir del análisis de las características de los polígonos referidas a sus lados, sus ángulos, sus alturas, sus diagonales, su perimetro o su área.

- La flexibilización de la construcción geométrica que promueva el uso de diferentes posiciones al construir las figuras geométricas, permite visualizar sus características independientemente de su posición, facilita la ruptura de esquemas rígidos de posiciones y la abstracción del conocimiento geométrico.

- La formación de un concepto geométrico parte de la base empírica que aporta la construcción geométrica, para llegar a la abstracción por medio de la exploración y el análisis.

- La orientación de la enseñanza aprendizaje de la Geometría a la construcción geométrica, la transformación y la comparación, promueve la construcción de relaciones geométricas.
- El descubrimiento de patrones a través de la construcción geométrica, genera la construcción de relaciones geométricas.
- El uso de la transformación en la enseñanza aprendizaje de la Geometría, facilita la construcción de relaciones entre los diferentes polígonos.
- El análisis de la relaciones de pertenencia a los diferentes conjuntos de polígonos, facilita la construcción de relaciones entre los polígonos.

Estos supuestos teóricos propuestos por el proyecto, permiten valorar la construcción geométrica como un medio para el desarrollo del pensamiento geométrico en un proceso en el que el maestro y la maestra a partir de **sus propias construcciones geométricas:**

1. Explora y plantea conjeturas.
2. Analiza para encontrar y descubrir propiedades.
3. Descubre patrones a través de la comparación.
4. Determina relaciones matemáticas a partir de los patrones.
5. Generaliza.

El libro *"Formación de conceptos geométricos en maestros de escuela primaria. Material Didáctico,* atiende los conceptos geométricos relacionados con polígonos, congruencia, semejanza y áreas abordados en el proyecto de investigación y se estructura en los cinco módulos siguientes:

1. Construcciones geométricas básicas.
2. Análisis de los paralelogramos a partir de su construcción.
3. Construcción de relaciones entre polígonos.
4. Relaciones de congruencia y semejanza.
5. Áreas.

El primer módulo tiene como propósito desarrollar destrezas en construcciones que son básicas para el proceso de enseñanza aprendizaje de la Geometría en la escuela primaria, a la vez que hace uso de la construcción geométrica como un medio para la construcción de conceptos y relaciones geométricas. Inicialmente la construcción geométrica no se había considerado objeto de investigación, pero los resultados de las observaciones de aula pusieron de manifiesto carencias en las destrezas de los maestros y las maestras para el uso de instrumentos geométricos y la precisión en la construcción geométrica, razón por la que con base en los resultados de la investigación, se consideró la necesidad de fortalecer esta área.

El segundo módulo hace uso de la transformación en la construcción geométrica para el análisis de los diferentes paralelogramos, a partir de las características comunes que presentan los diferentes polígonos y las características que los diferencian.

El tercer módulo se dirige a la construcción de relaciones geométricas entre polígonos. Parte del hecho de que los diferentes polígonos pueden definirse de diversas formas, siendo algunas de estas muy detalladas en la mención de todas las características de sus lados y de sus ángulos, definiciones estas que son conocidas por los maestros de escuela primaria. Sin dejar de lado estas definiciones, por medio de la construcción geométrica, pretende facilitar el abordaje de las definiciones de los diferentes polígonos, a partir de las características comunes que relacionan a los diferentes conjuntos de polígonos y en una secuencia que considera cada polígono en su relación con el conjunto de polígonos que lo incluye.

El cuarto módulo inicia con el abordaje de los conceptos de congruencia entre segmentos, congruencia entre ángulos y proporcionalidad entre medidas de segmentos, los cuales no se habían considerado en el proyecto de investigación, pero el análisis de las carencias encontradas en relación con estos conceptos, definió la necesidad de hacer un abordaje previo de estos, antes de incursionar en la construcción de relaciones de congruencia y semejanza entre polígonos. En este tercer módulo, sin hacer uso de la demostración geométrica sino que en una forma intuitiva, por medio de la construcción geométrica, se incursiona en relaciones de congruencia y semejanza entre triángulos.

El quinto módulo incursiona en estrategias para el cálculo de áreas de polígonos irregulares, convexos y cóncavos. Los resultados de la investigación que sustenta este material didáctico definieron en la mayoría de los maestros y las maestras, una ausencia de estrategias para el cálculo de áreas de polígonos para los que no se tienen fórmulas definidas, pero además de esta carencia, se manifestó de parte de los maestros y las maestras, la necesidad de profundizar en la construcción de las fórmulas ya conocidas y aplicadas por ellos para el cálculo de áreas, como es el caso del triángulo, rombo, trapecio, entre otros, razón por la que se incluye esta construcción. Se incluyen además algunos ejemplos de estrategias para el cálculo de áreas de polígonos irregulares.

El material didáctico se diseñó para apoyar procesos de formación universitaria de los futuros docentes de escuela primaria y procesos de formación continua y de capacitación de maestros y maestras en ejercicio, razón por la que se dirige al docente de escuela primaria y al estudiante universitario de la carrera de enseñanza primaria, para fortalecer su formación matemática en el área de Geometría.

En atención a los supuestos teóricos que orientan la elaboración de este material didáctico, se recomienda abordar las diferentes actividades que se proponen en grupos cooperativos de estudio. Sin embargo, conscientes de la realidad de los maestros y de las maestras, según la cual en ocasiones estos no cuenta con oportunidades de participar en estos grupos cooperativos de estudio ni en procesos sistematizados de formación continua para su ejercicio profesional, se diseñaron las actividades de manera que también puedan ser realizadas en forma individual.

Parte del supuesto de que los maestros, las maestras y los estudiantes que se están preparando para su ejercicio profesional en la enseñanza aprendizaje de la Matemática en la escuela primaria, han construido sus propios conceptos geométricos durante sus años de escolaridad en la educación primaria y secundaria, razón por la que este material didáctico no pretende ser un libro que aborde todos los contenidos programáticos incluidos en los programas para la enseñanza de la Geometría en el primero y segundo ciclos, sino que atiende los tópicos que fueron abordados en el proyecto de investigación y su propósito es aportar elementos teóricos y prácticos que puedan contribuir a superar las debilidades encontradas en este proyecto.

Adicionalmente, el CD hace uso de un ambiente semejante a un explorador de Internet, por su facilidad de inicio, pues se usa en la modalidad de auto arranque, y facilita la "traducción" de los diagramas generados en el programa Geomter Sketch Pad al lenguaje HTML, permitiendo el desarrollo de una geometría dinámica. Es decir, esta modalidad de programación permite realizar "cambios", o más bien transformaciones, de las figuras geométricas con el solo uso del puntero en pantalla manejado por el ratón de la computadora.

Esta geometría dinámica permite, por ejemplo, realizar cambios a las figuras, como se señaló, pero bien sea manteniendo las relaciones geométricas, variándolas, o creando nuevas relaciones. Más específicamente, por ejemplo, a partir del cuadrilátero se puede crear una figura con sus cuatro lados iguales, o con sus cuatro ángulos iguales, o se puede aún pedir alguna relación más específica. Igual permite, también, transformar, por ejemplo, un rombo en un cuadrado, o un rectángulo en un cuadrado, etc. Las "etiquetas" con algunas de las medidas reflejan los cambios hechos y permiten tener control de estos. Así por ejemplo, en el triángulo, moviendo el punto correspondiente al vértice superior, y solo se puede hacer paralelo al lado opuesto, se observa que altura y área permanecen iguales mientras el perímetro cambia. De la misma manera, en otras figuras se pueden dar medidas específicas a segmentos y ángulos, si bien el propósito es como se comento, la construcción de figuras con relaciones específicas.

La geometría dinámica, de esta forma, complementa el propósito de retroalimentar los conceptos que se proponen construir mediante el uso del material didáctico del libro.

3. Conclusiones

En atención al propósito de generación del conocimiento presente en todo proceso investigativo, se puede considerar que este proyecto de investigación cumplió con este propósito por cuanto generó conocimiento en relación con los significados construidos por los maestros y las maestras, para los conceptos geométricos de polígonos, congruencia, semejanza y área, contenidos en los programas de Matemática en la escuela primaria y generó además referentes teóricos para orientar los procesos de formación y capacitación en Geometría de maestros y maestras de escuela primaria.

Entre los resultados más importantes que emergen de la presente investigación, se puede afirmar que.

1. **<u>En su mayoría los maestros y las maestras que participaron presentan deficiencias en :</u>**

1.1 La construcción de relaciones entre polígonos.

Los resultados obtenidos por los diferentes medios de investigación, aportan elementos que permiten percibir que en su mayoría los maestros y las maestras que participaron en las diferentes etapas del proyecto, no cuentan con elementos de análisis de las características comunes y las características que diferencian a los diferentes polígonos, para encontrar patrones que les permitan visualizar las relaciones existentes entre estos.

En la mayoría de los casos no se han construido relaciones entre los diferentes conjuntos de polígonos y las relaciones presentes entre los subconjuntos contenidos en el conjunto de los polígonos, siendo así que de acuerdo con los resultados obtenidos, en pocos casos están presentes las relaciones entre:

- Cuadrados y rectángulos de manera que se visualice que todo cuadrado es un rectángulo pero no todo rectángulo es un cuadrado.
- Cuadrados y rombos de manera que se visualice que todo cuadrado es un rombo pero no todo rombo es un cuadrado.
- Cuadrados, rombos, rectángulos y paralelogramos, de manera que se visualice que todo cuadrado, todo rombo y todo rectángulo es un paralelogramo.
- Paralelogramos y cuadriláteros, de manera que se visualice que todo paralelogramo es un cuadrilátero pero no todo cuadrilátero es un paralelogramo.
- Trapecios, trapezoides, cuadriláteros y paralelogramos de manera que se visualice que todo trapecio y trapezoide es un cuadrilátero pero no un paralelogramo.

1.2 La construcción del concepto de congruencia entre polígonos.

No se presentó la oportunidad de observar lecciones en las que se abordara el tema de congruencia entre polígonos, pero los resultados obtenidos por la aplicación del cuestionario de tipo exploratorio aportan elementos que permiten percibir que en su mayoría los maestros y las maestras reconocen los polígonos que son congruentes entre si, pero no sucede lo mismo cuando se trata de analizar proposiciones sobre relaciones de congruencia entre polígonos.

1.3 La construcción del concepto de semejanza entre polígonos

No se presentó la oportunidad de observar lecciones en las que se abordara el tema de semejanza entre polígonos, pero los resultados obtenidos por la aplicación del cuestionario de tipo exploratorio aportan elementos que permiten percibir que en su mayoría los maestros y las maestras asocian la semejanza entre polígonos con el parecido en su forma, sin estar presente el análisis de las relaciones de proporcionalidad entre los lados correspondientes y de congruencia entre los ángulos correspondientes.

1.4 La construcción de estrategias para el cálculo del área de polígonos irregulares.

Los resultados obtenidos por los diferentes medios de investigación, aportan elementos que permiten percibir que la mayoría de los maestros y las maestras que participaron en las diferentes etapas del proyecto, no han construido estrategias para el cálculo del área de polígonos irregulares, situación que se evidencia en:

- Los resultados de la aplicación del cuestionario tipo exploratorio, en el que en su mayoria no pudieron calcular el área de polígonos irregulares; sin hacer intentos de resolver los problemas planteados o siguiendo procedimientos que permiten percibir la ausencia de construcción de estrategias para el cálculo de estas áreas.

- Las observaciones de aula, en las que solo se trabajó con los polígonos convencionales para los que se tiene establecida una fórmula para el cálculo del área.

- Lo sucedido durante los talleres realizados para la validación del material didáctico, en los que los maestros y las maestras en su mayoría reconocieron no saber cómo calcular el área de diferentes polígonos irregulares y además solicitaron ayuda para conocer sobre el significado de las fórmulas establecidas para el cálculo de áreas de polígonos, las cuales son aplicadas sin conocer su significado..

Es importante analizar que en su inicio, la investigación partió del propósito de indagar sobre la construcción de las relaciones entre polígonos, las relaciones de congruencia y semejanza entre polígonos y el cálculo de áreas en polígonos irregulares, pero los resultados obtenidos aportaron elementos que permitieron detectar deficiencias no solo en los niveles más altos de construcción de conceptos a los que se dirigía el proyecto como serían la deducción de propiedades de las figuras para acciones de análisis, síntesis y comparación definidas por el modelo Van Hiele para la construcción de un concepto geométrico, sino que además se encontraron deficiencias en la formación de conceptos en Geometría en los que se esperaba una mejor ejecución, como sucedió con:

- El uso de los instrumentos geométricos.
- Las construcciones geométricas básicas.
- La construcción de significados para las fórmulas convencionales de cálculo de áreas.
- El cálculo de áreas.
- El uso de unidades de medición de longitud y de área.
- La clasificación de ángulos.
- El concepto de polígono regular.
- El uso de términos como línea, recta y segmento.
- El concepto de rectas perpendiculares.
- El trazo de alturas en triángulos.

2. <u>En su mayoría los estudiantes universitarios que participaron en el proyecto y se están formando para maestros y maestras, al ingresar al curso de Geometría presentan deficiencias en:</u>

2.1 La construcción de relaciones entre polígonos.

Los resultados obtenidos por los diferentes medios de investigación, aportan elementos que permiten percibir que en su mayoría estos estudiantes no han construido relaciones entre los diferentes conjuntos de polígonos y al igual que la mayoría de los maestros que participaron en el proyecto, no cuentan con elementos de análisis de las características comunes y las características que diferencian a los diferentes polígonos, para encontrar patrones que les permitan visualizar las relaciones existentes entre estos.

2.2 La construcción del concepto de congruencia entre polígonos.

El seguimiento de estos estudiantes durante el curso de Geometría aportó elementos que permitieron conocer que en la mayoría de los casos, las carencias en la construcción del concepto de congruencia entre polígonos, parten de una ausencia del concepto de congruencia entre segmentos y del concepto de congruencia entre ángulos, así como de un abordaje confuso entre los conceptos de congruencia entre polígonos e igualdad de áreas entre polígonos.

2.3 La construcción del concepto de semejanza entre polígonos.

El seguimiento de estos estudiantes durante el curso de Geometría aportó elementos que permitieron conocer que en la mayoría de los casos las deficiencias en la construcción del concepto de semejanza entre polígonos, se fundamentan básicamente en una ausencia del concepto de proporcionalidad entre las medidas de segmentos.

2.4 La construcción de estrategias para el cálculo del área de polígonos irregulares.

Al ejecutar los diferentes ejercicios de cálculo de áreas, del cuestionario tipo exploratorio aplicado al inicio del curso de Geometría, los estudiantes en su mayoría explicaron no poder hacerlos porque no se acordaban de las fórmulas o no las habían estudiado en el colegio. Afirmaciones que refirieren a una dependencia de la aplicación de fórmulas para el cálculo de las áreas de los polígonos unida a una concepción de que para cada polígono debe existir una fórmula para el cálculo de su área.

Aunque no es el propósito hacer comparaciones entre los resultados obtenidos por los maestros y las maestras que están en su ejercicio profesional y los estudiantes de la carrera de Bachillerato y Licenciatura en Educación Primaria a su ingreso al curso de Geometría, es importante destacar la similitud en las deficiencias en relación con los conceptos geométricos encontradas en estas dos poblaciones, en un momento en que los estudiantes contaban con los conocimientos en Geometría adquiridos en sus estudios en escuela primaria y educación secundaria.

En ambas poblaciones los resultados obtenidos por los diferentes medios de investigación coinciden en la mayoría de los casos en un manejo de definiciones y fórmulas matemáticas memorizadas y carentes de significado, así como una ausencia de construcción de relaciones matemáticas.

3. **<u>En relación con los referentes teóricos propuestos para la orientación del material del material didáctico para procesos de formación y capacitación de maestros y maestras de escuela primaria.</u>**

Las ejecuciones de los maestros y las maestras durante los talleres realizados para la validación del material didáctico construido para procesos de formación y capacitación de estos profesionales de la educación, así como las ejecuciones de los estudiantes cuando usaron parte de este material en el curso de Geometría que reciben como parte de su preparación matemática para su ejercicio profesional, permiten valorar el acierto en el uso de la construcción geométrica para la formación de conceptos y relaciones matemáticas en el aprendizaje de la Geometría. Esta valoración se concreta en las propias debilidades que los mismos maestros, maestras y estudiantes encontraron respecto a su formación en Geometría conforme iban realizando las diferentes actividades propuestas en el material didáctico, así como las revelaciones sobre sus aprendizajes, específicamente en cuanto a:

- Uso de los instrumentos geométricos.
- Construcciones geométricas básicas.
- Relaciones existentes entre polígonos.
- Concepto de área.
- Construcción de fórmulas para el cálculo del área del triángulo, cuadrado, rectángulo, rombo, romboide y polígono regular.
- Estrategias para el cálculo de áreas de polígonos irregulares.

Es importante resaltar el caso de una maestra que durante uno de los talleres realizados en su escuela, ante la duda del grupo de maestros y maestras sobre la variación de la medida del área entre paralelogramos que tienen la misma medida de longitud entre sus lados correspondientes pero sus ángulos correspondientes tienen diferente medida, ella misma descubrió la razón por la que la medida de sus áreas no es la misma, cuando formó un paralelogramo con la unión de cuatro paletas y al darle movilidad a este descubrió que se conservaba la medida de sus lados pero variaba la medida de sus ángulos, lo que la llevó a observar la variación en la medida de la altura como la causa del cambio en la medida de área, ya que se conservaba la medida de la base pero variaba la medida de la altura.

4. Dificultades y su confrontación:

La principal dificultad de tipo académica que se enfrentó al inicio del proyecto fue el atraso para la ejecución de las actividades 3 y 4 correspondientes a la ejecución del proyecto, mencionadas en el proceso metodológico:

- Planeamiento y ejecución de talleres dirigidos a la capacitación de maestros y maestras de escuela primaria, sobre ambientes de aprendizaje en el proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática, en el contexto de los temas específicos de teoría de números, operaciones multiplicativas, patrones y relaciones matemáticas.
- Aplicación a maestros, maestras y estudiantes de la carrera de Bachillerato y Licenciatura en Educación Primaria, de un cuestionario tipo exploratorio sobre los significados de los maestros y maestras de escuela primaria, para conceptos geométricos relacionados con polígonos, área, congruencia y semejanza.

Según se explicó en el aparte "IV METODOLOGÍA", se planificó hacer los talleres de capacitación junto con la aplicación de estos cuestionarios tipo exploratorio para los meses de abril y mayo del año 2001, pero hubo problemas para el inicio de estas actividades por el impedimento existente para suspender lecciones para este tipo de actividades en atención a la normativa de los doscientos días lectivos establecida por el Ministerio de Educación Pública. Como consecuencia de esta situación se inició la aplicación de los cuestionarios hasta en setiembre del año 2001 cuando las escuelas aprovecharon hacer los talleres durante los días de receso que dio el Ministerio de Educación Pública para que los maestros y las maestras asistieran a los congresos que en esas fechas realizarían las asociaciones magisteriales.

Este atraso sufrido al inicio del proyecto demoró la realización de la observación en el aula y las entrevistas individuales, las cuales se habían programado para finales del año 2001 y el primer semestre del año 2002.

El inicio del curso lectivo del año 2002 en febrero y la disposición del Ministerio de Educación Pública de trasladar el abordaje de los contenidos de Geometría para el inicio del curso, así como las vacaciones que tuvo que tomar la investigadora principal en los meses de enero y febrero de ese año 2002, en atención a la normativa universitaria de acogerse a vacaciones en el caso de acumulación de estas, hizo que se cumpliera parcialmente la actividad de observación de maestros y maestras en el aula, porque cuando la investigadora se integró a estas observaciones encontró que ya los maestros y las maestras habían abordado contenidos básicos de Geometría objeto de estudio del proyecto, por lo que se cumplió parcialmente con esta actividad, quedando pendiente realizar más observaciones al inicio del ciclo lectivo del año 2003. Unido a esta situación, es necesario aclarar que en esa época la investigadora principal se desempeñaba como investigadora única del proyecto.

En atención al no cumplimiento de la meta de completar las observaciones de aula durante el año 2002, se programó completar en el año 2003 la actividad de observación en el aula y entrevistas, así como la elaboración del material didáctico y su validación mediante talleres con maestros y maestras.

El abordaje de la Geometría definido según los programas del Ministerio de Educación Pública para el inicio del curso lectivo, motivó la valoración de la conveniencia de trasladar para los meses de febrero y marzo del año 2004. Se consideró que para este periodo del año los talleres podrían ser de mayor provecho e interés para los maestros y las maestras, por coincidir esta capacitación con el periodo escolar definido para el desarrollo de los temas de Geometría.

El cambio en la programación de estos talleres de capacitación y validación del material didáctico para los meses de febrero y marzo del 2004, junto con deficiencias en la formación en Geometría de los maestros y las maestras detectadas durante estos talleres, motivó que se tuvieran que tomar los meses de abril y mayo del 2004, para incorporar al material didáctico nuevas actividades orientadas a la atención de estas deficiencias.

Otro factores que afectaron el cumplimiento del cronograma establecido se debieron a:

- La ampliación de la aplicación del cuestionario exploratorio a estudiantes de los cursos de Matemática en la Educación Primaria de la Escuela de Formación Docente, lo cual provocó que estos también fueran objeto de investigación, aumentando así el número de sujetos que participaron en las diferentes etapas del proyecto y el tiempo definido para su ejecución.

- La situación de que en algunas de las escuelas que participaron en el proyecto se aplicó el cuestionario al total de los maestros y las maestras, por lo que esta aplicación pasó del número de treinta definido en la propuesta original del proyecto a setenta y dos. Esta situación permitió obtener información sobre los conceptos geométricos en un número mayor de maestros y maestras con formación muy heterogénea en cuanto a su grado académico y la institución de educación superior donde se formó.

Como dificultad de tipo administrativo se tuvo la no asignación de presupuesto para ofrecer servicios de alimentación a los maestros y las maestras que participaron en los talleres de capacitación realizados en las diferentes etapas del proyecto, lo que requirió que los investigadores a cargo del proyecto tuvieran que aportar de su dinero para sufragar estos gastos.

Logros más relevantes:

Encontrar maestros y maestras que voluntariamente accedieran a participar en el proyecto y ser objeto de estudio por medio de su respuesta en una primera instancia a un cuestionario que indagaria sobre sus conocimientos en el área de Geometría, esto por cuanto podrían sentirse evaluados. Por el contrario la reacción que se encontró en la mayoría de los participantes fue la de colaborar en la respuesta del cuestionario, en el entendido de que este aportaría elementos para la construcción de material didáctico, el que sería entregado a ellos.

Aumento en el número de participantes gracias al interés mostrado por la dirección y personal docente de las escuelas que aceptaron participar en la investigación, las que señalaron la necesidad que tiene su personal de procesos de mejoramiento continuo, por lo que solicitaron que todo el personal participara en los talleres de capacitación que se ofrecieran durante la ejecución del proyecto.

Participación voluntaria en tiempo fuera de su horario de trabajo de los maestros y las maestras en los talleres de capacitación y deseo expresado por muchos de estos de participar en un proceso formal de capacitación por medio de un curso o taller de mayor extensión.

Ampliar el área de cobertura del proyecto a escuelas, maestros y maestras de una área rural.

Un logro de mucha importancia para el proyecto lo constituyó el hecho de ampliar el proyecto incluyendo como objeto de estudio a los estudiantes de la cursos de Matemática en Educación Primaria de la Escuela de Formación Docente, lo cual permitió contar con elementos teóricos y prácticos para el mejoramiento de estos cursos, con el consecuente fortalecimiento de la relación entre las funciones universitarias de investigación y docencia.

5. Observaciones o recomendaciones

Para hacer mención de observaciones o recomendaciones es importante considerar que en todo proyecto siempre hay dos tipos de resultados; los que se obtienen de la realización de procesos como aplicación de cuestionarios, realización de entrevistas y observaciones y otros que aportan información la cual es sistematizada para plasmarla en un informe de investigación, pero igual de importantes son los resultados en relación con las vivencias de los investigadores y la repercusión de estas en su crecimiento profesional.

En su condición de profesora de la Escuela de Formación Docente de la Universidad de Costa Rica, el proyecto aportó a la investigadora principal espacios para:

- Tener un acercamiento con maestros y maestras de escuelas de educación primaria para conocer más de sus necesidades académicas y profesionales, lo cual aporta elementos a considerar en procesos de capacitación y formación continua de estos profesionales de la educación.

- Profundizar en las formas de pensamiento de sus estudiantes de los cursos de Matemática de la carrera de Bachillerato y Licenciatura en Educación Primaria, para contar con elementos teóricos que le permitan mejorar su docencia y específicamente el curso Matemática en Educación Primaria II, el cual se dirige a la formación en Geometría de estos futuros docentes.

- Integrar la investigación, la docencia y la acción social por medio del aporte de los resultados de la investigación al curso de Geometría que imparte en la Universidad de Costa Rica y a los procesos de capacitación de maestros y maestras que se realizaron como parte de las actividades del mismo proyecto de investigación.

Las necesidades de capacitación que se encontraron en los maestros y las maestras que participaron en el proyecto, el deseo de superación que se percibió en la mayoría de estos, la ética y el profesionalismo con que cumplen su función como educadores, junto con la necesidad de promover el mejoramiento continuo en el proceso de formación del personal docente de escuela primaria que ofrece la Universidad de Costa Rica, permite recomendar que se considere como una prioridad en la investigación educativa, la ejecución de proyectos que acerquen a los investigadores a las aulas de las escuelas, para contar así con elementos teóricos y prácticos que ayuden a los maestros y a las maestras en su práctica educativa y favorezcan el mejoramiento en los planes de formación de estos docentes.

Interrogantes para generar nuevos procesos de investigación que permitan un avance del conocimiento a partir de los resultados generados por este proyecto de investigación se relacionan con:

- La ejecución de proyectos de formación y capacitación de maestros y maestras en Geometría que se orienten en los supuestos teóricos y en el material didáctico propuesto por este proyecto de investigación, junto con procesos de evaluación de la eficacia de este material didáctico.

- Investigaciones dirigidas a la construcción de conceptos geométricos por parte de los niños y las niñas de escuela primaria.

V IMPACTO

1. Nacional

A nivel nacional los esfuerzos que realizan las universidades y el Ministerio de Educación Pública por un mejoramiento en el proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática, se verán beneficiados con los resultados de esta investigación, específicamente por el aporte de elementos teóricos y prácticos para la formación en Geometría de los maestros y maestras de escuela primaria.

2. **Científico**

Generación de referentes teóricos para la formación en Geometría de los maestros y maestras de escuela primaria.

3. **Cultural**

No aplica.

4. **Ambiental**

No aplica.

5. **Económico**

Una mejor formación en Matemática de los maestros y las maestras repercutirá en un mejor cumplimiento de su función en el proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática y por ende se contribuirá a facilitar el aprendizaje en esta asignatura por parte de sus estudiantes de escuela primaria, con la consecuente disminución de los índices de reprobación en esta asignatura.

6. **Social**

Atención a las necesidades sociales de desarrollo del país, por su contribución al mejoramiento de la calidad de la educación, como consecuencia del mejoramiento en la formación Matemática de los maestros y las maestras.

VI BENEFICIOS PARA LA UNIVERSIDAD DE COSTA RICA

1. **Académicos**

Generación de referentes teóricos y material didáctico producto de la investigación, para mejorar los programas de formación y capacitación en Geometría de maestros y maestras de escuela primaria, en el contexto de la carrera de Bachillerato y Licenciatura en Educación Primaria, a cargo de la Escuela de Formación Docente, Facultad de Educación.

2. **Económicos**

El mejoramiento en los cursos de Matemática de la carrera de Bachillerato y Licenciatura en Educación Primaria, podría repercutir en un mejoramiento en el rendimiento académico de los estudiantes que matriculan estos cursos.

3. **Sociales**

Mayor acercamiento de la Universidad a las instituciones educativas de enseñanza primaria y a las necesidades de formación de los maestros y maestras.

4. **Culturales**

No aplica.

5. **Vinculo con el sector externo**

Inserción en una área relevante para el desarrollo del país como lo es la formación de los maestros y las maestras de escuela primaria, por la generación de conocimientos sobre la formación en Matemática de estos profesionales de la educación.

VII BIBLIOGRAFÍA CITADA

- Ardila A, Tejada G, Agarrad E. *Nociones de Aritmética y Geometría para el maestro en Formación.* Colección Pedagógica Formación Inicial de Docentes Centroamericanos de Educación Primaria o Básica. Coordinación Educativa y Cultura Centroamericana (CECC).Costa Rica, (2002).

- Ávalos A. *Concepciones de los maestros sobre contenidos geométricos: estado de conocimientos en México.* Actas de la Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa. Grupo Editorial Iberoamérica. México, (1997).

- D' Amore B. , Martini B. *Sobre la preparación teórica de los maestros de Matemáticas.* Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa. International Thomas Editores. Volumen 3, N° |. (México), (2000).

- Delgado V, Peralta T, Valerio N. *Experiencias Didácticas. Matemática I y II Ciclos.* Plan piloto para el mejoramiento en la enseñanza de la Ciencia y la Matemática. Universidad de Costa Rica, Universidad Nacional, Consejo Nacional para Investigaciones Científicas y Tecnológicas, Costa Rica, 1995.

- Gutiérrez L. *Didáctica de la Matemática para la Formación Docente.* Colección Pedagógica Formación Inicial de Docentes Centroamericanos de Educación Primaria o Básica. Coordinación Educativa y Cultura Centroamericana (CECC).Costa Rica, (2002).

- Hemmerling E. *Geometría Elemental.* Editorial Limusa. México, 1986.

- Ministerio de Educación Publica. *Programa de estudios. Matemática I y II Ciclo.* Consejo Superior de Educación. Costa Rica, (2000).

- Moreno L. *Los asesores de Matemáticas y el reencuentro con la labor docente en educación básica. Una experiencia en video.* Resúmenes de la Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa. Comité Latinoamericano de Matemática Educativa. Panamá, (2000).

- Peralta T. , Madrigal R. Informe final, *Plan piloto para el mejoramiento en la enseñanza de la Ciencia y la Matemática.* Universidad de Costa Rica, Universidad Nacional, Consejo Nacional para Investigaciones Científicas y Tecnológicas, Costa Rica, 1996.

- Pérez J., Andonegui M. *Análisis de los contenidos geométricos de los libros de texto de Matemática de Educación Básica a la luz de los planteamiento teóricos del modelo de Van Hiele.* Acta de la Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa. Comité Latinoamericano de Matemática Educativa. Cuba, (2002).

- Wheatley G. *Perspectiva constructivista en el aprendizaje de la Matemática y las Ciencias.* Florida State University. U S A, (1989).

VIII ANEXOS DE LA INVESTIGACIÓN

1. Publicaciones y trabajos de graduación

- La principal publicación producto de este proyecto de investigación la constituye el libro *"Formación de conceptos geométricos en maestros de escuela primaria. Material Didáctico.* Se construyó para ser usado en procesos de formación y capacitación de maestros de escuela primaria. A la fecha se entrega junto con este informe a la dirección del IMEC, para luego coordinar su publicación. Por medio de la Editorial de la Universidad de Costa Rica u otro ente. Autores Mario Murillo Chaves y Teresita Peralta Monge.

- Ponencia *Conceptos geométricos en maestros de escuela primaria.* Octavo Encuentro Nacional de Investigadores en Educación. Comisión Nacional Coordinadora de la Investigación Educativa. Costa Rica. Octubre 2002. Autora Teresita Peralta Monge.

- Ponencia *Construcción de relaciones geométricas en la formación del maestro de escuela primaria.* XVII Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa. Comité Latinoamericano de Matemática Educativa. Chile. Julio 2003.
  Autora Teresita Peralta Monge.

- En proceso *Curso Construcción de relaciones en la formación en Geometría del maestro de escuela primaria.* Se publicará en el libro *Investigación en Matemática Educativa en Latinoamericana* que el Comité Latinoamericano de Matemática Educativa editará con las publicaciones correspondientes a las participaciones de los invitados especiales en la XVIII Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa, a realizarse en julio del 2004 en Chiapas, México.
  Autora Teresita Peralta Monge

2. Participación en eventos académicos nacionales e internacionales

- *Curso de Geometría para maestros de escuela primaria* VII Congreso Nacional de Matemática Educativa. Comité Latinoamericano de Matemática Educativa, Guatemala. Noviembre 2002.
  Participó como instructora Teresita Peralta Monge.

- Proyecto de cooperación México – Costa Rica *La formación del maestro y el proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática en la escuela primaria.* Pasantía en la Universidad Pedagógica Nacional y la Secretaria de Educación Pública. México. Octubre 2003.
  Participó como Teresita Peralta Monge.

- *Curso de Geometría para maestros de escuela primaria* VIII Congreso Nacional de Matemática Educativa. Comité Latinoamericano de Matemática Educativa, Guatemala. Noviembre 2003.
  Participó como instructor Mario Murillo Chaves.

- *Curso Construcción de relaciones en la formación en Geometría del maestro de escuela primaria.* Se desarrollará en el mes de enero del 2005, con una duración de cuarenta horas, en la modalidad de proyecto de Acción Social a cargo del Departamento de Educación Primaria y Preescolar, Escuela de Formación Docente, Universidad de Costa Rica.
  Participará como instructora Teresita Peralta Monge.

- Participación en presentación de la ponencia *Construcción de relaciones geométricas en la formación del maestro de escuela primaria.* XVII Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa. Comité Latinoamericano de Matemática Educativa. Chile, julio del 2003, autora Teresita Peralta Monge, e invitación a la autora para el desarrollo de este mismo tema en un curso corto dirigido a maestros y maestras en la XVII Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa, a realizarse en Chiapas, México en julio del 2004.

4. Instrumentos utilizados

En el Anexo N° 1 se presentan:

- El cuestionario aplicado a maestros, maestras y estudiantes universitarios de la carrera de Bachillerato y Licenciatura en Educación Primaria.

- El instrumento utilizado en el proceso de validación del cuestionario.

En el aparte IV METODOLOGÍA, se informa sobre este cuestionario y el proceso de validación seguido.

IX PRESUPUESTO

Universidad de Costa Rica
Facultad de Educación
Instituto de Investigación para el Mejoramiento de la Educación Costarricense
IIMEC

PROYECTO 724-A1-054

No. GUIA	AÑO	CANTIDAD	DESCRIPCION	TOTAL
		PAQUETE BÁSICO		
8148	2003	10	Resmas de papel para fotocopiadora.	17
PB6092	2002	7		
PB-6092A	2002	6	Cajas Diskette doble lado	6
		COMPRAS DIRECTAS		
No. REINTEGRO	**FECHA**	**No. FACTURA**	**DESCRIPCIÒN**	**TOTAL**
7-2003	17-03-2003	2018828	Microcassette	1
10-2003	12-03-2003	6395	Cartucho Epson	1
32-2003	10-09-2003	67325	Toner (¢500,00)	1
30-2002	14-11-2002	1960769	3 Pq. Cartulina Bristol	4
27-2002	16-10-2002	1886478	1 Pq. Cartulina Bristol	
30-2002	14-11-2002	1960769	2 Cajas CD	2
30-2002	14-11-2002	1960769	2 Cajas Diskettes	2

Instituto de Investigación para el Mejoramiento de la Educación Costarricense
FACULTAD DE EDUCACIÓN
IIMEC

Universidad de Costa Rica
Facultad de Educación
Instituto de Investigación para el Mejoramiento de la Educación Costarricense
IIMEC

INFORME FINANCIERO

PROYECTO 724-A1-054

2003

VI-DGI-263-F-348-03

PARTIDA	DESCRIPCIPCIÓN	MONTO ASIGNADO	GASTOS
14-15	Impresión, reproduc. Encuadernac.	₡ 80.000,00	₡ 80.000,00
21-06	Productos papel, cartón e impresos	₡10.000,00	₡ 10.000,00
21-17	Utiles y materiales de computación	₡ 10.000,00	₡ 10.000,00
42-06	12 Horas estudiante x 10.5 meses	AGOTADA	

2002

VI-DGI-4762-F-68-01

PARTIDA	DESCRIPCIPCIÓN	MONTO ASIGNADO	GASTOS
14-15	Impresión, reproduc. Encuadernac.	₡ 80.000,00	₡ 80.000,00
21-06	Productos papel, cartón e impresos	₡10.000,00	₡ 8.506,95
21-17	Utiles y materiales de computación	₡ 10.000,00	₡ 9.546,90
42-06	12 Horas estudiante x 10.5 meses	AGOTADA	

2001

VI-DGI-3677-F-185-00

PARTIDA	DESCRIPCIPCIÓN	MONTO ASIGNADO	GASTOS
14-15	Impresión, reproduc. Encuadernac.	₡ 30.000,00	₡ 30.000,00
21-06	Productos papel, cartón e impresos	₡30.000,00	₡ 30.000,00
21-09	Utiles y materiales de oficina	₡ 5.000,00	₡ 5.000,00
21-17	Utiles y materiales de computación	₡ 20.000,00	₡ 20.000,00
42-06	10 Horas estudiante x 10.5 meses	AGOTADA	

Xinia Mejía Solano
Encargada de Servicios Administrativos

☎ 207-4105
207-5635

Fax: 207-4679

SALIDAS DE MATERIAL DE BODEGA

FECHA	DESCRIPCION	CANTIDAD	TOTAL
04-04-2003	Resmas de papel	2	10
22-05-2003		1	
03-10-2003		1	
28-10-2003		2	
27-02-2004		4	
13-02-03	Libreta para taquigrafía	1	1
22-05-03	Cartulina Bristol	4 paq.	4
Sin fecha	Block papel rayado	1	1
13-02-03	Cajas de diskette	1	3
3-10-03		2	
22-05-03	Cajas de discos compactos	1	1

Saldos

DESCRIPCION	TOTAL COMPRA	TOTAL SALIDA	DISPONIBLE
Papel para fotocopiadora	17	10	7
Cajas Diskettes	8	3	5
Caja Discos Compactos	2	1	1

Instituto de Investigación para el Mejoramiento de la Educación Costarricense
FACULTAD DE EDUCACIÓN
IIMEC

CALCULO DE RESMAS SEGÚN FOTOCOPIAS

4 DÍAS A LA SEMANA POR 4 SEMANAS (16 DIAS)

APROXIMADAMENTE 20 HOJAS POR DIA

TOTAL 80 HOJAS X 16 DIAS = 1280 POR MES X 12 MESES

15360 COPIAS ENTRE 500 HOJAS (resma)

TOTAL **31 RESMAS**

CALCULO DE RESMAS SEGÚN IMPRESIONES

20 hojas por día

30 Resmas

TOTAL RESMAS 61

ANEXO N° 1

INSTRUMENTOS UTILIZADOS

UNIVERSIDAD DE COSTA RICA
FACULTAD DE EDUCACIÓN
INSTITUTO DE INVESTIGACIÓN PARA EL MEJORAMIENTO DE LA EDUCACIÓN COSTARRICENSE
IIMEC

Estimado señor(a) :

El Instituto de Investigación para el Mejoramiento de la Educación Costarricense (IIMEC), está ejecutando el proyecto de investigación *Construcción de Conceptos Geométricos en Maestros de Escuela Primaria,* el cual tiene como propósito conocer sobre los significados construidos por los maestros para conceptos geométricos contenidos en los programas de Matemática en la escuela primaria, para contar con elementos teóricos que orienten la construcción de material didáctico de apoyo para los procesos de formación y capacitación de maestros de escuela primaria en el área de Geometría.

En la primera parte del cuestionario le solicitamos información personal que será analizada en forma grupal, para conocer sobre la formación y la experiencia docente de los participantes y en los apartados siguientes se indaga en relación con diferentes conceptos geométricos objeto de estudio en este proyecto.

Mucho le agradecemos su respuesta a este cuestionario, la cual aportará información muy valiosa para el cumplimiento de los objetivos que se propone este proyecto de investigación.

I PARTE

1. Marque con una (X) el paréntesis que corresponde a los estudios realizados por usted. Anote el nombre de la universidad en la que estudió y el año en que se graduó.

ESTUDIOS REALIZADOS		UNIVERSIDAD	AÑO
Diplomado en enseñanza primaria	( )	____________________	____
Profesorado en enseñanza primaria	( )	____________________	____
Bachillerato en enseñanza primaria	( )	____________________	____
Licenciatura en enseñanza primaria	( )	____________________	____
Maestría en ____________	( )	____________________	____
Otro ____________	( )	____________________	____

2. Marque con una (X) el paréntesis que corresponde a sus años de experiencia como maestro(a) de escuela primaria.

0 a 5 años ( )	6 a 10 años ( )	11 a 15 años ( )	16 a 20 años ( )
21 a 25 años ( )	26 a 30 años ( )	Más de 30 años ( )	

3. Marque con una (X) el paréntesis que corresponde al nivel en el que imparte lecciones durante este año.

Primero ( ) Segundo ( ) Tercero ( ) Cuarto ( ) Quinto ( ) Sexto ( )

II PARTE

Asocie por medio de una línea, cada afirmación de la columna de la izquierda con el polígono o los polígonos de la columna de la derecha que le corresponde(n).

1. Paralelogramo que tiene los cuatro lados de igual medida.	1. Cuadrado
2. Polígono regular de cuatro lados.	2. Cuadrilátero
3. Paralelogramo que tiene los cuatro ángulos de igual medida.	3. Paralelogramo
4.Rectángulo que tiene los cuatro lados de igual medida.	4. Polígono
5.Cuadrilátero que tiene los cuatro ángulos internos rectos y los lados opuestos de igual medida	5. Rectángulo
6. Rombo que tiene las diagonales de igual medida.	6. Rombo
7. Paralelogramo en el que las diagonales lo dividen en cuatro triángulos de igual área.	7. Romboide
8. Rectángulo que tiene las diagonales perpendiculares.	8. Trapecio
9. Cuadrilátero que tiene solamente un par de lados opuestos paralelos.	9. Trapezoide
10.Rombo que tiene los cuatro ángulos rectos.	10. Triángulo

III PARTE

En cada una de las afirmaciones siguientes escriba una V en el paréntesis ( ) correspondiente cuando la afirmación es verdadera y una F cuando es falsa. En el caso de las afirmaciones que considere falsas explique su respuesta.

1. ( ) Todo cuadrado es un rectángulo.

____

____

2. ( ) Todo cuadrado es un rombo

____

____

3. ( ) Todo rombo es un polígono regular

____

____

4. (   ) Todo rectángulo es un cuadrado

5. (   ) Un cuadrilátero que tiene los lados opuestos de igual medida siempre es un paralelogramo.

6. (   ) Un cuadrilátero que tiene los lados opuestos paralelos siempre es un paralelogramo.

7. (   ) Dos triángulos que tienen las bases congruentes y las alturas congruentes siempre son congruentes.

8. ( ) Dos polígonos que tienen proporcionales sus lados correspondientes siempre son semejantes .

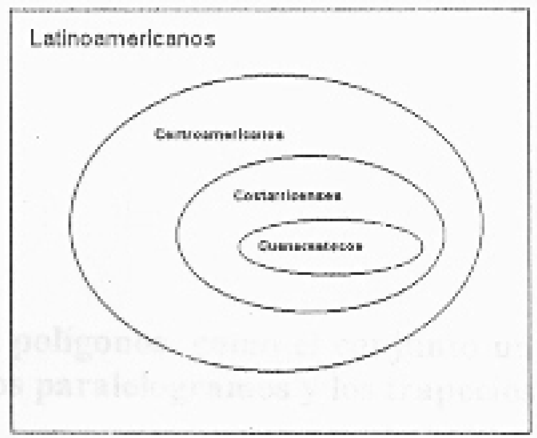
9. ( ) Dos polígonos congruentes son también semejantes.

10. ( ) Dos triángulos que tienen sus lados correspondientes congruentes, tienen siempre congruentes sus ángulos correspondientes.

11. ( ) Dos triángulos que tienen sus ángulos correspondientes congruentes siempre son congruentes .

IV PARTE

En el siguiente diagrama de Venn se considera el conjunto de los latinoamericanos como el conjunto universal y se relacionan los latinoamericanos , los guanacastecos , los costarricenses y los centroamericanos.



1. Considere el conjunto de los polígonos como el conjunto universal y trace un diagrama de Venn que relacione a los polígonos, los rombos, los cuadriláteros, los paralelogramos y los cuadrados.

2. Considere el conjunto de los cuadriláteros como el conjunto universal y trace un diagrama de Venn que relacione los cuadrados, los paralelogramos, los rectángulos y los cuadriláteros.

3. Considere el conjunto de los polígonos como el conjunto universal y trace un diagrama de Venn que relacione los cuadriláteros, los paralelogramos y los trapecios.

V PARTE

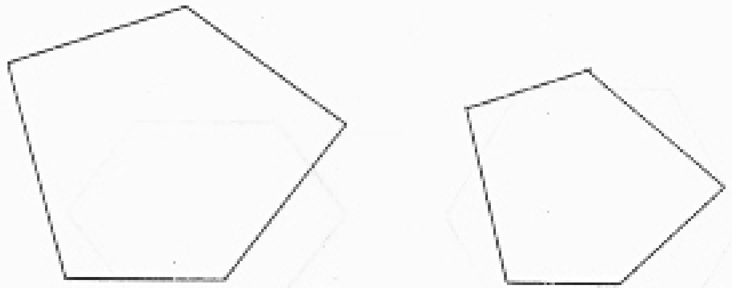
¿ Cuáles de las siguientes parejas de polígonos son congruentes entre sí y cuáles son semejantes entre sí ?

1.

¿ Son congruentes entre sí ?
SI ( ) NO ( )

¿ Son semejantes entre sí ?
SI ( ) NO ( )

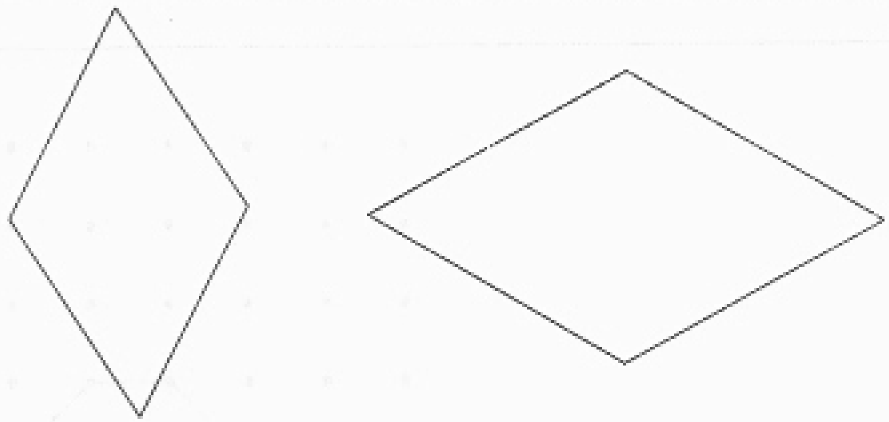
2.



¿ Son congruentes entre sí ?
SI ( ) NO ( )

¿ Son semejantes entre sí ?
SI ( ) NO ( )

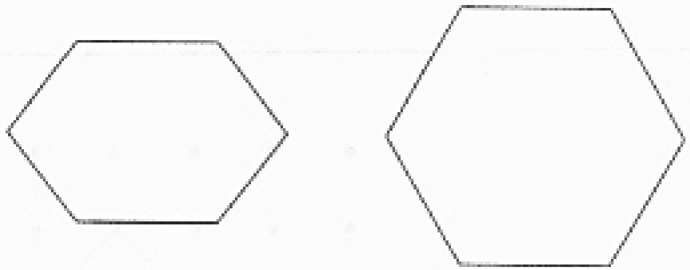
3.



¿ Son congruentes entre sí ?
SI ( ) NO ( )

¿ Son semejantes entre sí ?
SI ( ) NO ( )

4



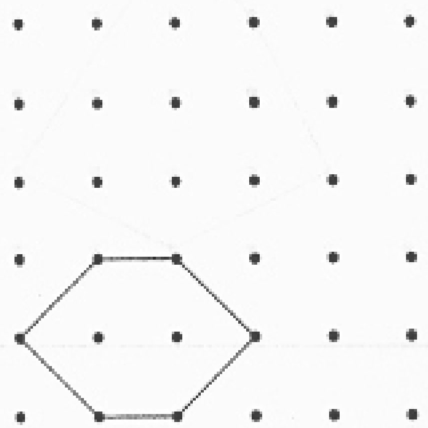
¿ Son congruentes entre sí ?
SI ( ) NO ( )

¿ Son semejantes entre sí ?
SI ( ) NO ( )

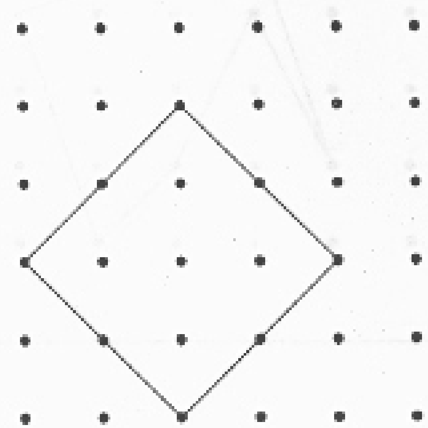
VI PARTE

Si la distancia entre cada punto es de un centímetro,¿cuál es el área de cada una de las figuras siguientes?

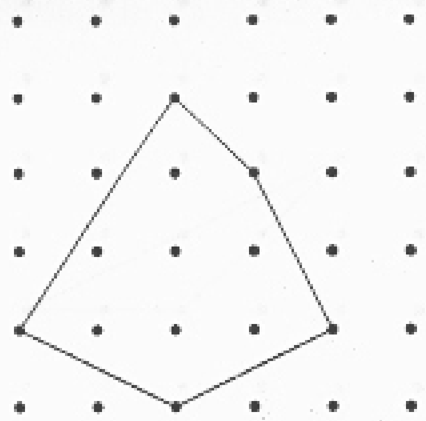
1.



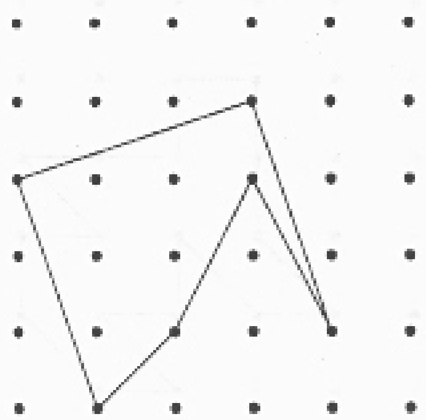
2.



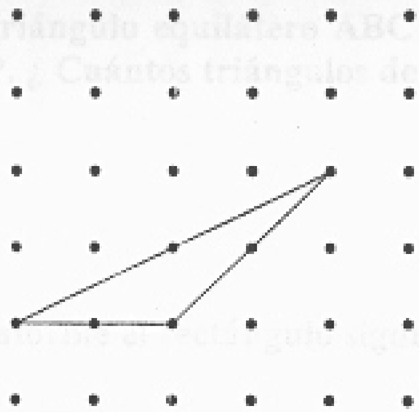
5.



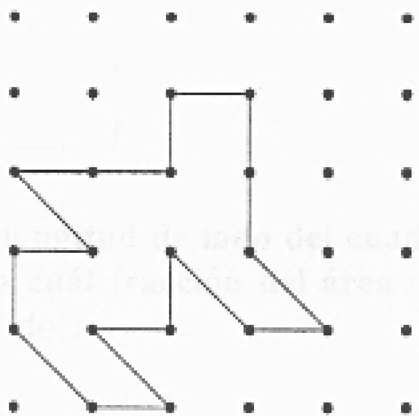
6.



3.



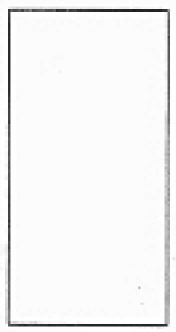
4.



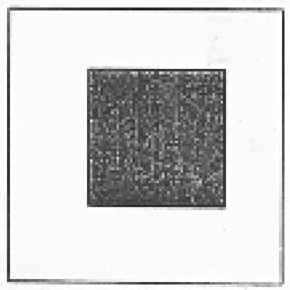
VII PARTE

1. **Un triángulo equilátero ABC mide de longitud de lado el doble de la longitud de lado de otro triángulo MSP. ¿ Cuántos triángulos de área igual a la del triángulo MSP caven en el triángulo ABC ?**

2. Transforme el rectángulo siguiente en un triángulo que tenga la misma medida de área.



3. Si la longitud de lado del cuadrado sombreado es la mitad de la longitud de lado del cuadrado de mayor área ¿ a cuál fracción del área del cuadrado de mayor longitud de lado corresponde el área del cuadrado sombreado ?



UNIVERSIDAD DE COSTA RICA
FACULTAD DE EDUCACIÓN
INSTITUTO DE INVESTIGACIÓN PARA EL MEJORAMIENTO DE LA EDUCACIÓN COSTARRICENSE
IIMEC

Estimado señor(a):

El Instituto de Investigación para el Mejoramiento de la Educación Costarricense (IIMEC), está ejecutando el proyecto de investigación *Construcción de Conceptos Geométricos en Maestros de Escuela Primaria,* el cual tiene como propósito conocer sobre los significados construidos por los maestros para conceptos geométricos contenidos en los programas de Matemática en la escuela primaria, para contar con elementos teóricos que orienten la construcción de material didáctico de apoyo para los procesos de formación y capacitación de maestros de escuela primaria en el área de Geometría.

Como una actividad de este proyecto se aplicará a maestros de cuarto grado el cuestionario de tipo exploratorio que se presenta, para luego aplicar con base en los resultados obtenidos entrevistas individuales para conocer sobre los significados construidos por estos maestros, para conceptos geométricos relacionados con polígonos, área, congruencia y semejanza.

Mucho le agradeceré su respuesta a la siguiente tabla en la que se presenta el objetivo que corresponde a cada una de las partes, para que usted valore la coherencia entre las preguntas que se plantean y el objetivo. Además serán de mucho valor las observaciones que anote en la segunda tabla, en los casos que considere pertinente referirse a la coherencia de una pregunta específica con el objetivo o a la claridad en la redacción de la pregunta.

Cordialmente le saluda

M en C Teresita Peralta Monge

OBJETIVO	PARTE	Coherencia			
		Bastante	Mediana-mente	Poco	Nada
Explorar sobre los conocimientos de los maestros acerca de las definiciones conceptuales de polígonos.	**Segunda, preguntas 1 a 9.**				
Explorar sobre los conocimientos de los maestros acerca de las relaciones existentes entre polígonos.	**Tercera, preguntas 1 a 10. Quinta, preguntas 1 a 3. Novena, preguntas 2 y 3**				
Explorar sobre los conocimientos de los maestros acerca de la congruencia en polígonos	**Cuarta, preguntas 1, 4, 6, 7, 8 y 10. Sétima, preguntas 1 a 4**				
Explorar sobre los conocimientos de los maestros acerca de la semejanza en polígonos	**Cuarta, preguntas 2, 3, 5, 9 y 10. Sexta, preguntas 1 a 4.**				
Explorar sobre los conocimientos de los maestros acerca de áreas en polígonos.	**Octava, Preguntas 1 a 10. Novena, preguntas 1, 3, 4 y 5.**				

PARTE	NÚMERO DE PREGUNTA	OBSERVACIONES ESPECÍFICAS POR PREGUNTA EN RELACIÓN CON LA COHERENCIA CON EL OBJETIVO Y CLARIDAD EN SU REDACCIÓN

PARTE	NÚMERO DE PREGUNTA	OBSERVACIONES ESPECÍFICAS POR PREGUNTA EN RELACIÓN CON LA COHERENCIA CON EL OBJETIVO Y CLARIDAD EN SU REDACCIÓN

PARTE	NÚMERO DE PREGUNTA	OBSERVACIONES ESPECÍFICAS POR PREGUNTA EN RELACIÓN CON LA COHERENCIA CON EL OBJETIVO Y CLARIDAD EN SU REDACCIÓN

PARTE	NÚMERO DE PREGUNTA	OBSERVACIONES ESPECÍFICAS POR PREGUNTA EN RELACIÓN CON LA COHERENCIA CON EL OBJETIVO Y CLARIDAD EN SU REDACCIÓN

ANEXO Nº 2

TRANSCRIPCION DE ENTREVISTAS A MAESTROS Y MAESTRAS

ANEXO N° 2

TRANSCRIPCIÓN DE ENTREVISTAS A MAESTROS Y MAESTRAS

ENTREVISTA MAESTRO JULIÁN

Hipótesis

El maestro Julián restringe el concepto de triángulo acutángulo al triángulo que tiene los tres ángulos agudos de una medida de 60 grados cada uno.

Entrevistadora

Construya un triángulo acutángulo.

Maestro

Construye un triángulo acutángulo en el que cada uno de los ángulos mide 60° y menciona:
"Tengo entendido que el triángulo acutángulo tiene tres ángulos agudos y como los ángulos internos miden 180°, tengo que hacer el primer ángulo de manera que todos midan 60°, uno fácil de hacer es en que todos miden 60°".

Entrevistadora

Además de ser acutángulo, ¿ qué caracteristicas tiene ese triángulo?

Maestro

Es equiángulo, ahora, yo creo que es el que tiene los lados iguales.

Entrevistadora

¿Qué nombres se le pueden asignar?

Maestro

Equiángulo y equilátero.

Entrevistadora

Construya un triángulo acutángulo diferente al que dibujó.

Maestro

Construye un triángulo cuyos ángulos miden 44° , 68° y 68°.

Entrevistadora

¿Qué características tiene ese triángulo?

Maestro

Si dos ángulos son iguales, tiene dos lados iguales y entonces es isósceles.

Entrevistadora

Construya un triángulo acutángulo que no sea isósceles.

Maestro

Sería como este y señala el triángulo equilátero que había construido.

Entrevistadora

Que no sea equilátero ni isósceles.

Maestro

Pregunta "¿Tendria que ser escaleno?". Agrega, "acutángulo y equiángulo debe medir cada ángulo 60° ". Luego se aclara, " bueno es solo acutángulo, o sea que los tres ángulos no tienen que medir igual y dibuja un triángulo miden 50° , 59° y 71° .

Entrevistadora

¿ Cuánto miden los ángulos de ese triángulo?

Maestro

Comprueba por suma y resta a partir de la suma de los ángulos internos de un triángulo y responde 50° , 59° y 71° .

Entrevistadora

Pregunta si los tres triángulos que ha dibujado son acutángulos. Refiriéndose al caso en el que los tres ángulos miden 60° y a los otros dos triángulos cuyos ángulos miden 44° , 68° , 68 y 50° , 59° , 71° respectivamente.

Maestro

Si.

Entrevistadora

¿Cómo se define el triángulo acutángulo?

Maestro

La caracteristica es que tiene los tres ángulos agudos.

Entrevistadora

Explica al maestro que cuando lo observó se limitó al abordaje del triángulo acutángulo que es equiángulo y equilátero.

Maestro

Concluye que la característica del triángulo acutángulo es que los tres ángulos sean agudos pero no necesariamente de igual medida.

La ejecución del maestro durante la entrevista aporta elementos que permiten deducir que este había asociado el concepto de triángulo acutángulo solo con el triángulo acutángulo en el que los tres ángulos agudos miden 60°.

ENTREVISTA MAESTRO JORGE

Hipótesis

El maestro Jorge restringe el concepto de triángulo rectángulo al triángulo que tiene un ángulo recto y los otros dos ángulos agudos de una medida de 45 grados cada uno.

Entrevistadora

Construya un triángulo rectángulo.

Maestro

Construye un triángulo rectángulo cuyos ángulos miden 45° , 90° , 45°.

Entrevistadora

¿Qué caracteristicas tiene ese triángulo?

Maestro

En particular los dos lados miden igual

Entrevistadora

¿Qué otros nombres se le pueden asignar?

Maestro

Isósceles.

Entrevistadora

Construya un triángulo rectángulo diferente al que dibujó.

Maestro

Construye un triángulo rectángulo cuyos ángulos miden 26° , 90° , 64°.

Entrevistadora

¿Cuánto miden sus ángulos?

Maestro

Comprueba midiendo con el transportador que los ángulos agudos miden 26° y 64° y menciona "todos sus lados son diferentes por lo que es un escaleno".

Entrevistadora

¿Qué conclusión puede obtener?

Maestro

Cuando enseñé el triángulo rectángulo me limité al isósceles y no necesariamente el triángulo rectángulo es isósceles, también puede ser escaleno.

La ejecución del maestro durante la entrevista aporta elementos que permiten deducir que este habia asociado el concepto de triángulo rectángulo solo con el triángulo rectángulo en el que los dos ángulos agudos miden 45°.

ENTREVISTA MAESTRA CATALINA

Hipótesis

La maestra Catalina restringe el concepto de ángulo recto al ángulo formado por una horizontal y una vertical.

Entrevistadora

Construya un ángulo recto.

Maestra

Dibuja dos segmentos que forman en ángulo recto. Uno en posición horizontal y el otro en posición vertical

Entrevistadora

¿Cómo son los lados de ese ángulo?

Maestra

No entiendo.

Entrevistadora

¿Qué caracteristicas tienen?

Maestra

Son lineas con una dirección horizontal y vertical.

Entrevistadora

¿Cuánto mide ese ángulo?

Maestra

90°.

Entrevistadora

¿Cómo se define el ángulo recto?

Maestra

Un ángulo que parte de un vértice con una línea horizontal y una vertical.

Entrevistadora

Toma la hoja de papel en la que está trabajando el maestro y pregunta, ¿en esta hoja hay algún ángulo recto ?

Maestra

Cuenta las cuatro esquinas de la hoja y responde " cuatro y cinco con el que hice"

Entrevistadora

¿Cuáles son esos ángulos?

Maestra

Las esquinas.

Entrevistadora

¿ En qué posición están los bordes de la hoja?

Maestra

Vertical y horizontal.

Entrevistadora

¿Qué pasa si coloco la hoja en otra posición? ¿Los bordes siguen formando ángulos rectos? (Voltea la hoja de manera que para la maestra los ángulos que forman los bordes no queden en posición vertical y horizontal).

Maestra

Vertical y horizontal.

Entrevistadora

¿Se siguen formando ángulos rectos?

Maestra

Sí, pero ya no están en posición horizontal y vertical.

Entrevistadora

Entonces, el ángulo recto debe estar formado por una horizontal y una vertical.

Maestra

No, pero como lo explico.

Entrevistadora

¿Cuánto mide el ángulo, no importa la posición de la hoja?

Maestra

Si lo pongo horizontal y vertical mide 90° y si lo inclino también mide 90°. (Refiriéndose a la posición de la hoja de papel).

Entrevistadora

Entonces, ¿cómo se define el ángulo recto?

Maestra

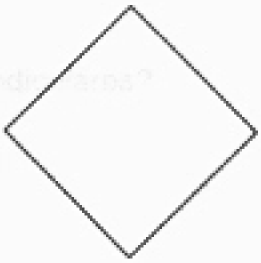
Que mida 90°.

Entrevistadora

Construya un ángulo recto en el que sus lados no estén en posición vertical y horizontal.

Maestra

Dibuja un ángulo de 90° y luego construye un cuadrado a partir de ese ángulo. Mide los cuatro ángulos y menciona "todos miden 90°, solo que está mirando para el cielo".



Luego menciona "en dos libros aparece el rombo como si fuera un cuadrado y el rombo debe ser alargado, ¿un rombo necesariamente debe tener una diagonal mayor?

Entrevistadora

Trace las diagonales

Maestra

Las traza y menciona que miden lo mismo. Luego agrega ¿deben tener diagonal mayor y menor?

Entrevistadora

¿Cómo son los lados del rombo?

Maestra

Miden igual solo que se achata. Explique y no apunte tanto. (Refiriéndose en tono de broma a los apuntes de la entrevistadora)

Entrevistadora

Explica que es un paralelogramo en el que los cuatro lados son de igual medida y las diagonales son perpendiculares, por lo que además es un rombo.

Maestra

Sí, me retiro de la educación.
(Esta expresión la emite ante la situación de no conocer algo que en ese momento le parecía muy evidente)

Entrevistadora

Construya un rombo que tenga las diagonales de diferente medida.

Maestra

Construye un rombo en el que las diagonales miden 8cm y 4cm respectivamente.

Entrevistadora

¿Las diagonales son perpendiculares?

Maestra

Sí.

Entrevistadora

¿Cómo son los lados?

Maestra

De igual medida

Entrevistadora

¿Es un paralelogramo?

Maestra

Si.

Entrevistadora

¿Por qué?

Maestra

Los lados son paralelos.

Entrevistadora

¿Este rombo es un cuadrado?

Maestra

Si, todos los lados son iguales.

Entrevistadora

¿Cómo son los ángulos?

Maestra

Agudos y obtusos y entonces no es un cuadrado. Pregunta, ¿un rombo puede ser un cuadrado?

Entrevistadora

¿Cuándo?

Maestra

Cuando los ángulos miden 90°.

Entrevistadora

¿Cómo deben ser las diagonales para que los ángulos midan 90°?

Maestra

De la misma medida.

Entrevistadora

¿Qué podemos concluir acerca de la relación entre el cuadrado y el rombo?

Maestra

Las diagonales deben ser perpendiculares, son paralelogramos y algunos rombos pueden ser cuadrados.

Entrevistadora

Todo cuadrado es un rombo.

Maestra

Si.

La ejecución de la maestra durante la entrevista aporta elementos que permiten deducir que esta había asociado el concepto de ángulo recto con el ángulo formado por una vertical y una horizontal, había construido un concepto de rombo en el que necesariamente debe haber una diagonal mayor y una diagonal menor, situación que interfería en la construcción de la relación rombo – cuadrado.

SEGUNDA ENTREVISTA MAESTRA CATALINA

Hipótesis

La maestra Catalina restringe el concepto de rectángulo al rectángulo en el que los lados opuestos son de diferentes medida.

Entrevistadora

Construya un rectángulo.

Maestra

Construye un rectángulo de 6cm por 3cm.

Entrevistadora

¿Qué características tienen los ángulos?

Maestra

Son ángulos rectos. Luego menciona "uno se encasilla en esa posición horizontal, voy a hacer otro igual pero inclinado y agrega, sigue siendo el mismo"

Entrevistadora

Construya en el que los cuatro lados sean de igual medida.

Maestra

No sería un rectángulo, sería un cuadrado.

Entrevistadora

Hágalo

Maestra

Construye un rectángulo de 4cm de lado.

Entrevistadora

¿Cómo se define un rectángulo?

Maestra

Paralelogramo que tiene los cuatro ángulos rectos y dos dimensiones diferentes y los lados opuestos son iguales.

Entrevistadora

¿Cómo son los lados opuestos del cuadrado?

Maestra

Iguales

Entrevistadora

¿El rectángulo cumple con esta misma condición?

Maestra

No, porque en el cuadrado todos los lados son opuestos y en el rectángulo solo los opuestos son iguales.

Entrevistadora

¿El largo y el ancho de un rectángulo pueden ser de igual medida?

Maestra

No, porque ya no seria rectángulo, aunque si los lados opuestos son iguales cabe también para el cuadrado.

Entrevistadora

¿Qué sucede cuando en un rectángulo son iguales las dimensiones del largo y el ancho?

Maestra

Se transformaria en un cuadrado.

Entrevistadora

¿Cuándo sucede que un rectángulo es además un cuadrado?

Maestra

Cuando todos sus lados son iguales.

Entrevistadora

¿Un cuadrado es un rectángulo?

Maestra

Sí y agrega, un cuadrado es un rectángulo porque cumple con las características del rectángulo, pero no todo rectángulo cumple con las características del cuadrado, lo es cuando los cuatro lados opuestos tienen la misma medida.

La ejecución de la maestra durante la entrevista aporta elementos que permiten deducir que esta habia construido un concepto de rectángulo en el que necesariamente los lados opuestos deben ser de diferente medida, situación que interferia en la construcción de la relación rectángulo – cuadrado.

En esta segunda entrevista cuando cambia el rectángulo que había trazado en el que colocó uno de sus lados en posición horizontal, por un rectángulo en el que los lados que forman el ángulo recto no están en posición vertical y horizontal, se percibe un rompimiento con las formas tradicionales de colocar el rectángulo, el cual es producto de la construcción de ángulo recto que habia hecho en la entrevista anterior, en la que se desligó de la percepción que ella tenia de que el ángulo recto necesariamente debe estar formado por una vertical y una horizontal.

ENTREVISTA MAESTRA ALBA

Hipótesis

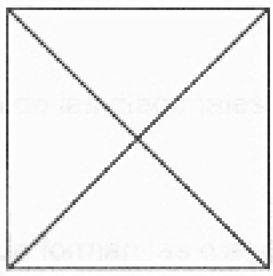
La maestra Alba presenta deficiencias en la construcción de relaciones entre polígonos.

Entrevistadora

Construya un paralelogramo

Maestra

En la cuadricula de puntos construye un cuadrado de 2cm x 2cm.



Entrevistadora

¿Qué características tiene el paralelogramo que construyó en relación con sus lados y con sus ángulos?

Maestra

Tiene ángulos rectos iguales y lados iguales.

Entrevistadora

¿Qué nombres se le pueden asignar a la figura que se formó?

Maestra

Cuadrado, rombo.

Entrevistadora

¿Por qué rombo?

Maestra

Porque son iguales

Entrevistadora

Trace sus diagonales, ¿es un rombo?

Maestra

Sí, porque lo puedo estirar de la esquina y se forma un rombo.
Coloca la hoja en posición diagonal y menciona "así como está puede ser un rombo". Luego vuelve a colocar la hoja en posición vertical y menciona de nuevo que "así como se ve puede ser un rombo",

Entrevistadora

¿Qué relación existe entre estas diagonales?

Maestra

Son desiguales.
Luego mide la longitud de las diagonales y concluye que son iguales.

Entrevistadora

¿Cómo es el ángulo que forman las diagonales?

Maestra

De menos de 90°.

Entrevistadora

¿Es un rombo? ¿Por qué?

Maestra

Si porque si lo jalo de las esquinas se alarga y las diagonales forman ángulo recto, aunque la vista engaña y miden lo mismo.

Entrevistadora
r

¿Es un cuadrado? ¿Por qué?

Maestra

Sí, sus cuatro lados son iguales.

Entrevistadora

Si usted dibujó un cuadrado y trazó sus diagonales y luego concluyó que se formó un rombo, entonces, ¿ en qué se asemejan los cuadrados y los rombos?

Maestra

En que tienen la misma medida y al estirarle las puntas se forma un rombo en un cuadrado.

Entrevistadora

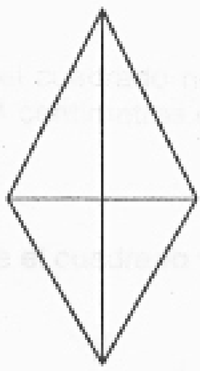
¿Cuánto miden los ángulos que forman las diagonales?

Maestra

Forman ángulos rectos de 90°.

Entrevistadora

Dibuja en la cuadricula de puntos un rombo cuyas diagonales miden 4cm y 2cm y pregunta ¿qué figura se formó?



Maestra

Un rombo que tiene la diagonal mayor y la diagonal menor.

Entrevistadora

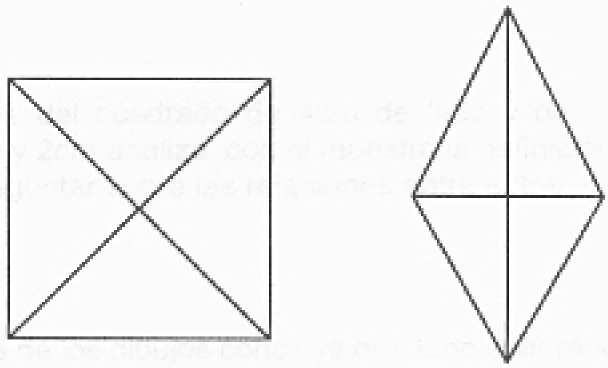
¿Es un cuadrado?

Maestra

Sí, porque aunque tenga ángulos agudos se forma un cuadrado porque los lados son iguales.

Entrevistadora

¿Si usted dibujara en la pizarra un cuadrado para que sus niños lo vean, cual cuadrado dibujaría?



Maestra

A los niños les dibujaría el cuadrado normal y señala el cuadrado que había dibujado inicialmente de 4 centímetros de lado.

Entrevistadora

¿Qué relación existe entre el cuadrado y el rombo?

Maestra

El cuadrado tiene los ángulos rectos y los lados iguales.

Entrevistadora

Señala el rombo cuyas diagonales miden 4cm y 2cm y pregunta ¿Qué nombre se le puede asignar a esta figura ?

Maestra
Es un rombo pero no es un cuadrado porque se desfigura la imagen.

Entrevistadora

Señala el cuadrado de 4cm x 4cm y pregunta ¿Qué nombre se le puede asignar a esta figura ?

Maestra

Es un cuadrado y un rombo, porque es un cuadrado en el que le puedo jalar los extremos y se forma un rombo.

Luego señala el rombo cuyas diagonales miden 4cm y 2m y menciona "este es un rombo definido"

Entrevistadora

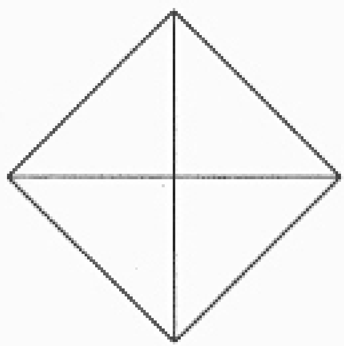
A partir de los dibujos del cuadrado de 4cm de lado y del rombo cuyas diagonales miden 4cm y 2cm analiza con el maestro la definición de cuadrado y rombo y vuelve a preguntar sobre las relaciones entre estos.

Maestra

Con base en el análisis de los dibujos concluye que todo cuadrado es un rombo pero menciona erróneamente que todo rombo es un cuadrado.

Entrevistadora

Dibuja un rombo con las diagonales congruentes de 4cm cada una y pregunta ¿cómo son sus lados y cómo son sus ángulos?



Maestra

Concluye que es también un cuadrado y lo diferencia del rombo cuyas diagonales miden 4cm y 2cm.

La ejecución de la maestra durante la entrevista aporta elementos que permiten deducir que esta presenta deficiencias en la construcción de relaciones entre polígonos, en esta caso específico no reconoce el cuadrado como un rombo y no ha construido la relación existente entre cuadrados y rombos.

Además la maestra presenta una distorsión en la construcción del concepto de:

- Rombo por cuanto solo reconoce como tal el rombo que presenta una diagonal mayor y una diagonal menor al que ella llama "rombo definido", en este sentido afirma que el cuadrado puede llegar a ser un rombo solo si se jala de sus esquinas.
- Cuadrado por cuanto menciona que un rombo cuyas diagonales miden 4cm y 2cm puede ser un cuadrado aunque tenga ángulos agudos porque cumple con tener los lados iguales. En este sentido solo considera la congruencia entre los lados y no considera que los ángulos deben ser rectos.

ENTREVISTA MAESTRA ALFONSINA

Hipótesis

La maestra Alfonsina presenta deficiencias en la construcción de relaciones entre polígonos.

Entrevistadora

Construya un rectángulo.

Maestra

En la cuadrícula de puntos construye un rectángulo de 5cm x 2cm.

Entrevistadora

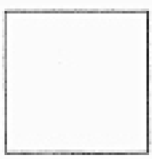
¿Qué características tiene el rectángulo en relación con sus lados y con sus ángulos?

Maestra

Debe tener dos lados largos y dos lados cortos.

Entrevistadora

Dibuja un cuadrado de 2cm de lado y pregunta ¿qué nombre se puede dar a la figura que se formó?



Maestra

Si partimos el rectángulo a la mitad se forman dos cuadrados.

Entrevistadora

Una mitad del rectángulo es un cuadrado.

Maestra

Se forman dos cuadrados.

Entrevistadora

Aunque por lo general se dibuja con dos lados opuestos más largos, la definición de rectángulo se refiere solo a un polígono que tiene los cuatro ángulos internos rectos.

Maestra

Para facilidad del chiquito hay que decirle que tiene dos lados largos y dos cortos.

Entrevistadora

¿Todo rectángulo es un cuadrado?

Maestra

Todo cuadrado es un rectángulo y todo rectángulo es un cuadrado porque cumple con tener los ángulos rectos.

Entrevistadora

¿En qué se asemejan los cuadrados y los rectángulos?

Maestra

En sus ángulos.

Entrevistadora

¿En qué se diferencian los cuadrados y los rectángulos?

Maestra

En sus lados.

Entrevistadora

¿Qué condición debe cumplir un rectángulo para que a la vez sea un cuadrado?
¿Cómo tendría que dibujar un rectángulo para que sea también un cuadrado?

Maestra

En el dibujo del rectángulo de 5cm de largo por 2cm de ancho señala que este debería medir 2cm de largo.

La ejecución de la maestra durante la entrevista aporta elementos que permiten deducir que esta presenta deficiencias en la construcción de relaciones entre polígonos; no reconoce el cuadrado como un rectángulo y no ha construido la relación existente entre cuadrados y rectángulos.

Además la maestra presenta una distorsión en la construcción del concepto de rectángulo al considerar que este necesariamente debe tener "dos lados largos y dos lados cortos".

ENTREVISTA MAESTRA ZAYDA

Hipótesis

La maestra Zayda presenta deficiencias en la construcción de relaciones entre polígonos.

Entrevistadora

Construya un rectángulo.

Maestra

Construye un rectángulo de 5cm x 2cm y explica que lógicamente el ancho debe ser menor.

Entrevistadora

¿Qué caracteristicas tiene el rectángulo que construyó en relación con sus lados y sus ángulos?

Maestra

Los lados opuestos deben ser paralelos y los ángulos rectos y agrega luego que el ancho debe ser menor porque el rectángulo debe tener dos lados anchos y dos largos porque sino sería un cuadrado, al tener los lados iguales sería otra figura.

Entrevistadora

Construya un rectángulo que tenga sus cuatro lados de igual medida.

Maestra

Construye un rectángulo de 4cm x 3cm.

Entrevistadora

Hace un llamado a la indicación de que los cuatro lados deben ser de igual medida.

Maestra

Construye un rectángulo de 3cm x 3cm.

Entrevistadora

¿Qué nombres se le pueden asignar a la figura que se formó?

Maestra

Paralelogramo porque tiene los lados opuestos paralelos.
Cuadrilátero porque tiene cuatro lados.

Entrevistadora

¿Es un cuadrado?

Maestra

Sí, porque los cuatro lados son iguales.

Entrevistadora

Retoma la observación hecha por la maestra cuando construyó el rectángulo de 4cm x 2m y afirmó que en el rectángulo los lados opuestos deben ser paralelos y los ángulos rectos y pregunta señalando el cuadrado de 3cm x 3m si este ¿es un rectángulo?

Maestra

Los lados opuestos son paralelos y los ángulos son rectos pero sería un rectángulo si los pares de lados opuestos son diferentes.

Entrevistadora

Pregunta de nuevo, ¿es un rectángulo?, ¿por qué?

Maestra

Sería un rectángulo si tuviera dos lados más largos.

Entrevistadora

¿Es un cuadrado? , ¿por qué?

Maestra

Sí, tiene cuatro lados de igual medida y ángulos rectos.

Entrevistadora

¿En qué se asemejan los cuadrados y los rectángulos?

Maestra

En que los lados opuestos son paralelos y ambos poseen ángulos rectos.

Entrevistadora

¿En qué se diferencian los cuadrados y los rectángulos?

Maestra

En el largo y el ancho.

Entrevistadora

¿Qué relación existe entre el rectángulo y el cuadrado?

Maestra

Ambos son cuadriláteros y paralelogramos.

Entrevistadora

¿Cómo define el rectángulo cuando lo estudia con los niños?

Maestra

Figura de cuatro lados que tiene lados opuestos de igual medida y dos lados de menor medida.

La base es el largo y el otro lado es el ancho.

Entrevistadora

¿Cómo define el cuadrado cuando lo estudia con los niños?

Maestra

Figura de cuatro lados de igual medida y ángulos rectos.

Entrevistadora

Regresa a las condiciones dadas inicialmente por la maestra de que en el rectángulo los lados opuestos deben ser paralelos y los ángulos rectos y pregunta de nuevo si el cuadrado de 3cm x 3cm cumple con esas condiciones.

Maestra

El cuadrado puede estar formado por dos rectángulos y agrega además que el cuadrado es un rombo.

Maestra

Rectos.

Entrevistadora

¿Puedo definir el rectángulo como un paralelogramo que tiene los cuatro ángulos rectos?

Maestra

Entonces sería un cuadrado.

Entrevistadora

Haciendo uso de paletas dibuja un rectángulo de 2 paletas de largo x 1 paleta de ancho y pregunta si este es un cuadrado?

Maestra

No

Entrevistadora

Haciendo uso de paletas dibuja un cuadrado de 1 paletas de largo x 1 paleta de ancho y pregunta si este es un rectángulo?

Maestra

Sí, pero luego toma tres paletas y los transforma en dos cuadrados de dimensiones de 1 paleta x 1 paleta para ver que juntos si forman un rectángulo de dimensiones de 2 paletas x 1 paleta y pide que se le explique porque en todos los libros dibujan los rectángulos con dos lados más largos y dos lados más cortos.

Entrevistadora

Hace uso de la definición de rectángulo como paralelogramo que tiene los cuatro ángulos rectos y de cuadrado como paralelogramo que tiene los cuatro ángulos rectos y los cuatro lados congruentes para ayudar a la maestra a construir la relación entre rectángulos y cuadrados.

Maestra

Deduce que todo cuadrado es un rectángulo pero no todo rectángulo es un cuadrado.

Entrevistadora

¿Por qué el cuadrado en un rombo?

Maestra

Porque se pueden trazar las diagonales y el rombo puede tener los cuatro lados iguales.

Entrevistadora

¿Todo cuadrado es un rombo?

Maestra

Sí, aunque el rombo también puede tener una diagonal mayor y una diagonal menor.

Entrevistadora

¿Todo rombo es un cuadrado?

Maestra

No, porque por la diferencia en las diagonales varian los ángulos.

Entrevistadora

Regresa a las condiciones dadas inicialmente por la maestra de que en el rectángulo los lados opuestos deben ser paralelos y los ángulos rectos y pregunta de nuevo si el cuadrado de 3cm x 3cm cumple con esas condiciones.

Maestra

No, porque tiene todos los lados iguales y siento que el rectángulo debe tener dos lados más pequeños.
Si divido este cuadrado en dos partes si puedo tener dos rectángulos.

Entrevistadora

La pregunta no se refiere a que si se puede dividir el cuadrado en dos rectángulos, sino a que ¿si este cuadrado de 3cm x 3m puede ser un rectángulo?
Dibuja un romboide, hace alusión a que en este paralelogramo los lados opuestos son congruentes y pregunta ¿en el caso del rectángulo además de la congruencia entre los lados opuestos, cómo deben ser los ángulos?

Entrevistadora

Hace uso de la construcción de un diagrama de Venn para retroalimentar la relación construida por la maestra entre rectángulos y cuadrados y presenta a la maestra en siguiente diagrama para que ella ubique en este los rectángulos y los cuadrados.

Maestra

Señala la inclusión de los rectángulos dentro de los cuadrados.

Entrevistadora

Todo rectángulo es un cuadrado.

Maestra

No, es al revés y señala la inclusión de los cuadrados dentro de los rectángulos.

Entrevistadora
Dibuja un rombo de diagonales de 4cm x 2cm y pregunta ¿si este en un polígono regular?

Maestra
Si porque tiene los cuatro lados iguales pero luego rectifica y menciona que no porque además debe tener los cuatro ángulos iguales.

Entrevistadora

¿Cómo se definen los polígonos regulares?

Maestra

Son los que tienen iguales los cuatro lados y los cuatro ángulos.

Nota

Después de construir la relación entre rectángulos y cuadrados se retoma el concepto de polígonos regulares porque en la observación de aula que previamente se hizo la maestra no consideró la congruencia entre los ángulos y solo hizo mención a "la igualdad entre los lados".

ANEXO N° 3

TRANSCRIPCIÓN DE ENTREVISTAS A ESTUDIANTES

ENTREVISTA FERNANDA

Hipótesis
En su mayoría las estudiantes de los cursos de Matemática en Educación Primaria, presentan al ingreso del curso deficiencias en la construcción de relaciones entre polígonos.

PRIMERA ENTREVISTA

Entrevistador
Construya un paralelogramo

Estudiante
En la cuadrícula de puntos construye un cuadrado de 5cm x 5cm.

¿Qué características tiene el paralelogramo que construyó en relación con sus lados y con sus ángulos?

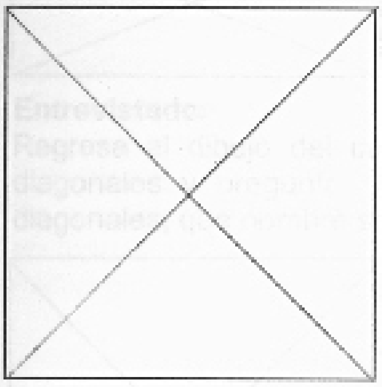
Estudiante
Todos sus ángulos y medidas de los lados son iguales.

Entrevistador
Trace sus diagonales.

Estudiante
El primer intento es trazar como diagonales segmentos en el interior del cuadrado paralelos a los lados.

Entrevistador
¿Cómo se definen las diagonales?

Estudiante
Van de vértice a vértice y las traza correctamente como segmentos que unen un vértice con el vértice opuesto.



Entrevistador
¿Qué relación existe entre las diagonales?

Estudiante
Son perpendiculares.

Entrevistador
¿Por qué son perpendiculares?

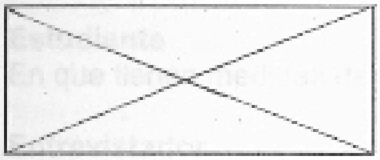
Estudiante
Porque se unen en el medio.

Entrevistador
¿Por qué, es esa la razón?

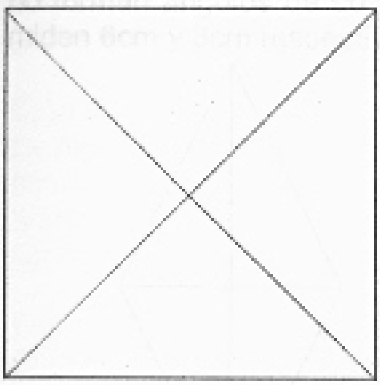
Estudiante
Luego de reflexionar menciona " es perpendicular cuando forman ángulos de 90°, son ángulos rectos", luego pregunta "¿si trazo un rectángulo las diagonales no son perpendiculares?

Entrevistador
Dibuje un rectángulo y trace sus diagonales.

Estudiante
Dibuja un rectángulo de 5cm x 2cm y traza sus diagonales y menciona que las diagonales no son perpendiculares y por el análisis del dibujo concluye que en cuadrado las diagonales son perpendiculares pero que no lo son en cualquier rectángulo.



Entrevistador
Regresa al dibujo del cuadrado de 5cm x 5cm en el que se trazaron las diagonales y pregunta, ¿ de acuerdo con la relación existente entre sus diagonales, qué nombre se le puede asignar?



Estudiante
Un rombo.

Entrevistador
¿Es un rombo? ¿Por qué?

Estudiante
Porque las diagonales son perpendiculares y las medidas de sus lados son iguales y agrega que existen rombos en los que las diagonales tienen diferente medida y que no son cuadrados.

Entrevistador
Entonces hay rombos que no son cuadrados.

Estudiante
Sí.

Entrevistador
¿Qué se puede decir de los cuadrados, todo cuadrado es un rombo?

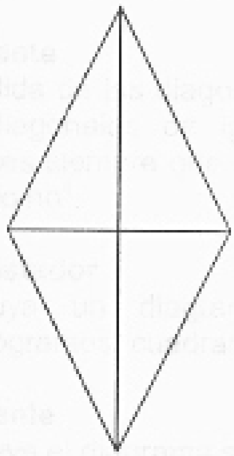
Estudiante
Todo cuadrado es un rombo pero no todo rombo es un cuadrado.

Entrevistador
¿En qué se asemejan los cuadrados y los rombos?

Estudiante
En que tienen medidas de los lados iguales y diagonales perpendiculares.

Entrevistador
¿En qué se diferencian los cuadrados y los rombos?

Estudiante
En que hay rombos que tienen una diagonal mayor y una menor y entonces ya no forman ángulos de 90° . Luego dibuja un rombo en el que las diagonales miden 6cm y 3cm respectivamente.



Entrevistador
¿Cómo podemos definir un rombo?

Estudiante
Figura plana que tiene diagonales perpendiculares con medidas de lados iguales. Duda acerca de las medidas de los ángulos del rombo por lo que los mide y comprueba que dos ángulos miden 65° cada uno y los otros dos 35° cada uno.

.

Entrevistador
¿Cómo son los ángulos?

Estudiante
Los ángulos opuestos son congruentes, luego concluye que el rombo además tiene los ángulos opuestos congruentes y pregunta ¿ entonces cómo se puede llamar al rombo cuadrado?.

Entrevistador
A la pregunta de la estudiante el entrevistador cuestiona, ¿cómo podemos definir un cuadrado partiendo de la definición de rombo?

Estudiante
Repasa la definición de rombo y menciona "figura plana de lados de igual medida y ángulos opuestos de igual medida y diagonales perpendiculares.

Entrevistador
¿Cuáles otras condiciones debe cumplir el rombo para ser un cuadrado?

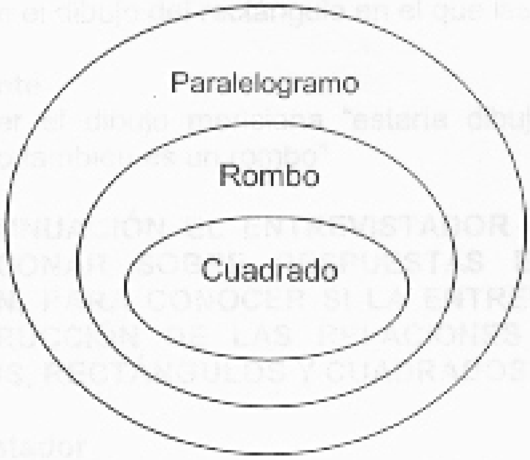
Estudiante
Los ángulos deben ser de 90°

Entrevistador
¿Qué se requiere para que los ángulos sean de 90°?

Estudiante
La medida de las diagonales debe ser igual y concluye "cuando un rectángulo tiene diagonales de igual medida es también un rombo", luego agrega "entonces siempre que dibuje un cuadrado va a ser también un rombo pero lo contrario no".

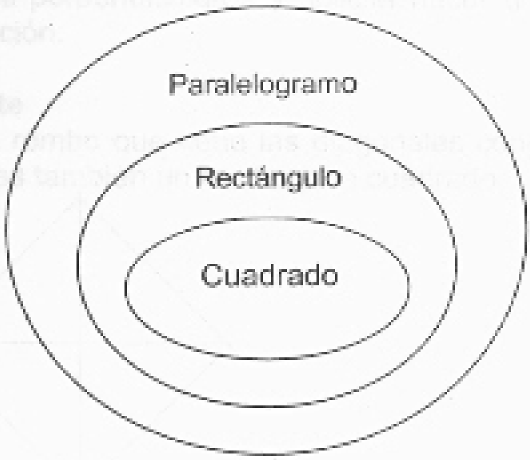
Entrevistador
Construya un diagrama de Venn que establezca la relación entre paralelogramos, cuadrados y rombos.

Estudiante
Construye el diagrama según el dibujo y lo explica:



Entrevistador
Construya un diagrama de Venn que establezca la relación entre paralelogramos, rectángulos y rombos.

Estudiante
Construye el diagrama según el dibujo y lo explica:



Luego de explicar el diagrama expresa una duda de una respuesta suya a una pregunta del examen y cuestiona ¿ por qué un rectángulo que tiene las diagonales perpendiculares es un rombo?

Entrevistador
Ante la duda expresada por el estudiante el entrevistador le solicita hacer un dibujo que represente la situación planteada, o sea un rectángulo en el que las diagonales sean perpendiculares.

Estudiante
Dibuja un rombo en el que las diagonales tienen diferente medida.

Entrevistador
De nuevo hace referencia a las caracteristicas de la construcción solicitada e insiste en el dibujo del rectángulo en el que las diagonales son perpendiculares.

Estudiante
Sin hacer el dibujo menciona "estaria dibujando un cuadrado y al ser un cuadrado también es un rombo"

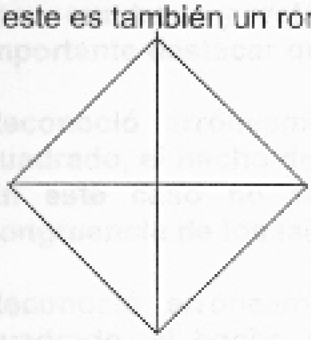
A CONTINUACIÓN EL ENTREVISTADOR LLEVA A La ESTUDIANTE A REFLEXIONAR SOBRE RESPUESTAS ESPECÍFICAS DADAS EN EL EXAMEN, PARA CONOCER SI LA ENTREVISTA LE HA FACILITADO LA CONSTRUCCIÓN DE LAS RELACIONES ENTRE PARALELOGRAMOS, ROMBOS, RECTÁNGULOS Y CUADRADOS.

Entrevistador
Pregunta al estudiante en relación con la situación de que sea condición suficiente para ser un cuadrado, el hecho de que un paralelogramo tenga los ángulos rectos.

Estudiante
No porque esta condición también la cumple el rectángulo.

Entrevistador
Pregunta a la estudiante en relación con la situación de que sea condición suficiente para ser un cuadrado, el hecho de que un paralelogramo tenga las diagonales perpendiculares y solicita hacer una construcción que representa esta situación.

Estudiante
Dibuja un rombo que tiene las diagonales congruentes y ella misma concluye que este es también un rombo y un cuadrado.

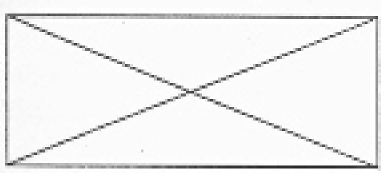


Entrevistador
Pregunta a la estudiante en relación con la situación de que sea condición suficiente para ser un cuadrado, el hecho de que un rectángulo tenga las diagonales perpendiculares y solicita hacer una construcción que representa esta situación.

Estudiante
Sin hacer el dibujo menciona "sería un cuadrado porque todo cuadrado es un rectángulo pero no todo rectángulo es un cuadrado" y agrega "el rectángulo no tiene las diagonales perpendiculares cuando tiene diferentes las medidas de los lados opuestos".

Entrevistador
Pregunta a la estudiante en relación con la situación de que sea condición suficiente para ser un rombo, el hecho de que un cuadrilátero tenga sus dos pares de lados opuestos paralelos y solicita hacer una construcción que representa esta situación.

Estudiante
Dibuja un rectángulo y traza sus diagonales.



Entrevistador
Pregunta, ¿este paralelogramo es un rombo?

Estudiante
No porque esta condición la cumplen otras figuras que no son rombos porque teniendo los lados opuestos paralelos no tienen las diagonales perpendiculares.

Esta estudiante se seleccionó para ser objeto de entrevista porque en su examen del curso de Geometría presentó deficiencias en la relación rombo – cuadrado y rectángulo – cuadrado, en su ejecución en el examen es importante destacar que:

- **Reconoció erróneamente como condición suficiente para ser un cuadrado, el hecho de que un paralelogramo tenga los ángulos rectos. En este caso no atendió a la otra característica referente a la congruencia de los lados.**

- **Reconoció erróneamente como condición suficiente para ser un cuadrado, el hecho de que un paralelogramo tenga las diagonales perpendiculares. En este caso no atendió a la otra característica referente a la congruencia de los ángulos.**

- **Reconoció erróneamente como condición suficiente para ser un rombo, el hecho de que un cuadrilátero tenga sus dos pares de lados opuestos paralelos. En este caso no atendió a las otras característica referente a la congruencia de los lados y la perpendicularidad de las diagonales.**

- **No reconoció que un rectángulo que tiene las diagonales perpendiculares es un cuadrado y un rombo.**

Al final de la entrevista la estudiante señala que se le ha clarificado el concepto de rectas perpendiculares porque ella "no se acordaba que formaban un ángulo de 90°" y explicó que esta situación la afectó para reconocer relaciones entre rectángulos, rombos y cuadrados.

ENTREVISTA GLORIA

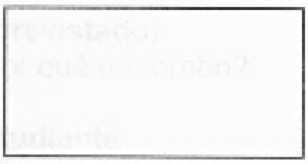
Hipótesis

En su mayoría las estudiantes de los cursos de Matemática en Educación Primaria, presentan al ingreso del curso deficiencias en la construcción de relaciones entre polígonos.

PRIMERA ENTREVISTA

Entrevistador
Construya un paralelogramo

Estudiante
En la cuadricula de puntos construye un rectángulo de 4cm x 2cm.



Luego de construir el rectángulo pregunta ¿un cuadrilátero puede ser un paralelogramo?

Entrevistador
¿Cuándo sucede que un cuadrilátero sea un paralelogramo?

Estudiante
Cuando los lados opuestos son paralelos

Entrevistador
¿Qué caracteristicas tiene el paralelogramo que construyó en relación con sus lados y con sus ángulos?

Estudiante
Sus ángulos son rectos y los lados opuestos son paralelos.

Entrevistador
Construya un paralelogramo que tenga sus cuatro lados de igual medida.

Estudiante
Construye un cuadrado de 2cm x 2cm.

Entrevistador
¿Qué nombres se le pueden asignar a la figura que se formó?

Estudiante
Cuadrado, rectángulo, rombo.

Entrevistador
¿Por qué un cuadrado?

Estudiante
Porque tiene los cuatro lados de igual medida y sus ángulos son iguales y miden 90°.

Entrevistador
¿Por qué un rectángulo?

Estudiante
Porque tiene los lados opuestos paralelos y los ángulos miden 90°.

Entrevistador
¿Por qué un rombo?

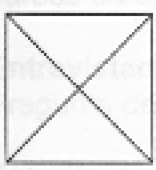
Estudiante
Si lo vemos torcidito es un rombo.

Entrevistador
¿Por qué si lo vemos torcidito es un rombo?

Estudiante
Porque las diagonales caen perpendicularmente.

Entrevistador
Trace sus diagonales.

Estudiante
Traza las diagonales en el cuadrado de 2cm x 2cm.



Entrevistador
¿Qué ángulo formaron las diagonales en su intersección?

Estudiante
Un ángulo de 90°. Luego menciona "tengo una duda porque si es un cuadrado en el que las diagonales caen perpendicularmente entonces es un rombo".

Entrevistador
¿En qué se asemejan los cuadrados y los rombos?

Estudiante
En que tienen las diagonales perpendiculares, cuatro lados paralelos (aclara señalando los pares de lados opuestos) y de igual medida.

Entrevistador
¿En qué se diferencian los cuadrados y los rombos?

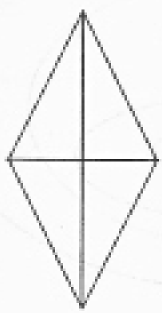
Estudiante
No siempre el rombo va a ser un cuadrado.

Entrevistador
¿Por qué?

Estudiante
Mencionó "no lo puedo explicar"

Entrevistador
Dibuje un rombo que no sea un cuadrado.

Estudiante
Dibuja un rombo cuyas diagonales miden 4cm y 2cm respectivamente.



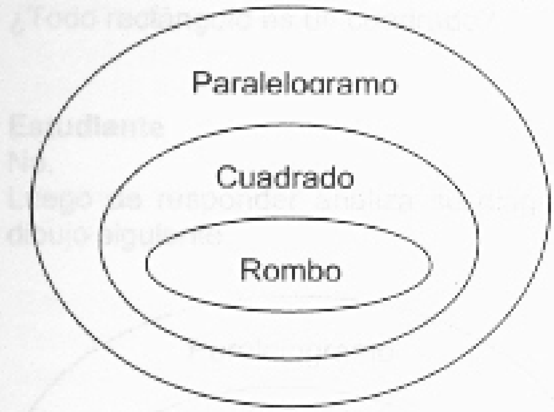
Luego de dibujar el rombo la estudiante menciona "lo veo más angosto y los ángulos opuestos miden igual pero no todos los cuatro ángulos miden igual, parece un cuadrado acostado pero no tiene los ángulos iguales".

Entrevistador
Pregunta de nuevo ¿en qué se diferencian los cuadrados y los rombos?

Estudiante
Un cuadrado siempre es un rombo pero un rombo no siempre es un cuadrado, no lo es cuando sus ángulos no son iguales.

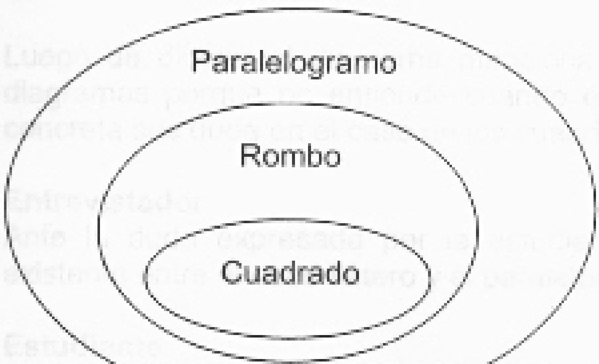
Entrevistador
Construya un diagrama de Venn que establezca la relación entre paralelogramos, cuadrados y rombos.

Estudiante
Construye el diagrama según el dibujo siguiente.



Entrevistador
¿Todos rombo es un cuadrado?

Estudiante
No.
Luego de responder analiza su diagrama y lo construye de nuevo según el dibujo siguiente.



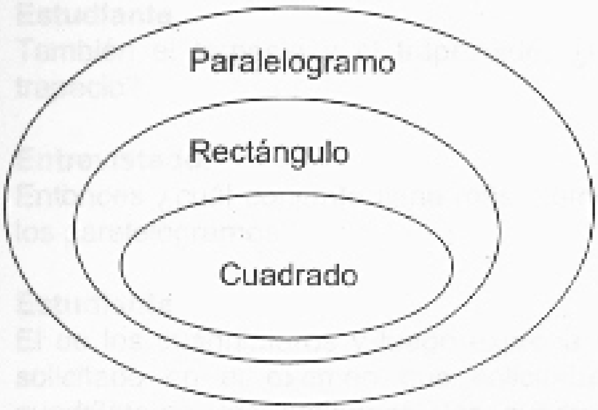
Entrevistador
Construya un diagrama de Venn que establezca la relación entre paralelogramos, rectángulos y rombos.

Estudiante
Construye el diagrama según el dibujo siguiente.

Entrevistador

¿Todo rectángulo es un cuadrado?

Estudiante
No.
Luego de responder analiza su diagrama y lo construye de nuevo según el dibujo siguiente.



Luego de dibujar el diagrama menciona que tiene dificultad para hacer los diagramas porque no entiende cuando es que un conjunto incluye al otro y concreta sus duda en el caso de los cuadriláteros y los paralelogramos.

Entrevistador
Ante la duda expresada por la estudiante pregunta ¿cuál es la diferencia existente entre el cuadrilátero y el paralelogramo?

Estudiante
Un cuadrilátero es una figura que tiene cuatro lados y un paralelogramo es una figura que tiene los cuatro lados paralelos entre sí.

Entrevistador
Ante la situación presentada al inicio de la entrevista en la que la estudiante define que el paralelogramo tiene los cuatro lados paralelos entre sí, el entrevistador pregunta ¿cómo son los cuatro lados paralelos entre sí?

Estudiante
Más bien son 4 lados y lados opuestos paralelos entre sí.

Entrevistador
¿De acuerdo con esta definición, ¿todo paralelogramo es un cuadrilátero?

Estudiante
Sí.

Entrevistador
¿Todo cuadrilátero es un paralelogramo?

Estudiante
Yo diría que si también, los cuadriláteros son rombo, cuadrado, rectángulo, ¿me falta alguno?

Entrevistador
¿Cuáles otros son cuadriláteros?

Estudiante
También el trapecio y el trapezoide, ¿entonces no todo cuadrilátero es un trapecio?

Entrevistador
Entonces ¿cuál conjunto tiene más elementos, el de los cuadriláteros o el de los paralelogramos?

Estudiante
El de los cuadriláteros y luego expresa su duda en relación con el diagrama solicitado en el examen que solicitaba relacionar los paralelogramos, los cuadriláteros, los polígonos, los cuadrados, los trapecios y los rombos y menciona "tengo una duda, qué es un polígono, cuáles son polígonos?"

Entrevistador
¿Cuál es el polígono de menor número de lados ?

Estudiante
El triángulo.

Entrevistador
¿Cuál es el polígono de cuatro lados?

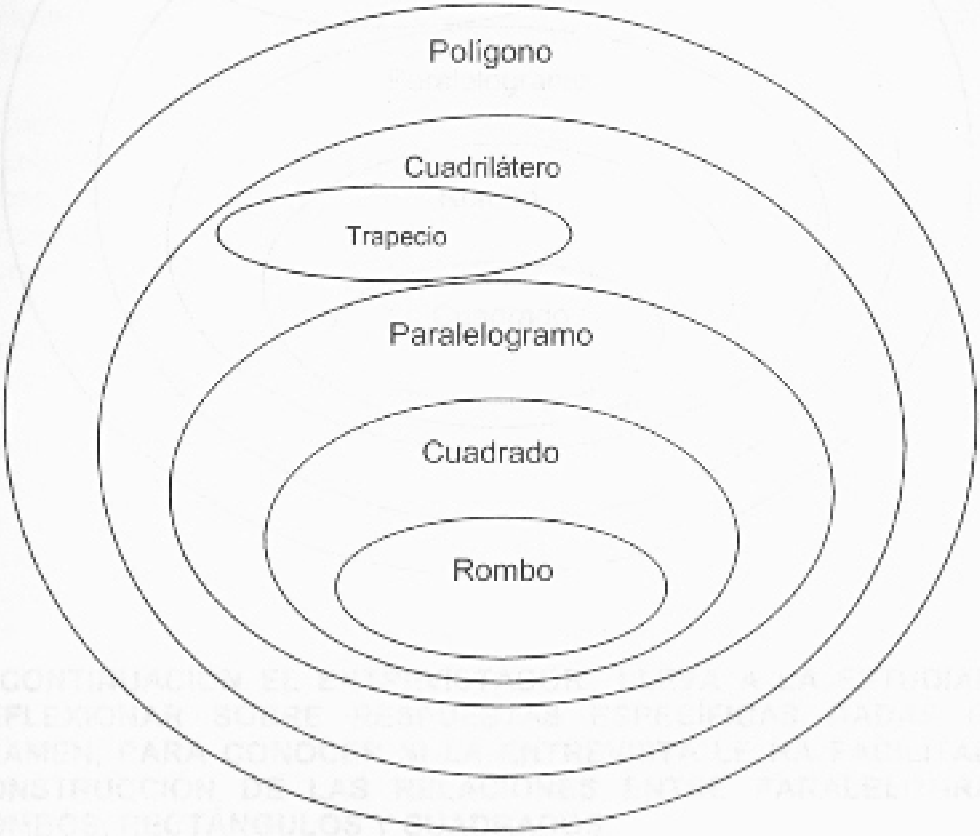
Estudiante
El cuadrilátero.

Entrevistador
¿Cuál es el polígono de cinco lados?

Estudiante
El pentágono y luego ella misma concluye, polígonos son todos.

Entrevistador
Solicita dibujar el diagrama del examen en el que se deben relacionar los paralelogramos, los cuadriláteros, los polígonos, los cuadrados, los trapecios y los rombos.

Estudiante
Construye el siguiente diagrama según el dibujo siguiente. Establece correctamente la relación polígono – cuadrilátero – paralelogramo - trapecio, pero de nuevo tiene dificultad para establecer la relación rombo – cuadrado.

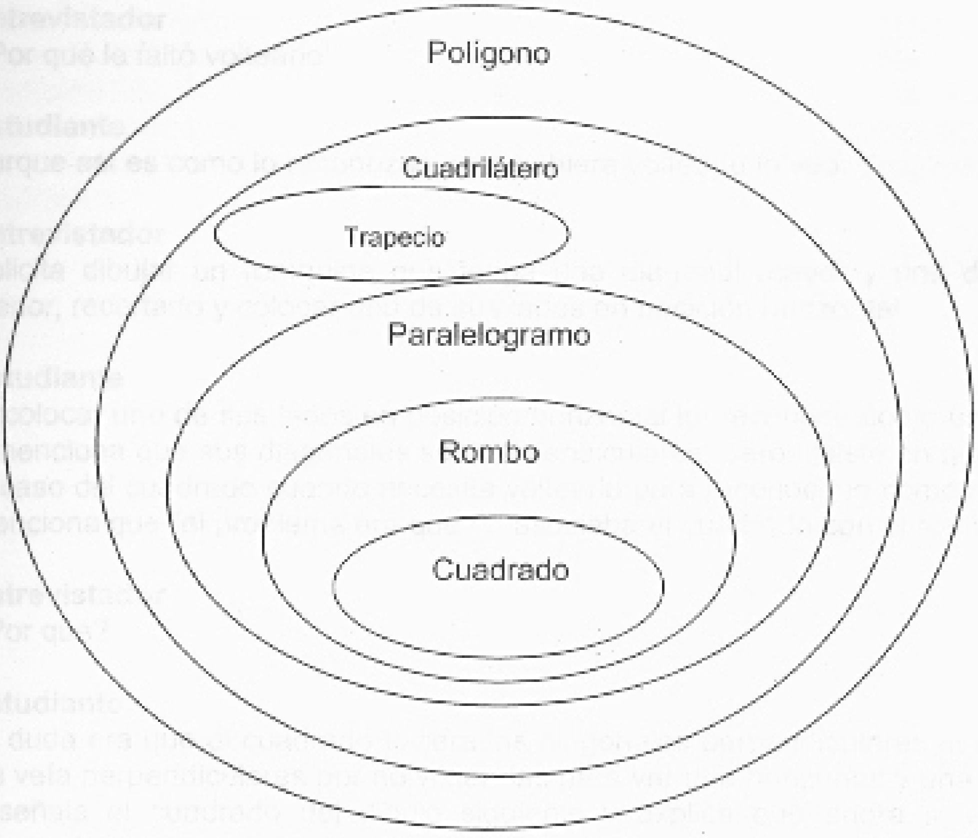


Entrevistador
¿Cuál es la relación existente entre el cuadrado y el rombo?

Estudiante
Un cuadrado siempre es un rombo pero un rombo no siempre es un cuadrado.

Entrevistador
Entonces, ¿cuál conjunto tiene más elementos e incluye al otro?

Estudiante
El de los rombos y construye de nuevo el diagrama incluyendo el conjunto de las cuadrados dentro del conjunto de los rombos, según el dibujo siguiente.



A CONTINUACIÓN EL ENTREVISTADOR LLEVA A LA ESTUDIANTE A REFLEXIONAR SOBRE RESPUESTAS ESPECÍFICAS DADAS EN EL EXAMEN, PARA CONOCER SI LA ENTREVISTA LE HA FACILITADO LA CONSTRUCCIÓN DE LAS RELACIONES ENTRE PARALELOGRAMOS, ROMBOS, RECTÁNGULOS Y CUADRADOS.

Entrevistador
Pregunta al estudiante en relación con la situación de que sea condición suficiente para ser un rombo, el hecho de que un paralelogramo las diagonales lo dividan en cuatro triángulos rectángulos congruentes.

Estudiante
Traza las diagonales de diferentes rombos y basándose en el análisis de sus dibujos concluye que un paralelogramo en el que las diagonales lo dividen en cuatro triángulos rectángulos congruentes es un rombo.

Entrevistador
Pregunta a la estudiante si un rectángulo que tiene las diagonales perpendiculares es un rombo.

Estudiante
Refiriéndose al siguiente cuadrado menciona "veía el cuadrado pero creia que no tenía las diagonales perpendiculares porque me faltó voltearlo.

Entrevistador
¿Por qué le faltó voltearlo'

Estudiante
Porque así es como lo reconozco, si lo hubiera volteado lo veo.

Entrevistador
Solicita dibujar un romboide que tenga una diagonal mayor y una diagonal menor, recortarlo y colocar uno de sus lados en posición horizontal.

Estudiante
Al colocar uno de sus lados en posición horizontal lo reconoce como un rombo y menciona que sus diagonales son perpendiculares, pero insiste en que es en el caso del cuadrado cuando necesita voltearlo para reconocerlo como rombo y menciona que "el problema era que no asociaba el cuadrado con el rombo".

Entrevistador
¿Por qué?

Estudiante
Mi duda era que el cuadrado tuviera las diagonales perpendiculares porque no las veía perpendiculares por no voltearlas para ver una horizontal y una vertical y señala el cuadrado del dibujo siguiente y explica que ahora si ve esas diagonales como perpendiculares porque forman un ángulo recto, sin importar que no sean verticales y horizontales.

Esta estudiante se seleccionó para ser objeto de entrevista porque en su examen del curso de Geometría presentó deficiencias en la relación cuadrilátero – paralelogramo, rombo – cuadrado y rectángulo – cuadrado, en su ejecución en el examen es importante destacar que:

- **No reconoció que un rectángulo que tiene las diagonales perpendiculares es un cuadrado y un rombo.**
- **No reconoció que un rombo que tiene las diagonales de igual medida es un cuadrado.**
- **No reconoció que un rectángulo en el que las diagonales lo dividen en cuatro triángulos rectángulos congruentes es un rombo.**
- **No reconoció que un cuadrilátero que tiene sus cuatro lados de igual medida y sus diagonales perpendiculares es un rombo.**
- **No reconoció que un paralelogramo que tiene sus cuatro lados de igual medida es un rombo.**

Al final de la entrevista la estudiante señala que se le ha clarificado el concepto de rectas perpendiculares porque ella consideraba que una condición de las rectas perpendiculares es que una debía estar en posición horizontal y la otra en posición vertical y explicó que esta situación la afectó para reconocer relaciones entre rectángulos, rombos y cuadrados.

ENTREVISTA ANTONIA

Hipótesis
En su mayoria las estudiantes de los cursos de Matemática en Educación primaria, presentan al inicio del curso deficiencias en la construcción de relaciones entre polígonos.

Esta estudiante se seleccionó para ser objeto de entrevista porque en su examen del curso de Geometría presentó deficiencias en la relación rombo – cuadrado y rectángulo – cuadrado, en su ejecución en el examen es importante destacar que:

- Reconoció erróneamente como condición suficiente para ser un cuadrado, el hecho de que un paralelogramo tenga las diagonales perpendiculares. En este caso no atendió a la otra característica referente a la congruencia de los ángulos internos .
- Reconoció erróneamente como condición suficiente para ser un rombo, el hecho de que un cuadrilátero tenga sus dos pares de lados opuestos paralelos. En este caso no atendió a las otras característica referente a la congruencia de los lados y la perpendicularidad de las diagonales.
- No reconoció como un cuadrado ni como un rombo a un rectángulo que tiene las diagonales perpendiculares.
- No reconoció como un rombo a un paralelogramo en el que las diagonales lo dividen en cuatro triángulos rectángulos congruentes.
- No reconoció como un rombo a un cuadrilátero que tiene sus cuatro lados de igual medida y sus diagonales perpendiculares.
- No reconoció como un rombo a un paralelogramo que tiene los cuatro lados de igual medida.

Entrevistador
Dibuje un rombo en el que las diagonales tengan diferente medida.

Estudiante
En la cuadrícula de puntos construye un rombo cuyas diagonales miden 5cm y 4cm respectivamente.

A CONTINUACIÓN EL ENTREVISTADOR LLEVA A La ESTUDIANTE A REFLEXIONAR SOBRE RESPUESTAS ESPECÍFICAS DADAS EN EL EXAMEN, PARA CONOCER SI LA ENTREVISTA LE HA FACILITADO LA CONSTRUCCIÓN DE LAS RELACIONES ENTRE PARALELOGRAMOS, ROMBOS, RECTÁNGULOS Y CUADRADOS.

Entrevistador
Se centra en el hecho de que en el examen la estudiante no reconoció que un rectángulo que tiene las diagonales perpendiculares es también un rombo y le solicita a la estudiante dibujar un rectángulo que tenga las diagonales perpendiculares.

Estudiante
Dibuja un cuadrado de 5cm de lado.

Entrevistador
¿Por qué es un rectángulo?

Estudiante
Porque tiene los ángulos rectos?

Entrevistador
¿Es un cuadrado?

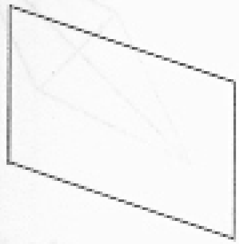
Estudiante
Porque sus lados son congruentes y sus ángulos son congruentes.

Entrevistador
¿Es un rombo?

Estudiante
Es un rombo porque tiene las diagonales congruentes.

Entrevistador
Dibuje un paralelogramo que tenga los lados de igual medida y que no sea un cuadrado o un rombo.

Estudiante
Siguiendo la plantilla de puntos que distan 1cm entre cada uno, dibuja un romboide en el que los lados opuestos miden 2cm y 2,8cm respectivamente.



Entrevistador
¿Está segura de que los cuatro lados tienen igual medida?

Estudiante
Sí, porque de un punto a otro hay 1cm.

Entrevistador
Solicita a la estudiante que mida la distancia entre los puntos.

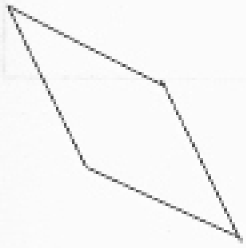
Estudiante
Comprueba que la distancia entre los puntos es de 1cm cuando se mide en sentido horizontal o vertical y que mide 1,4cm cuando se mide la diagonal entre dos puntos.

Entrevistador
¿Por qué sucede esto?

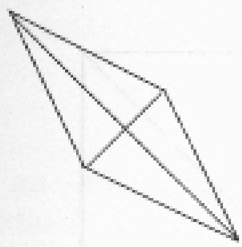
Estudiante
No lo puedo explicar.

Entrevistador
Ayuda al estudiante a explicarlo por medio del uso de distancias diagonales en el espacio de la sala donde se realiza la entrevista y solicita de nuevo hacer el dibujo de un paralelogramo que tenga los lados de igual medida y que no sea un cuadrado o un rombo.

Estudiante
Dibuja un romboide en el que los cuatro lados miden 2cm.



Entrevistador
Trace sus diagonales. ¿Cómo son las diagonales?



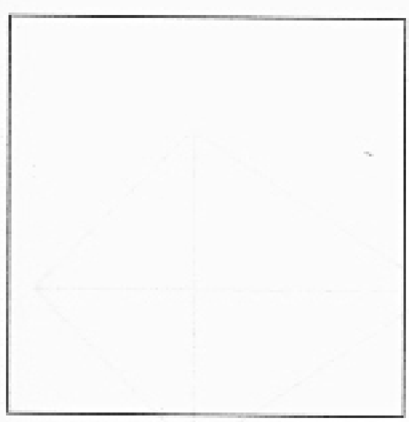
Estudiante
Perpendiculares.

Entrevistador
¿Es un rombo?

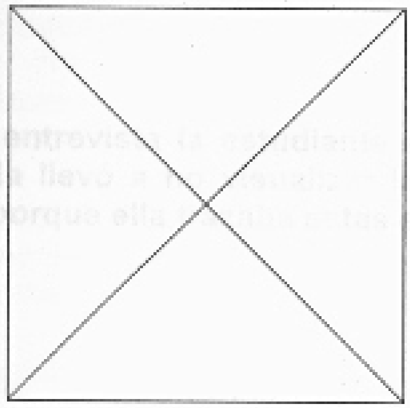
Estudiante
Sí.
Explica que consideraba como rombo a cualquier romboide y que por eso no veía la perpendicularidad de las diagonales del rombo y que además confundía el trapecio con el rombo y ella misma se aclara sobre las características de estos.

Entrevistador
Regresa al hecho de que en el examen la estudiante señaló erróneamente que un paralelogramo que tiene las diagonales perpendiculares es un cuadrado y la solicita dibujar un paralelogramo que cumpla con esta condición de tener las diagonales perpendiculares.

Estudiante
Dibuja un cuadrado de 5cm de lado.



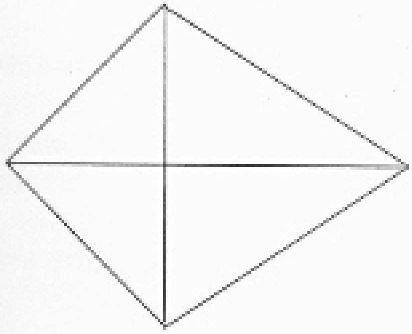
Entrevistador
Solicita trazar las diagonales y pregunta de acuerdo con los ángulos que forman las diagonales ¿qué nombre se le pueden dar?



Estudiante
Rombo o cuadrado y ella misma concluye que en el examen respondió mal porque también un rombo que no es un cuadrado cumple con la condición de ser un paralelogramo que tiene las diagonales perpendiculares, reconociendo que esta no es condición suficiente para definir un cuadrado.

Entrevistador
Solicita dibujar un rombo en el que las diagonales tengan diferente medida.

Estudiante
Dibuja un rombo en el que las diagonales miden 5cm y 4cm pero no se bisecan.



Entrevistador
¿Es un rombo?

Estudiante
No porque los lados tienen diferente medida y ella misma concluye que las diagonales del rombo deben bisecarse.

En su entrevista la estudiante señala que su confusión entre romboide y rombo la llevó a no visualizar la perpendicularidad de las diagonales del rombo porque ella trazaba estas en el romboide.

ENTREVISTA VICTORIA

Hipótesis

En su mayoria las estudiantes de los cursos de Matemática en Educación primaria, presentan al ingreso del curso deficiencias en la construcción de relaciones entre polígonos.

Esta estudiante se seleccionó para ser objeto de entrevista porque en su examen del curso de Geometría presentó deficiencias en la relación cuadrilátero – paralelogramo, rombo – cuadrado y rectángulo – cuadrado, en su ejecución en el examen es importante destacar que no reconoció que:

- **Un rectángulo que tiene las diagonales perpendiculares es un cuadrado y un rombo.**
- **Un rombo que tiene las diagonales de igual medida es un cuadrado.**
- **Un cuadrilátero que tiene sus cuatro lados de igual medida y sus diagonales perpendiculares es un rombo.**
- **Un paralelogramo que tiene sus cuatro lados de igual medida es un rombo.**
- **Un polígono regular de cuatro lados es un cuadrado.**

Entrevistador
Construya un paralelogramo

Estudiante
En la cuadrícula de puntos construye un rectángulo de 4cm x 2cm.

Entrevistador
¿Qué características tiene el paralelogramo que construyó en relación con sus lados y sus ángulos?

Estudiante
Todos sus ángulos son rectos, los lados opuestos son congruentes entre sí y paralelos entre sí.

Entrevistador
Dibuje un paralelogramo que tenga sus cuatro lados de igual medida.

Estudiante
Dibuja un cuadrado de 3cm de lado.

Entrevistador
¿Qué nombre se le pueden asignar a la figura que se formó?

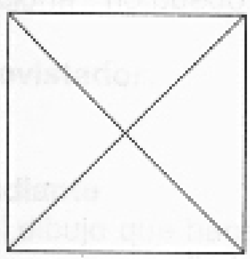
Estudiante
Cuadrado, cuadrilátero, paralelogramo, polígono regular.

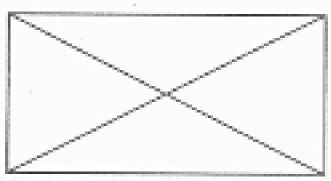
Entrevistador
¿Puede ser un rombo?

Estudiante
Sí, porque la característica del rombo es que las diagonales son perpendiculares y lo comprueba trazando las diagonales.

Entrevistador
Dibuje un rectángulo que tenga las diagonales perpendiculares.

Estudiante
De nuevo dibuja un cuadrado de 3cm de lado y pregunta "¿es un cuadrado, está bien?" Luego se devuelve al rectángulo de 4cm por 2cm , traza sus diagonales y menciona "aquí no son perpendiculares"





Entrevistador
¿Por qué en un uno son perpendiculares y en el otro no lo son?

Estudiante
Porque todo cuadrado es un rombo.

Entrevistador
¿Todo rombo es un cuadrado?

Estudiante
No, porque si es muy puntiagudo no es un cuadrado, o sea que no todo rombo es un cuadrado.

Entrevistador
¿Un paralelogramo que tiene las diagonales perpendiculares es un rombo?

Estudiante
Si y luego menciona "a no es un cuadrado"

Entrevistador
¿Es un cuadrado o es un rombo?, Además de ser perpendiculares ¿qué caracteristicas tienen las diagonales del cuadrado?

Estudiante
Son de la misma medida y forman ángulos rectos.

Entrevistador
Entonces, ¿si un paralelogramo tiene las diagonales perpendiculares es un rombo?

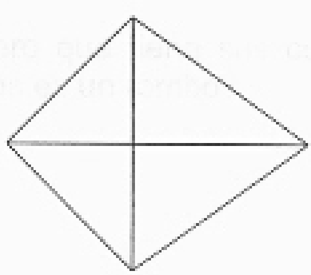
Estudiante
Si.

Entrevistador
Dibuje un rombo en el que las diagonales tengan diferente medida.

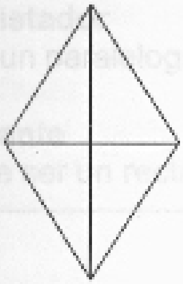
Estudiante
Trata de hacerlo en la plantilla de puntos que distan un centimetro entre sí y luego menciona " no puedo en los puntos, ¿lo puedo dibujar afuera?

Entrevistador
Si.

Estudiante
En el dibujo que hace las diagonales no se bisecan, lo observa y luego menciona "es que no me salió bien"



En un segundo intento acierta con el dibujo del rombo siguiente:



Entrevistador
¿Este rombo es un cuadrado?

Estudiante
No porque sus ángulos internos no son rectos y menciona "todo cuadrado es un rombo pero no todo rombo es un cuadrado".

Entrevistador
¿Cuándo sucede que un rombo es un cuadrado?

Estudiante
Cuando sus ángulos internos son rectos.

Entrevistador
¿Qué es necesario para que los ángulos internos sean rectos?

Estudiante
No se.

Entrevistador
¿Todos rombo es un cuadrado?

Estudiante
No.

Entrevistador
¿Qué diferencia existe entre las diagonales de un cuadrado y de un rombo?

Estudiante
Que tengan o no la misma medida.

Entrevistador
¿Un cuadrilátero que tiene sus cuatro lados de igual medida y sus diagonales perpendiculares es un rombo?

Estudiante
Sí.

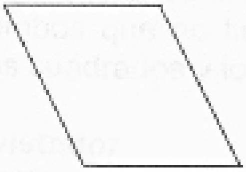
Entrevistador
Dibuje un paralelogramo que tenga los cuatro lados de igual medida.

Estudiante
¿Puede ser un rectángulo o un rombo? Luego dibuja un cuadrado de 3cm de lado.

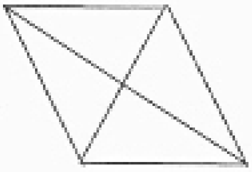
Entrevistador
Dibuje un paralelogramo que no sea un rombo o un cuadrado y que tenga los cuatro lados de igual medida.

Estudiante
No puedo hacerlo.

Entrevistador
Dibuja un romboide en el que todos los lados miden 2cm y pregunta al estudiante si este es un rombo.



Estudiante
Traza las diagonales del romboide y luego de comprobar su perpendicularidad concluye que si es un rombo y explica que las diagonales son congruentes y los lados son congruentes.



Entrevistador
¿En qué se asemejan los cuadrados y los rectángulos?

Estudiante
Tienen ángulos rectos y sus pares de lados opuestos son paralelos.

Entrevistador
¿En qué se diferencia los cuadrados y los rectángulos?

Estudiante
En que los cuatro lados del cuadrado son iguales y en el rectángulo no y luego agrega "no necesariamente, puede tener solo los dos lados opuestos congruentes".

Entrevistador
¿Todo rectángulo es un cuadrado?

Estudiante
No.

Entrevistador
¿Todo cuadrado es un rectángulo?

Estudiante
Sí, porque tiene sus cuatro ángulos rectos y los lados opuestos congruentes.

Entrevistador
¿Todo rombo es un polígono regular?

Estudiante
Polígono regular es el que tiene los ángulos congruentes y los lados congruentes y hay rombos que no tienen los ángulos congruentes. Luego menciona "entonces sólo los cuadrados y los rectángulos son polígonos regulares siempre".

Entrevistador
Los rectángulos, ¿son polígonos regulares siempre?

Estudiante
No, porque los cuatro lados tienen que ser de la misma medida.

ENTREVISTA JOSEFA

Hipótesis

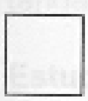
En su mayoría las estudiantes de los cursos de Matemática en Educación primaria, presentan al inicio del curso deficiencias en la construcción de relaciones entre polígonos.

Esta estudiante se seleccionó para ser objeto de entrevista porque en su examen del curso de Geometría presentó deficiencias en la relación rombo – cuadrado – rectángulo. En su ejecución en el examen es importante destacar que:

- Reconoció erróneamente como condición suficiente para ser un cuadrado, el hecho de que un paralelogramo tenga las diagonales perpendiculares.
- Reconoció erróneamente como condición suficiente para ser un cuadrado, el hecho de que un paralelogramo tenga sus diagonales perpendiculares.
- No reconoció como un rombo a un rectángulo que tiene las diagonales perpendiculares.
- No reconoció como un rombo a un paralelogramo en el que las diagonales lo dividen en cuatro triángulos rectángulos congruentes.
- No reconoció como un rombo a un cuadrilátero que tiene sus cuatro lados de igual medida y sus diagonales perpendiculares.
- No reconoció como un rombo a un paralelogramo que tiene los cuatro lados de igual medida.

Entrevistador
Dibuje un paralelogramo que tenga los ángulos rectos.

Estudiante
En la cuadrícula de puntos dibuja un cuadrado de 1cm de lado.



Entrevistador
¿Qué caracteristicas tiene el paralelogramo que dibujó en relación con sus lados y sus ángulos?

Estudiante
Ángulos rectos, lados iguales y lados opuestos paralelos

Entrevistador
¿Cómo se llama?

Estudiante
Cuadrado.

Entrevistador
Dibuje un paralelogramo que no sea un cuadrado.

Estudiante
Dibuja un rectángulo de 5cm por 1cm.

Entrevistador
¿Qué características tiene el paralelogramo que dibujó en relación con sus lados y sus ángulos?

Estudiante
Lados opuestos paralelos y ángulos rectos.

Entrevistador
¿Qué diferencia existe entre los dos ? (Refiriéndose al cuadrado y al rectángulo dibujados por la estudiante)

Estudiante
Tienen diferentes los lados.

Entrevistador
¿Es condición suficiente para ser un cuadrado el hecho de que paralelogramo tenga los ángulos rectos?

Estudiante
No, porque para que sea un cuadrado debe tener los lados de igual medida.

Entrevistador
¿Es condición suficiente para ser un cuadrado el hecho de que paralelogramo tenga los ángulos rectos?

Estudiante
El rombo y el cuadrado también los tienen.

Entrevistador
¿Qué otra característica debe cumplir un paralelogramo para ser un rombo?

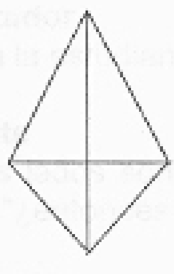
Estudiante
Diagonales perpendiculares.

Entrevistador
¿Qué más ?

Estudiante
Ángulos opuestos de igual medida.

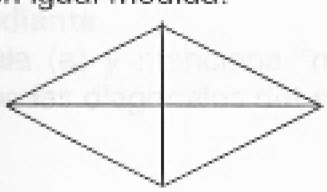
Entrevistador
¿Cómo deben ser los lados?

Estudiante
Dibuja un cuadrilátero en el que las diagonales no se bisecan y pregunta "¿Puede ser un rombo" y luego menciona "no es".



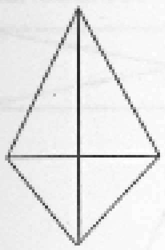
Entrevistador
¿Por qué no es un rombo?

Estudiante
La estudiante pregunta "¿Las diagonales pueden ser de diferente medida?
(No visualiza que la figura que dibujó no es un rombo porque las diagonales no se bisecan)
Luego bisecando las diagonales dibuja un rombo y comprueba que sus lados tienen igual medida.

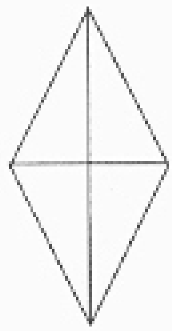


Entrevistador
¿Qué diferencia existe entre los dos ? (Señalando los dos cuadriláteros a los que denominaremos (a) y (b).

(a)



(b)



Estudiante
La forma.

Entrevistador
¿Por qué, en que se diferencian?

Estudiante
Señala el cuadrilátero (a) y menciona "no es un rombo" pero no lo puedo explicar.

Entrevistador
Solicita a la estudiante concentrarse en el análisis de las figuras (a) y (b).

Estudiante
En (b) los lados son de igual medida y en (a) son de diferente medida y luego pregunta "¿entonces el rombo debe tener los lados de igual medida"?

Entrevistador
¿En qué se diferencia el proceso de construcción que siguió para dibujarlas?

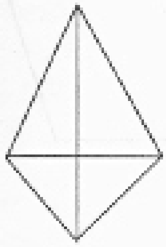
Estudiante
En (a) traté de hacer un lado más largo.

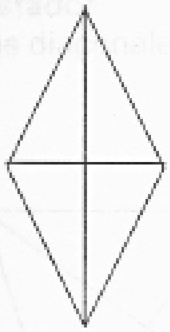
Entrevistador
¿Qué diferencia existe entre las diagonales?

Estudiante
Señala (a) y menciona "no se cortan en el punto medio y concluye que en el rombo las diagonales deben ser perpendiculares y cortarse en el punto medio.

Luego observa el dibujo que había hecho de un rectángulo de 5cm por 1cm y pregunta sobre las diagonales del rectángulo.

Entrevistador
Solicita a la estudiante diferenciar entre las diagonales de las figuras que ha construido.





Estudiante
Traza las diagonales del rectángulo y concluye que estas no forman un ángulo recto y no son perpendiculares.
Con base en el razonamiento que ha seguido, ella misma se explica por qué es un rombo:

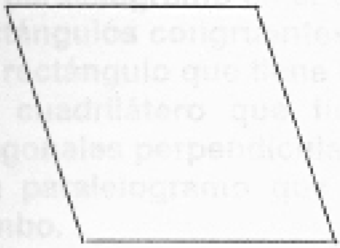
- un paralelogramo en el que las diagonales lo dividen en cuatro triángulos rectángulos congruentes,
- un rectángulo que tiene las diagonales perpendiculares,
- un cuadrilátero que tiene sus cuatro lados de igual medida y sus diagonales perpendiculares.

Luego pregunta "¿por qué un paralelogramo que tiene los cuatro lados de igual medida es un rombo?"

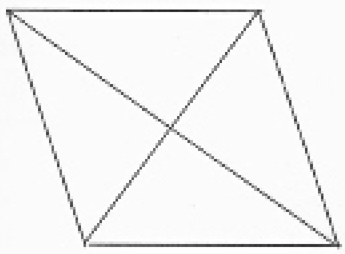
Entrevistador
Dibuje un paralelogramo que no sea un rectángulo, cuadrado o rombo y tenga sus cuatro lados de igual medida.

Estudiante
No existe, creo que ninguno y luego menciona "creo que puede ser un romboide"

Entrevistador
Solicita dibujar un romboide que tenga los cuatro lados de igual medida.
Estudiante
Dibuja un romboide en el que los cuatro lados miden 3cm.



Entrevistador
Trace las diagonales.¿ Es un rombo?



Estudiante
Sí, porque las diagonales forman ángulos rectos.

Entrevistador
¿Entonces, un paralelogramo que tiene los cuatro lados de igual medida es un rombo?

Estudiante
Sí.
Luego ella misma concluye que un romboide que tiene los cuatro lados de igual medida es un rombo y que entonces son rombos los paralelogramos que tienen los cuatro lados de igual medida y considera el cuadrado y el rectángulo en el que los cuatro lados tienen igual medida.

Al concluir su entrevista la estudiante explica sobre su confusión al creer que un cuadrilátero como el denominado por (a) en el que las diagonales son perpendiculares pero no se bisecan podía ser un rombo, o sea que no habia visualizado como una característica del rombo el hecho de que las diagonales se bisecan. Esto interfirió para:

1) No reconocer como un rombo

- un paralelogramo en el que las diagonales lo dividen en cuatro triángulos rectángulos congruentes,
- un rectángulo que tiene las diagonales perpendiculares,
- un cuadrilátero que tiene sus cuatro lados de igual medida y sus diagonales perpendiculares.
- un paralelogramo que tiene los cuatro lados de igual medida es un rombo.

2)Afirmar que el rombo "puede tener la medida de sus lados o ángulos no congruentes"

ENTREVISTA JUANA

Hipótesis

En su mayoria las estudiantes de los cursos de Matemática en Educación primaria, presentan al inicio del curso deficiencias en la construcción de relaciones entre polígonos.

Esta estudiante se seleccionó para ser objeto de entrevista porque en su examen del curso de Geometria presentó deficiencias en el manejo de las relaciones matemáticas entre paralelogramos. En su ejecución en el examen es importante destacar que:

- Reconoció erróneamente como condición suficiente para ser un cuadrado, el hecho de que un paralelogramo tenga los ángulos rectos.
- Reconoció erróneamente como condición suficiente para ser un cuadrado, el hecho de que un paralelogramo tenga las diagonales perpendiculares
- Reconoció erróneamente como condición suficiente para ser un rombo, el hecho de que un cuadrilátero tenga sus dos pares de lados opuestos paralelos.
- No reconoció como un cuadrado ni como un rombo a un rectángulo que tiene las diagonales perpendiculares.
- No reconoció como un rombo a un paralelogramo en el que las diagonales lo dividen en cuatro triángulos rectángulos congruentes.
- No reconoció como un rombo a un cuadrilátero que tiene sus cuatro lados de igual medida y sus diagonales perpendiculares.

Entrevistador

Dibuje un paralelogramo.

Estudiante

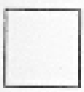
En la cuadricula de puntos dibuja un rectángulo de 4cm por 1cm.

Entrevistador
¿Qué características tiene este paralelogramo en relación con sus lados y sus ángulos?

Estudiante
Los ángulos son congruentes, los lados opuestos son paralelos. Tiene dos pares de lados opuestos congruentes. Si trazo una diagonal pueden haber dod triángulos escalenos y rectángulos.i

Entrevistador
Dibuje un paralelogramo que tenga los cuatro lados de igual medida.

Estudiante
Dibuja un cuadrado de 1cm de lado.



Entrevistador
Qué caracteristicas tiene este paralelogramo en relación con sus lados y sus ángulos?

Estudiante
Puede ser un rombo.

Entrevistador
¿Por qué puede ser un rombo?

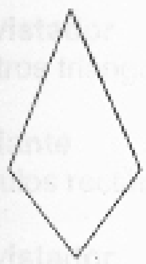
Estudiante
Porque un cuadrado es un rombo.

Entrevistador
¿Por qué?

Estudiante
Se pregunta, ¿el rombo siempre tiene los lados congruentes o no?

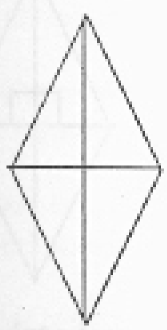
Entrevistador
Dibuje un rombo que no tenga los lados congruentes.

Estudiante
Se pregunta, ¿ todo rombo es un cuadrado pero no todo cuadrado es un rombo? Luego se pregunta, ¿el rombo tiene los lados congruentes?, dibuja el cuadrilátero siguiente, lo observa y él mismo se responde que este no es un rombo porque el rombo debe tener los lados congruentes. Luego se vuelve a cuestionar sobre la diferencia entre el rombo y el cuadrado.



Entrevistador
Dibuje un rombo que no sea un cuadrado.

Estudiante
Dibuja un rombo cuyas diagonales de 4cm y 2cm respectivamente.



Entrevistador
¿Por qué no es un cuadrado?

Estudiante
Porque sus cuatro ángulos no son congruentes.

Entrevistador
¿Cómo son los lados?

Estudiante
Son congruentes.

Entrevistador
Entonces, ¿cómo podemos definir un rombo, cuáles son sus características?

Estudiante
Cuadrilátero de cuatro lados congruentes.

Entrevistador
¿Qué más, cómo son las diagonales?

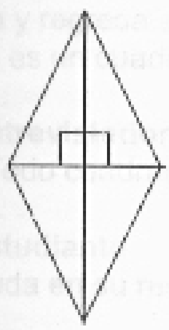
Estudiante
Forman triángulos isósceles.

Entrevistador
Qué otros triángulos se forman?

Estudiante
Triángulos rectángulos.

Entrevistador
¿Qué más podemos decir de las diagonales, qué ángulos forman estas?

Estudiante
Suplementarios porque suman 180 ° y señala el ángulo extendido.



Entrevistador
Señala uno de los ángulos rectos que se forman en la intersección de las diagonales y pregunta al estudiante por su medida.

Estudiante
90°.

Entrevistador
¿Cómo se llama ese ángulo?

Estudiante
Recto

Entrevistador
¿Si las diagonales forman ángulo recto en su intersección, cómo se llaman?

Estudiante
Perpendiculares.

Entrevistador
Señala el rombo del diagonales de 4cm y 2cm respectivamente y pregunta si es un cuadrado.

Estudiante
No.

Entrevistador
¿Por qué?

Estudiante
Porque sus cuatro ángulos no son congruentes y no miden 90°, aunque los lados son congruentes.

Entrevistador
Usted había mencionado que todo rombo es un cuadrado y que no todo cuadrado es un rombo, ¿es cierto eso?

Estudiante
No y regresa a su razonamiento de por qué el rombo de diagonales de 4cm y 2cm no es un cuadrado.

Entrevistador
¿Todo cuadrado es un rombo?

Estudiante
Duda en su respuesta y menciona "sin no, tampoco".

Entrevistador
Dibuje un cuadrado.

Estudiante
Dibuja un cuadrado de 2cm de lado.

Entrevistador
Trace las diagonales, ¿qué ángulo forman las diagonales?

Estudiante
De 90°.

Entrevistador
¿Cómo son esas diagonales?

Estudiante
Perpendiculares,

Entrevistador
¿Es un rombo?

Estudiante
Sí, porque las diagonales forman perpendiculares.

Entrevistador
¿Cómo son los lados ?

Estudiante
Congruentes.

Entrevistador
¿Cómo son los ángulos internos ?

Estudiante
Congruentes.

Entrevistador
¿Cuánto miden ?

Estudiante
90°.

Entrevistador
Entonces, ¿todo cuadrado es un rombo ?

Estudiante
Sí.

Entrevistador
¿Cuándo es que un cuadrado es un rombo?

Estudiante
Cuando tiene ángulos internos congruentes y miden 90°.

Luego de abordar la relación rombo – rectángulo, continua la entrevista con el abordaje de la relación rectángulo – cuadrado.

Entrevistador
Dibuje un rectángulo.

Estudiante
Dibuja un rectángulo de 3cm por 1cm.

Entrevistador
¿Qué características tienen los ángulos internos de este rectángulo?

Estudiante
Son congruentes y miden 90°.

Entrevistador
¿Qué características tienen los lados de este rectángulo?

Estudiante
Son paralelos (señalando los lados opuestos)y tienen los lados opuestos congruentes.

Entrevistador
Dibuje un rectángulo que tenga los lados opuestos congruentes.

Estudiante
¿Sería un cuadrado?

Entrevistador
Dibújelo.

Estudiante
Lo dibuja de 2cm de lado.

Entrevistador
¿Qué características tienen sus ángulos?

Estudiante
Igual que en el rectángulo, ángulos congruentes que miden 90°.

Entrevistador
¿Qué características tienen sus ángulos?

Estudiante
Los cuatro lados son congruentes y los lados opuestos son paralelos.

Entrevistador
Señala el cuadrado de 2cm de lado y pregunta al estudiante, ¿este cuadrado es un rectángulo?

Estudiante
Sí.

Entrevistador
¿Por qué?

Estudiante
Porque sus cuatro ángulos son congruentes y miden 90°.

Entrevistador
¿Cómo son los lados opuestos?

Estudiante
Son paralelos y congruentes.

Entrevistador
De nuevo señala el cuadrado de 2cm de lado y pregunta al estudiante,¿Este cuadrado cumple con las características del rectángulo?

Estudiante
Sí.

Entrevistador
¿Se puede decir que todo cuadrado es un rectángulo?

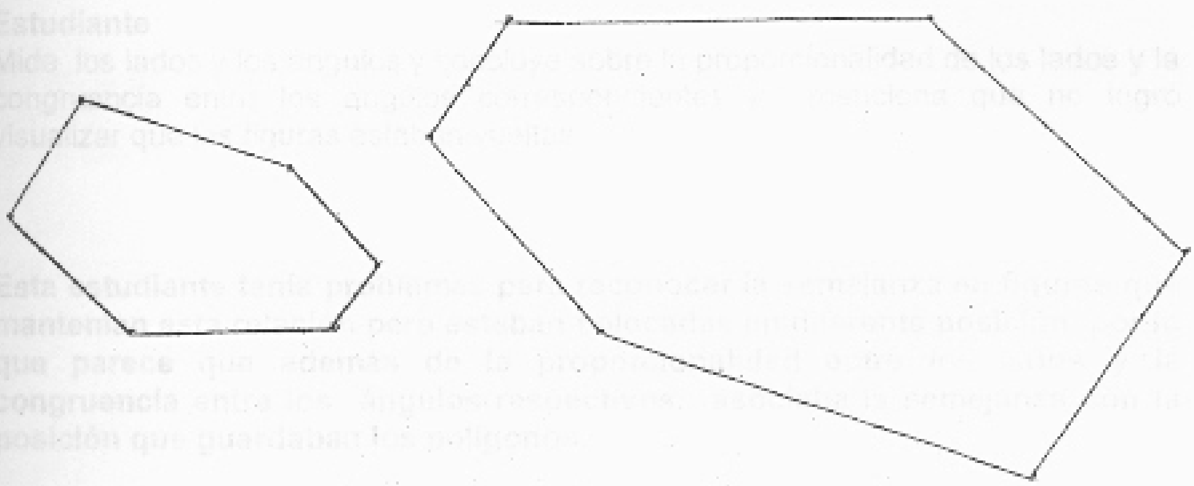
Estudiante
Sí, pero no todo rectángulo es un cuadrado. Si no todos sus lados son congruentes, no es un cuadrado.

ENTREVISTA ANGÉLICA

Hipótesis

En su mayoria las estudiantes de los cursos de Matemática en Educación Primaria, presentan al inicio del curso deficiencias en la construcción de los conceptos de congruencia y semejanza entre polígonos.

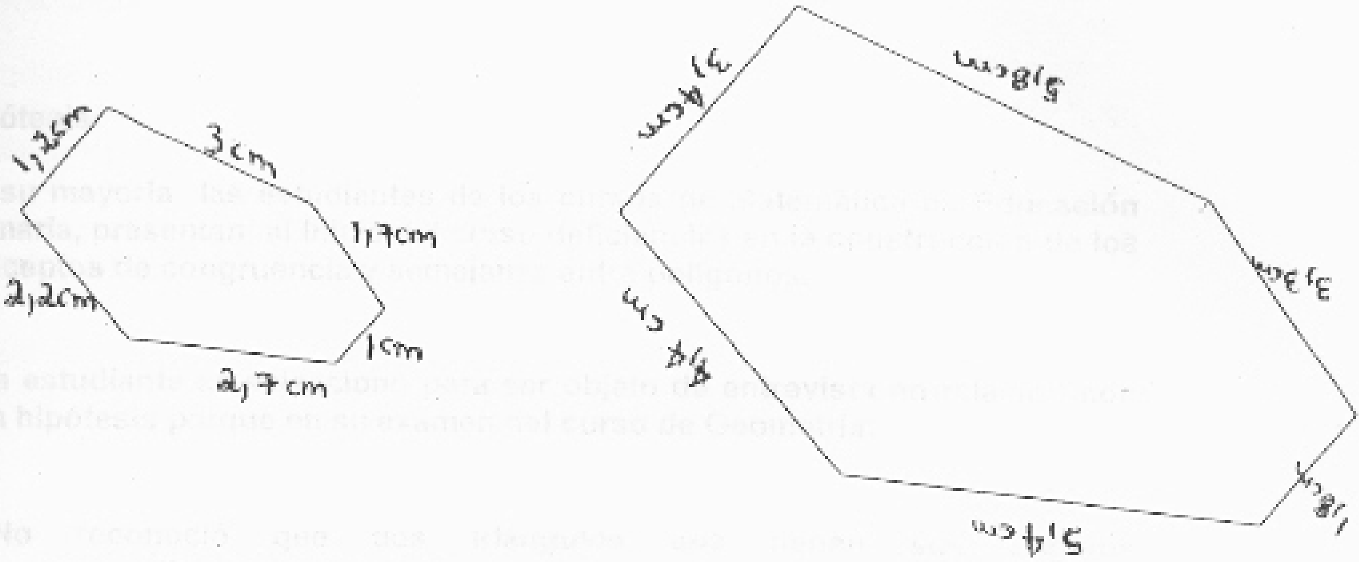
Esta estudiante se seleccionó para ser objeto de entrevista en relación con esta hipótesis porque en su examen del curso de Geometría, no reconoció la semejanza entre los dos polígonos siguientes.



Entrevistador
Solicita analizar la relación entre los polígonos.

Estudiante
Mide los lados de los polígonos pero no visualiza que las figuras están colocadas en diferente posición.

Entrevistador
Recorta las figuras y las coloca en la misma posición para que visualice la semejanza existente entre estos.



Estudiante

Mide los lados y los ángulos y concluye sobre la proporcionalidad de los lados y la congruencia entre los ángulos correspondientes y menciona que no logró visualizar que las figuras estaban vueltas.

Esta estudiante tenía problemas para reconocer la semejanza en figuras que mantenían esta relación pero estaban colocadas en diferente posición, por lo que parece que además de la proporcionalidad entre los lados y la congruencia entre los ángulos respectivos, asociaba la semejanza con la posición que guardaban los polígonos.

ENTREVISTA CAROLINA

Hipótesis

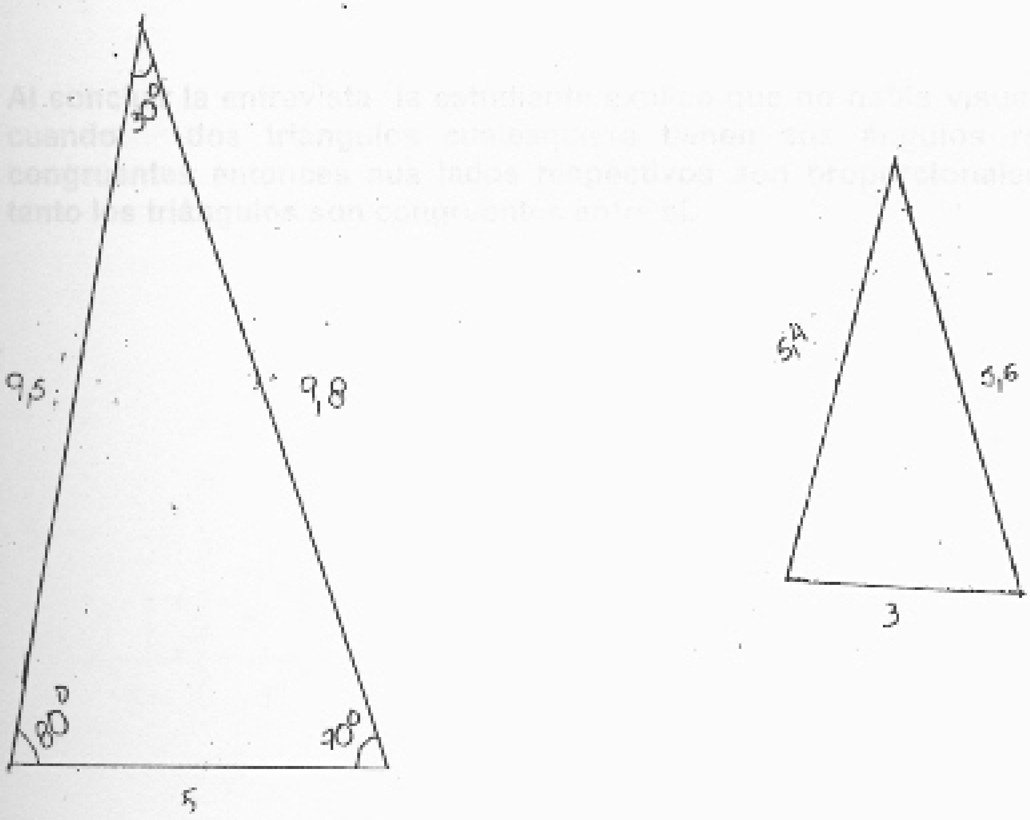
En su mayoría las estudiantes de los cursos de Matemática en Educación Primaria, presentan al inicio del curso deficiencias en la construcción de los conceptos de congruencia y semejanza entre polígonos.

Esta estudiante se seleccionó para ser objeto de entrevista en relación con esta hipótesis porque en su examen del curso de Geometría:

- **No reconoció que dos triángulos que tienen sus ángulos correspondientes congruentes siempre son semejantes entre sí.**

Entrevistador
Dibuje dos triángulos cuyos ángulos midan 30, 70 y 80 grados y que no sean congruentes entre sí.

Estudiante
Dibuja correctamente dos triángulos no congruente de 30, 70 y 80 grados.



Entrevistador
Mida la longitud de los lados de cada uno de los triángulos y anótela. .

Estudiante
Mide la longitud de los lados y anota las medidas de 5cm, 9,8cm, 9,5cm y 3cm, 5,6cm 5,4cm respectivamente.

Entrevistador
Calcule la proporción entre los lados.

Estudiante
Escribe:

$$\frac{9{,}3}{5{,}3} = \frac{5}{3} = \frac{9{,}8}{5{,}6}$$

Multiplica entre si medios y extremos de las dos primeras razones pero no sabe como hacer el calculo con la tercera razón. Después de analizar cómo hacerlo multiplica entre sí medios y extremos de la segunda y tercera razón.

Entrevistador
Los productos obtenidos son próximos pero no iguales por lo que se le solicita medir de nuevo la longitud de los lados de ambos triángulos

Estudiante
De nuevo mide la longitud de los lados, calcula la proporción y concluye que los lados de ambos triángulos son proporcionales entre sí y por lo tanto son triángulos semejantes.

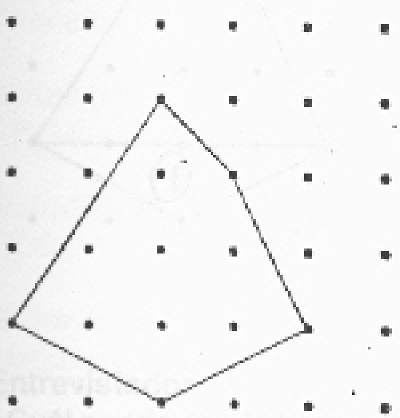
Al concluir la entrevista la estudiante explica que no había visualizado que cuando dos triángulos cualesquiera tienen sus ángulos respectivos congruentes entonces sus lados respectivos son proporcionales y por lo tanto los triángulos son congruentes entre sí.

ENTREVISTA ANA MARÍA

Hipótesis

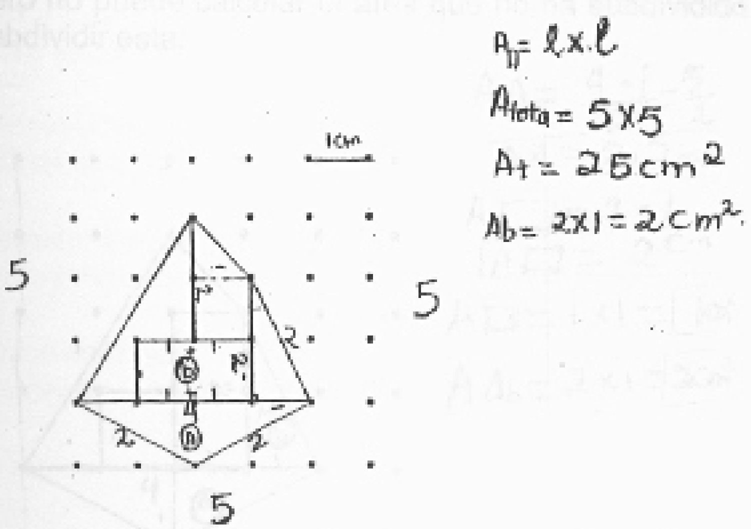
En su mayoría las estudiantes de los cursos de Matemática en Educación Primaria, al inicio del curso no han construido procedimientos para el cálculo del área de polígonos irregulares diferentes al triángulo, rectángulo, rombo, romboide y trapecio.

Esta estudiante se seleccionó para ser objeto de entrevista en relación con esta hipótesis, porque se consideró necesario conocer sobre el procedimiento seguido en su examen del curso de Geometría, para calcular del área del polígono siguiente, trazado en una plantilla en la que la distancia entre cada punto es de un centímetro.



Entrevistador

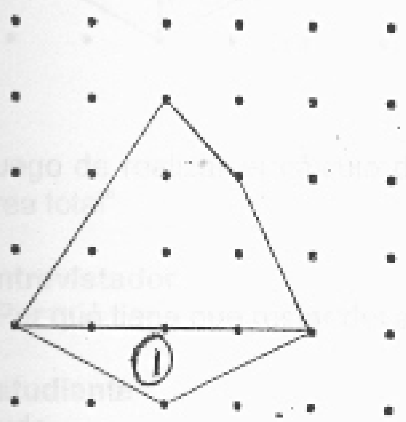
Muestra al estudiante la respuesta dada en el examen y le solicita que le explique sobre el procedimiento que siguió.



Estudiante
Traté de sacar el área total, luego la del rectángulo y ahí me quedé.

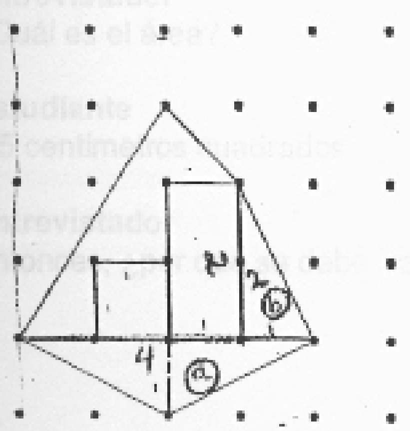
Entrevistador
Trate de hacer de nuevo el cálculo de esta área.

Estudiante
Subdivide el área del polígono, definiendo el triángulo (1) y expresa que no puede calcularla "porque está en diagonal".



Entrevistador
¿Cuál podría ser la base y cuál es la altura del triángulo?

Estudiante
Señala en el dibujo la base y la altura del triángulo y especifica que la base mide 4 cm y la altura 1 cm. Luego continua en la subdivisión del área según el dibujo siguiente, calcula el área de los triángulos, el cuadrado y el rectángulo que formó, pero no puede calcular el área que no ha subdividido y tampoco encuentra como subdividir esta.



$A\Delta_a = \frac{4 \cdot 1}{2} = \frac{5}{2}$

$\boxed{A\Delta = 2{,}5\,cm^2}$

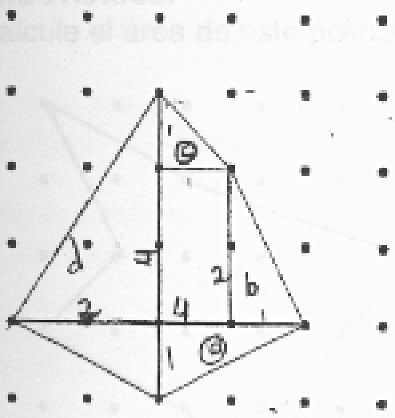
$A\square = 2 \cdot 1$

$\boxed{A\square = 2\,cm}$

$A\square = 1 \times 1 = \boxed{1cm^2}$

$A\Delta_b = 2 \times 1 = \boxed{2cm^2}$

Luego subdivide de nuevo el polígono y sigue el procedimiento siguiente.



$$A_{\Delta a} = \frac{4 \times 1}{2} = 2\,cm^2$$
$$A_{\Delta b} = \frac{2 \times 1}{2} = 1\,cm^2$$
$$A_{\Delta c} = \frac{1 \times 1}{2} = 0{,}5\,cm^2$$
$$A_{\Delta d} = \frac{2 \times 3}{2} = 3\,cm^2$$
$$A_{\square} = 2 \times 1 = 2\,cm^2$$

Luego de realizar el cálculo del área expresa " ahora sumo todas y lo resto del área total"

Entrevistador
¿Por qué tiene que restar del área total?

Estudiante
Duda.

Entrevistador
Haga la suma de las áreas en que subdividió el polígono.

Estudiante
Realiza la suma y obtiene como resultado 8.5 centímetros cuadrados.

Entrevistador
¿Por qué tiene que restar?

Estudiante
Para sacar el área ocupada por la figura.

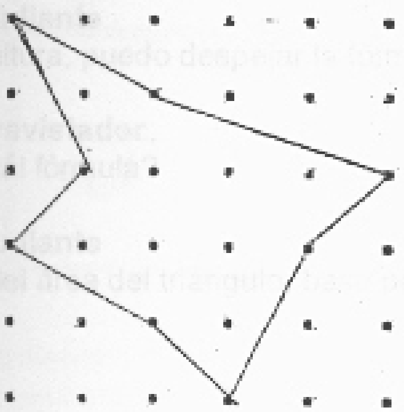
Entrevistador
¿Cuál es el área?

Estudiante
8.5 centímetros cuadrados.

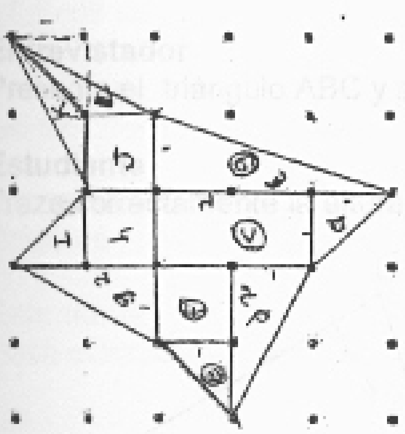
Entrevistador
Entonces, ¿por qué se debe restar?

Estudiante
No, ya está, es 8.5 centímetros cuadrados.

Entrevistador
Calcule el área de este polígono.



Estudiante
"Está difícil". Luego señala trazos para hacer una subdivisión, analiza esta y menciona "quedarian en diagonales". Luego hace una subdivisión en triángulos, cuadrados y rectángulos según dibujo siguientes. Hace del cálculo del área de todos los polígonos de la subdivisión, excepto en el caso de los triángulos designados con la s letras (k) y (l). Pregunta si el segmento que divide a los triángulos (k) y (l) mide 1 cm y ella misma se responde que no.



$A_{\Delta a} = \frac{1 \times 1}{2} = 0{,}5 cm^2$ $A_{\square f} = 1 \times 1 = 1 cm^2$

$A_{\Delta b} = \frac{3 \times 1}{2} = 1{,}5 cm^2$ $A_{\Delta g} = \frac{2 \times 1}{2} = 1 cm^2$

$A_{\square c} = 1 \times 2 = 2 cm^2$ $A_{\square h} = 1 \times 1 = 1 cm^2$

$A_{\Delta d} = \frac{1 \times 2}{2} = 1 cm^2$ $A_{\Delta i} = \frac{1 \times 1}{2} = 0{,}5 cm^2$

$A_{\Delta e} = \frac{1 \times 1}{2} = 0{,}5 cm^2$ $A_{\square j} = 1 \times 1 = 1 cm^2$

Entrevistador
¿Cómo se puede hacer para calcular el área de estos dos triángulos? Señalando los triángulos (k) y (l). ¿Cuánto mide la base?

Estudiante
1 cm. 8

Entrevistador
¿ Cuál medida falta para poder calcular el área?

Estudiante
La altura, puedo despejar la fórmula.

Entrevistador
¿Cuál fórmula?

Estudiante
La del área del triángulo, base por altura dividido entre dos y anota $\frac{b \times h}{2}$

Entrevistador
¿ Cuál es la altura de esta triángulo? Señalando el triángulo (k).

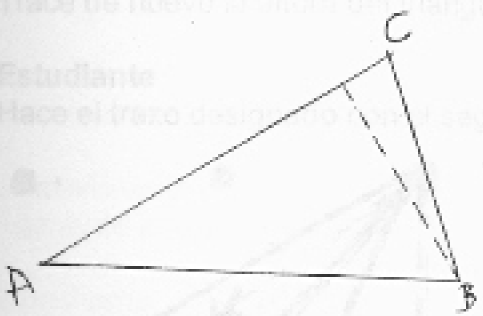
Estudiante
Señala el segmento el segmento que divide a los triángulos (k) y (l).

Entrevistador
¿Cómo se define la altura sobre un lado de un triángulo?

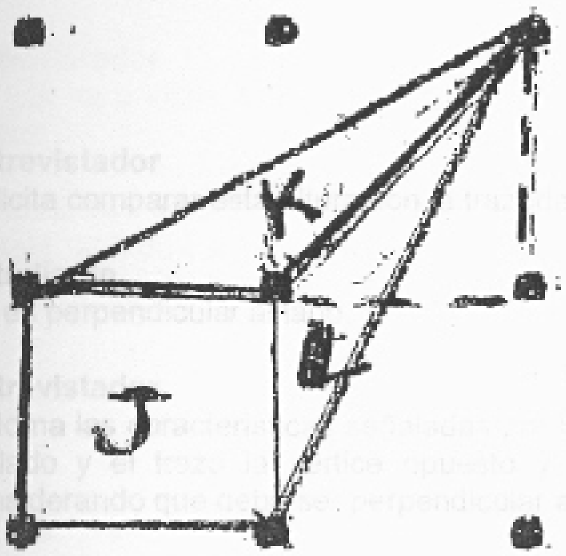
Estudiante
Sale del vértice al punto medio.

Entrevistador
Presenta el triángulo ABC y solicita trazar la altura sobre el lado AC.

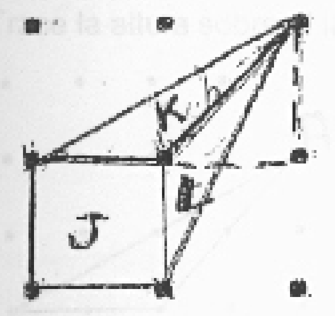
Estudiante
Traza correctamente la altura.



Entrevistador
Trace la altura del triángulo (k).



Estudiante
Hace el trazo designado con la letra (h).

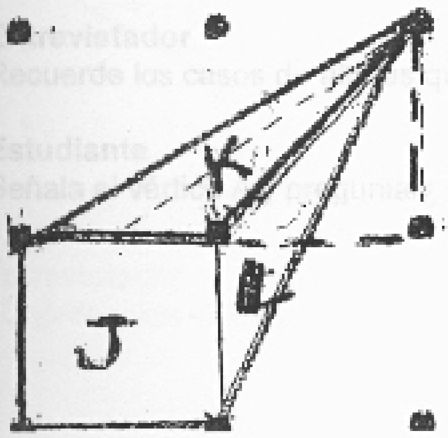


Entrevistador
¿En qué se diferencia esta altura de la que trazó en el triángulo ABC?

Estudiante
No sale del vértice opuesto.

Entrevistador
Trace de nuevo la altura del triángulo (k).

Estudiante
Hace el trazo designado con el segmento punteado.



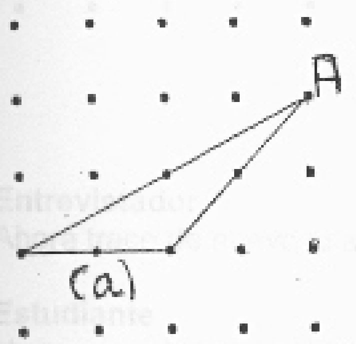
Entrevistador
Solicita comparar esta altura con la trazada en el triángulo ABC.

Estudiante
No es perpendicular al lado.

Entrevistador
Retoma las características señaladas por la estudiante sobre la perpendicularidad al lado y el trazo la vértice opuesto y le solicita trazar de nuevo la altura considerando que debe ser perpendicular al lado y salir del vértice opuesto.

Estudiante
No responde.

Entrevistador
Trace la altura sobre el lado (a) del triángulo siguiente.



Estudiante
¿Tiene que pasar por el vértice opuesto?

Entrevistador
Sí.

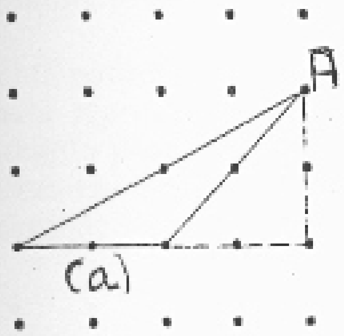
Estudiante
No me acuerdo como se hace.

Entrevistador
Recuerde los casos de alturas que pueden quedar fuera del triángulo

Estudiante
Señala el vértice A y pregunta ¿ el vértice opuesto seria este?

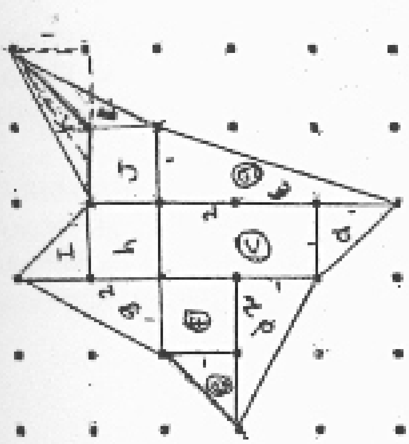
Entrevistador
Si. ¿Si va a trazar la altura sobre el lado (a), dónde se debe formar el ángulo recto?

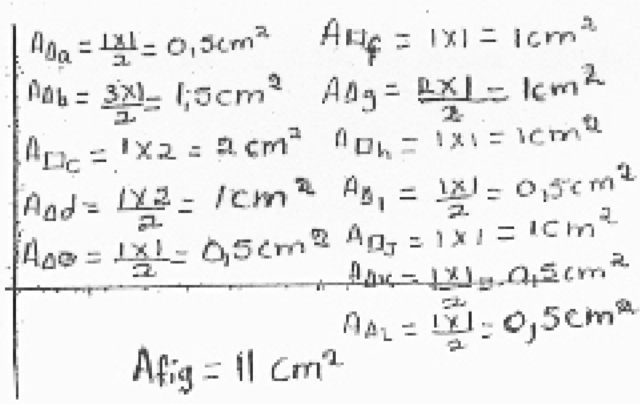
Estudiante
Señala el lado (a) y menciona "entonces la altura queda fuera". Luego hace el trazo correcto de la altura.



Entrevistador
Ahora trace de nuevo la altura en el triángulo (k).

Estudiante
Hace correctamente el trazo de la altura, según dibujo siguiente.





Entrevistador
¿Cuánto mide el área de los triángulos (k) y (h)?

Estudiante

1cm y luego termina el hacer la suma de las medidas de área de todos los polígonos de la subdivisión y concluye que el área total del poligono es de 8.5 centímetros cuadrados.

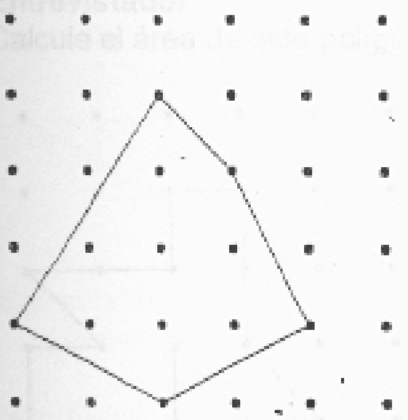
Entre las dificultades presentadas por esta estudiante está el trazo de la altura sobre un lado del triángulo, en el caso específico en que esta altura se ubica fuera del triángulo.

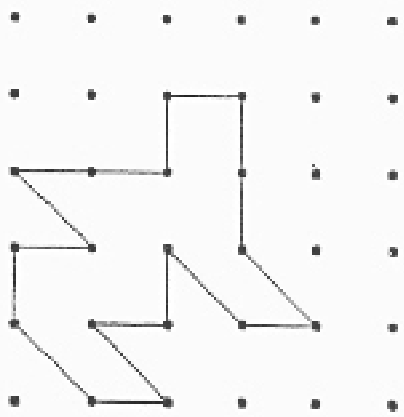
ENTREVISTA CAMILA

Hipótesis

En su mayoria las estudiantes de los cursos de Matemática en Educación Primaria, al inicio del curso no han construido procedimientos para el cálculo del área de polígonos irregulares diferentes al triángulo, rectángulo, rombo, romboide y trapecio.

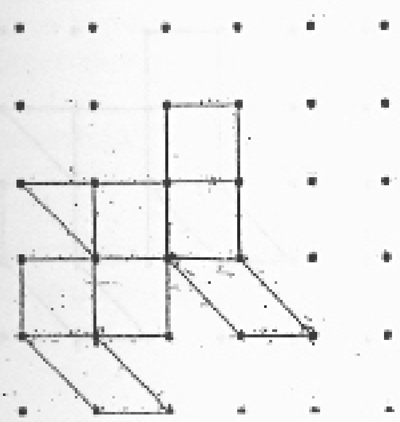
Esta estudiante se seleccionó para ser objeto de entrevista en relación con esta hipótesis, porque en su examen del curso de Geometría, no realizó ningún procedimiento para calcular del área de los polígonos siguientes, trazados en una plantilla en la que la distancia entre cada punto es de un centimetro.





Entrevistador
Señala el polígono del dibujo anterior y pregunta, ¿cómo se puede calcular el área de este polígono?

Estudiante
Puede ser calculando el área del mayor y luego restar el área segmentada. Luego inscribe el polígono en un cuadrado de 5cm de lado, subdivide el polígono en cinco triángulos y un rectángulo y calcula cada una de las áreas.



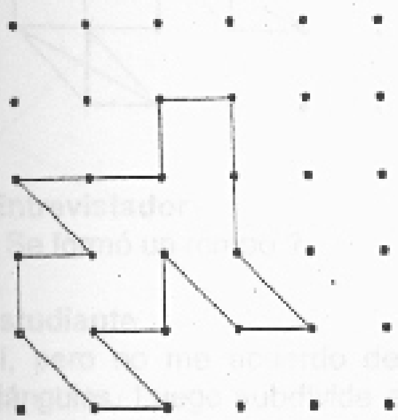
Entrevistador
¿ Ya terminó ?

Estudiante
Revisa el procedimiento y se percata que no había dividido entre dos al calcular el área de los triángulos y rectifica. Suma las áreas de los polígonos en que subdividió el polígono y obtiene como resultado 7,5 centímetros cuadrados. Luego intenta calcular el área del cuadrado de 5cm de lado en el que inscribió al polígono.

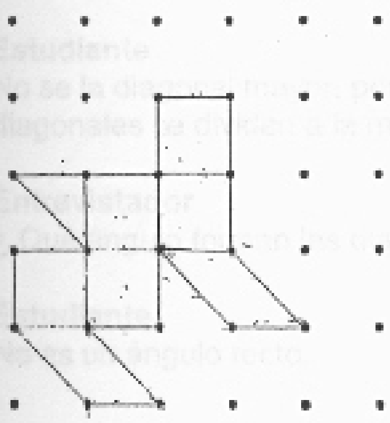
Entrevistador
¿Por qué va a calcular el área del cuadrado?

Estudiante
Se responde a sí misma que ya no es necesario porque ya está calculada el área del polígono.

Entrevistador
Calcule el área de este polígono.



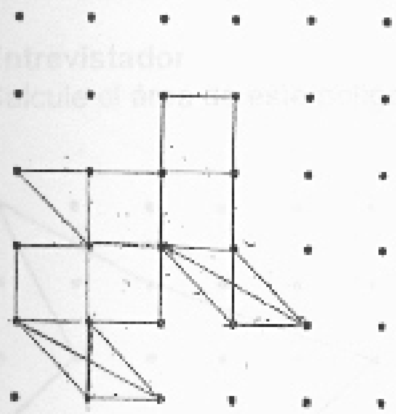
Estudiante
Divide el área del polígono en cinco cuadrados, un triángulo y dos romboides.



Luego confunde el romboide con el trapecio y analiza que falta el cálculo de las áreas de los trapecios pero que no recuerda la fórmula.

Entrevistador
¿Cómo se puede hacer para calcular el área de estas áreas? Señalando los dos romboides

Estudiante
Con la fórmula del rombo, traza la diagonales de los romboides y luego menciona que no sabe cuánto miden estas diagonales.



Entrevistador
¿ Se formó un rombo ?

Estudiante
Sí, pero no me acuerdo de la fórmula, la puedo sacar de la fórmula de los triángulos. Luego subdivide en cuatro triángulos, calcula sus áreas y obtiene un valor de 0,5 centímetros cuadrados para cada triángulo, suma todas las áreas y obtiene una medida del área del polígono igual a 7,5 centímetros cuadrados.

Entrevistador
Volvamos a los rombos que identificó para que analice sus características.

Estudiante
No se la diagonal mayor, porque la diagonal menor mide 1cm, ¿ pero como las diagonales se dividen a la mitad ?

Entrevistador
¿ Qué ángulo forman las diagonales?

Estudiante
No es un ángulo recto.

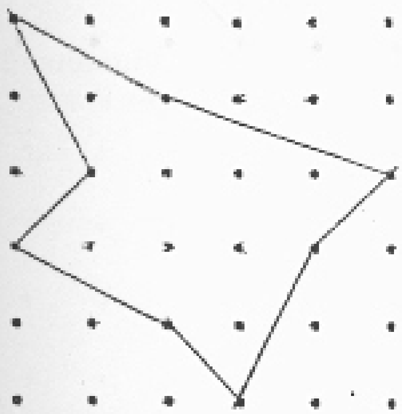
Entrevistador
¿Entonces, lo que se formó es un ángulo recto?

Estudiante
No.

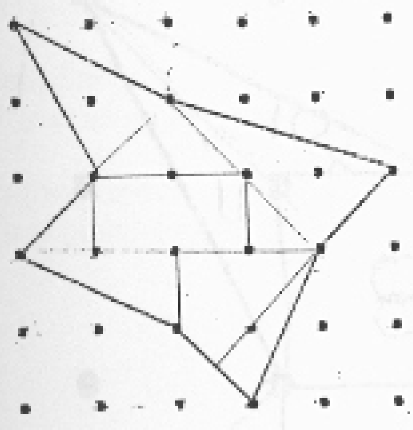
Entrevistador
¿Cuánto miden los lados, todos tienen igual medida ?

Estudiante
No, porque de aqui a aqui hay un centimetro (señalando la diagonal vertical), pero en la diagonal no hay un centimetro (señalando la diagonal entre dos puntos de la cuadricula).

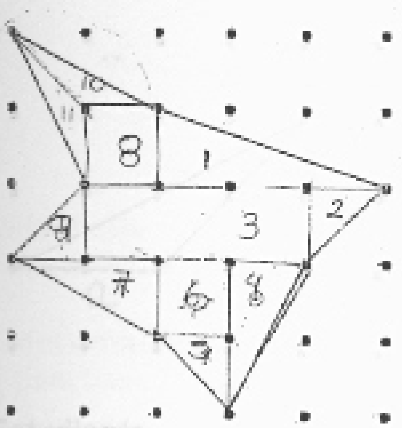
Entrevistador
Calcule el área de este poligono.



Estudiante
Hace la siguiente subdivisión del área del poligono pero luego expresa que no puede calcular el área de los triángulos y menciona "quedaron en diagonal".



Hace la siguiente subdivisión en once partes. Calcula el área de las partes designadas con los números del 1 al 9 pero al calcular el área de los triángulos designados con los números 10 y 11 expresa 2 no se como hacerlo".



$\Delta 1 = 3 \times 1 = \frac{3}{2} = 1{,}5$

$2 = 1 \times 1 = \frac{1}{2} = 0{,}5$

$3 = 3 \times 1 = 3$

$4 = 2 \times 1 = \frac{2}{2} = 1$

$5 = 1 \times 1 = \frac{1}{2} = 0{,}5$

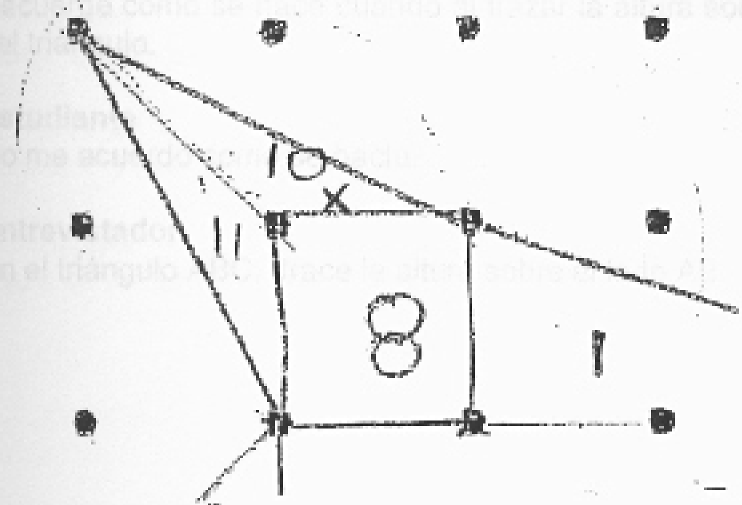
$6 = 1 \times 1 = 1$

$7 = 2 \times 1 = \frac{2}{2} = 1$

$8 = 1 \times 1 = 1$

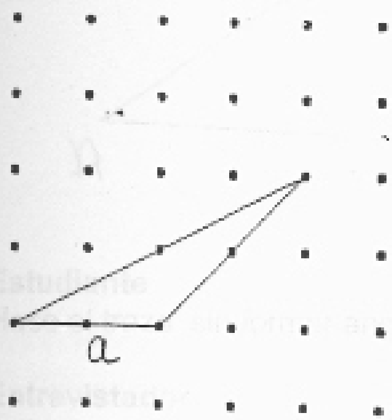
$9 = 1 \times 1 = \frac{1}{2} = 0{,}5$

Entrevistador
¿Cuánto mide x ?

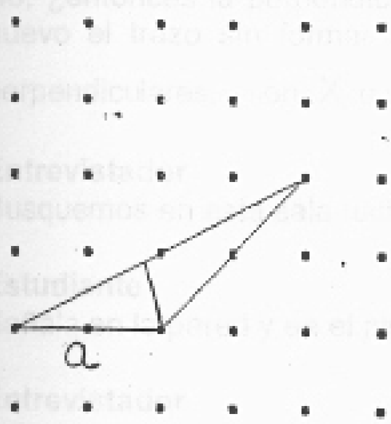


Estudiante
Un centimetro pero no se cuánto es la altura.

Entrevistador
En este triángulo trace la altura (a).



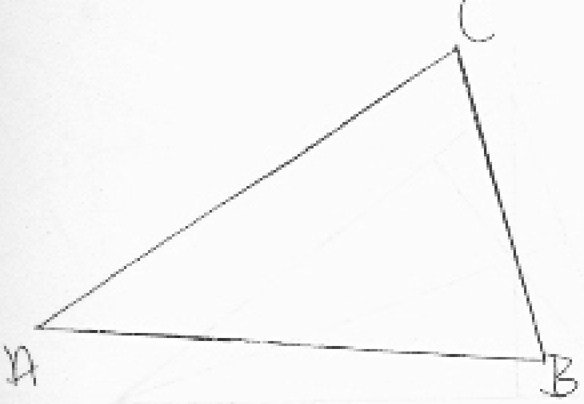
Estudiante
Traza el segmento siguiente y menciona "no me acuerdo".



Entrevistador
Recuerde cómo se hace cuando al trazar la altura sobre un lado esta queda fuera del triángulo.

Estudiante
No me acuerdo como se hacía.

Entrevistador
En el triángulo ABC, trace la altura sobre el lado AB.



Estudiante
Hace el trazo sin formar ángulo sobre AB.

Entrevistador
¿ Está bien ?

Estudiante
No, ¿entonces la perpendicular puede llegar a cualquier parte ? Luego hace de nuevo el trazo sin formar ángulo recto con AB y menciona "no recuerdo las perpendiculares, ¿son X o son $\perp$? "

Entrevistador
Busquemos en esta sala rectas perpendiculares.

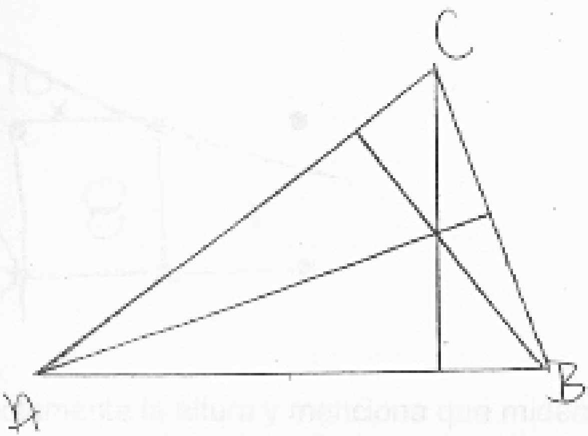
Estudiante
Señala en la pared y en el piso rectas que son paralelas y perpendiculares.

Entrevistador
¿ Qué ángulo forman ? (Refiriéndose a dos rectas perpendiculares).

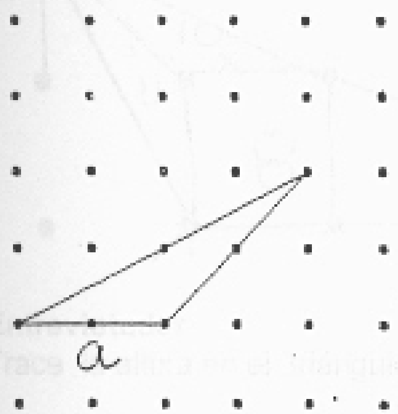
Estudiante
Dibuja dos rectas perpendiculares.

Entrevistador
Regresa al triángulo ABC y solicita trazar la altura sobre el lado AC., AB y BC.

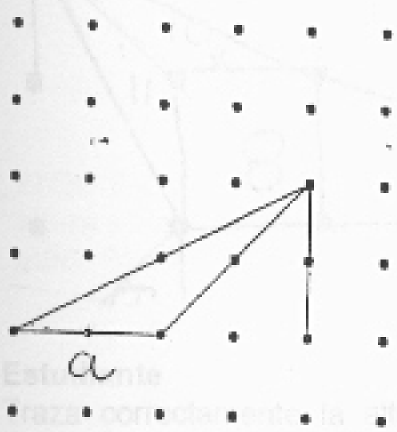
Estudiante
Traza correctamente las alturas según se indica en el dibujo siguiente.



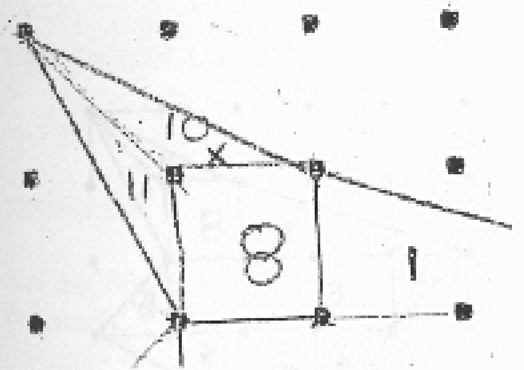
Entrevistador
En este triángulo, tracemos de nuevo la altura sobre el lado (a).



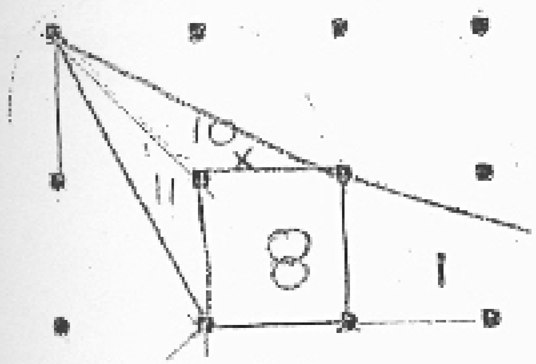
Estudiante
Hace correctamente el trazo de la altura, según dibujo siguiente.



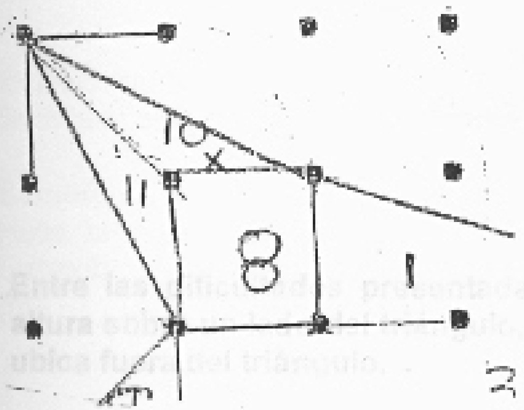
Entrevistador
Volvamos a trazar la altura en el triángulo 11.



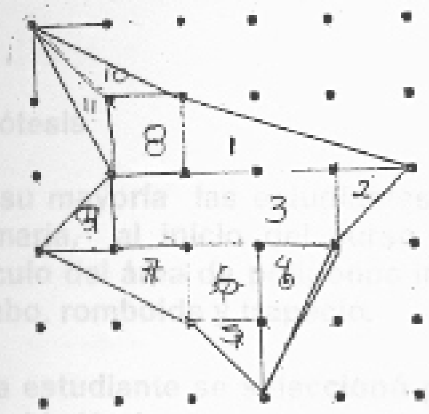
Estudiante
Traza correctamente la altura y menciona que miden 1cm.



Entrevistador
Trace la altura en el triángulo 10.



Estudiante
Traza correctamente la altura y menciona que miden 1cm. Luego procede a calcular el área de los triángulos designados con los números 10 y 11. De nuevo olvida dividir por 2 para aplicar la fórmula del área del triángulo, se percata y corrige.



$\Delta 1 = 3 \times 1 = \frac{3}{2} = 1{,}5$

$2 = 1 \times 1 = \frac{1}{2} = 0{,}5$

$3 = 3 \times 1 = 3$

$4 = 2 \times 1 = \frac{2}{2} = 1$

$5 = 1 \times 1 = \frac{1}{2} = 0{,}5$

$6 = 1 \times 1 = 1$

$7 = 2 \times 1 = \frac{2}{2} = 1$

$8 = 1 \times 1 = 1$

$9 = 1 \times 1 = \frac{1}{2} = 0{,}5$

$10 = 1 \times 1 = \frac{1}{2} = 0{,}5$

$\Delta = 3 \times 1 = 3$

$\square = 4 \times 1 = 4$

$= 1 \times 1 = 1$

$x = 2 \times 1 = 2$

$= 2 \times 1 = 2$

$x = 1 \times 1 = 1$

$b = 1 \times 1 = 1$

$xa = 1 \times 1 = 1$

$\frac{b \times a}{2} = 1 \times 1 = \frac{1}{2} = 0{,}5$

$\frac{b \times a}{2} = 1 \times 1 = \frac{1}{2} = 0{,}5$

$= 16$

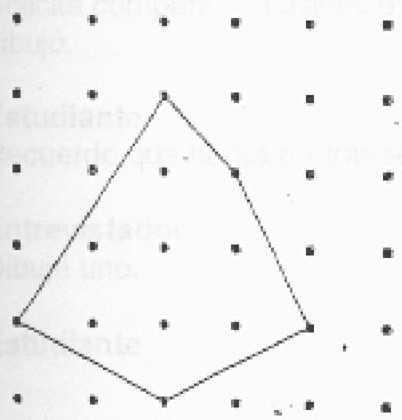
Entre las dificultades presentadas por esta estudiante está el trazo de la altura sobre un lado del triángulo, en el caso específico en que esta altura se ubica fuera del triángulo.

ENTREVISTA ANGELA

Hipótesis

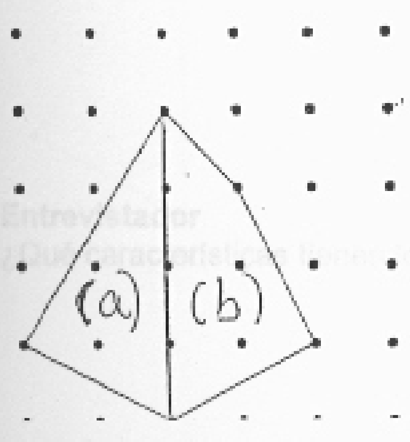
En su mayoria las estudiantes de los cursos de Matemática en Educación Primaria, al inicio del curso no han construido procedimientos para el cálculo del área de polígonos irregulares diferentes al triángulo, rectángulo, rombo, romboide y trapecio.

Esta estudiante se seleccionó para ser objeto de entrevista en relación con esta hipótesis, porque en su examen del curso de Geometría, no realizó ningún procedimiento para calcular del área del polígono siguiente, trazado en una plantilla en la que la distancia entre cada punto es de un centimetro.



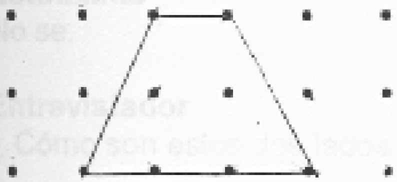
Entrevistador
Señala el polígono del dibujo anterior y solicita calcular su área.

Estudiante
Hace la siguiente subdivisión definiendo dos triángulos y un trapecio y luego pregunta , "¿se podia hacer asi?" . "¿se formó un trapecio?, señalando la parte (b)".



Entrevistador
Dibuje un trapecio.

Estudiante

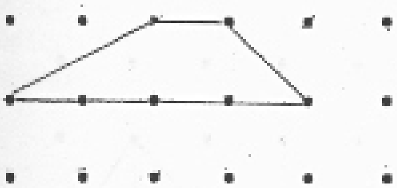


Entrevistador
Solicita comparar el trapecio señalado por la estudiante en (b) con el trapecio que dibujó.

Estudiante
Recuerdo que había un trapecio escaleno

Entrevistador
Dibuje uno.

Estudiante



Entrevistador
¿Qué caracteristicas tienen los lados?

Estudiante
Todos miden diferente.

Entrevistador
Además de que todos tienen diferente medida, ¿ qué otra caracteristica tienen los lados ?

Estudiante
No se.

Entrevistador
¿ Cómo son estos dos lados ? (Señalando los dos lados paralelos).

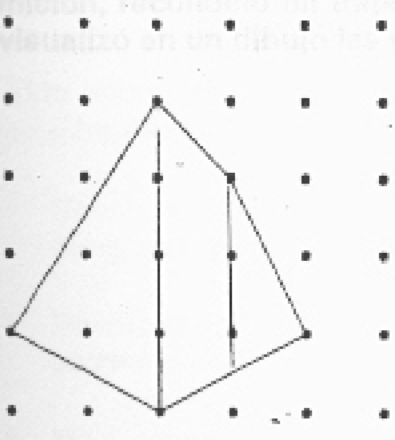
Estudiante
Son paralelos.

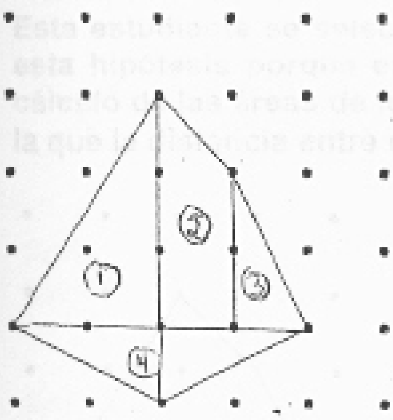
Entrevistador
¿ Cómo se define el trapecio?

Estudiante
Cuadrilátero que tiene un par de lados paralelos.

Entrevistador
¿El del dibujo es un trapecio ? (Señalando el trapecio designado con (b)).

Estudiante
No y menciona "gran fallo, entonces quiere decir que tenia que dividirlo en más partes". Luego hace la subdivisión siguiente y menciona "pero es que no me quedaron puntos", por lo que vuelve a hacer la subdivisión y calcula correctamente el área.





1) $\frac{2 \times 3}{2} = 3$

2) $\frac{B + b}{2} \cdot h =$ $\frac{3 + 2}{2} \cdot 1 = \frac{5}{2}$

3) $\frac{2 \times 1}{2} = 1$

4) $\frac{4 \times 1}{2} = 2$

$\frac{6}{1} + \frac{5}{2} = \frac{12 + 5}{2} = \boxed{\frac{17}{2}}$

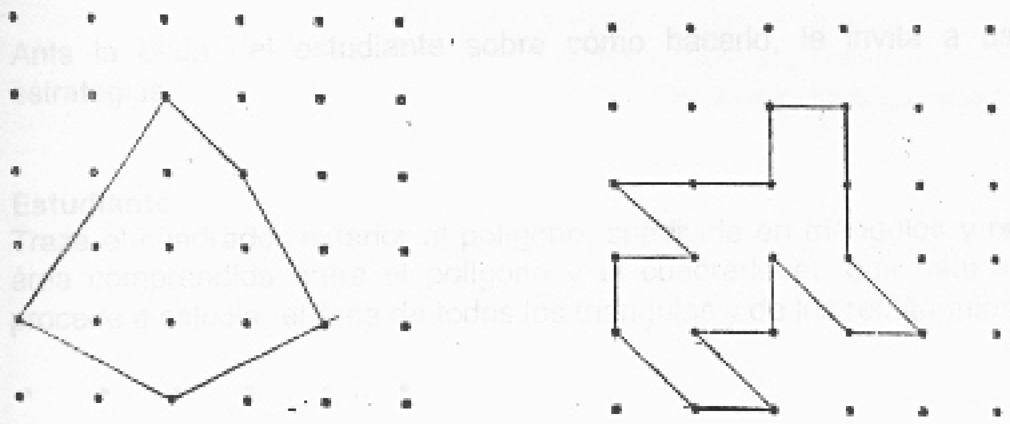
Al parecer esta estudiante no había construido un significado para el concepto de trapecio porque aun cuando mencionó correctamente su definición, reconoció un trapezoide como trapecio y en un primer momento no visualizó en un dibujo las características de los lados del trapecio.

ENTREVISTA ROSALINDA

Hipótesis

En su mayoría las estudiantes de los cursos de Matemática en Educación Primaria, al inicio del curso no han construido procedimientos para el cálculo del área de polígonos irregulares diferentes al triángulo, rectángulo, rombo, romboide y trapecio.

Esta estudiante se seleccionó para ser objeto de entrevista en relación con esta hipótesis porque en su examen del curso de Geometría no realizó el cálculo de las áreas de los polígonos siguientes, trazados en una plantilla en la que la distancia entre cada punto es de un centímetro.



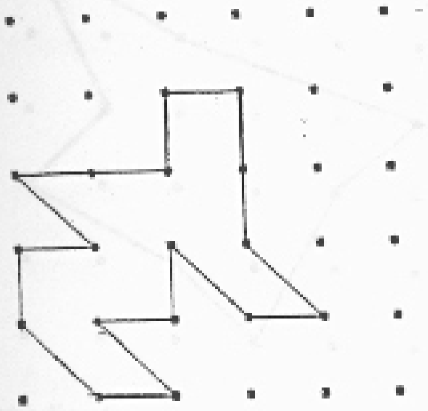
Hipótesis

En su mayoría las estudiantes de los cursos de Matemática en Educación Primaria, presentan al inicio del curso deficiencias en la construcción de los conceptos de congruencia y semejanza entre polígonos.

Esta estudiante se seleccionó para ser objeto de entrevista en relación con esta hipótesis porque en su examen del curso de Geometría:

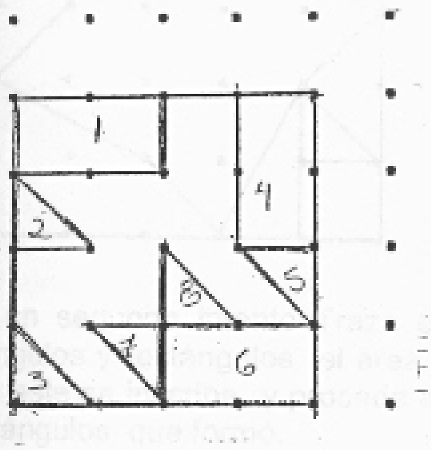
- Reconoció erróneamente que dos triángulos que tienen las bases congruentes y las alturas congruentes siempre son semejantes entre sí.
- No reconoció que dos polígonos congruentes siempre son semejantes entre sí.
- No reconoció que dos triángulos que tienen sus ángulos correspondientes congruentes siempre son semejantes entre sí.

Entrevistador
Calcule el área de este polígono.



Ante la duda del estudiante sobre cómo hacerlo, le invita a usar diferentes estrategias.

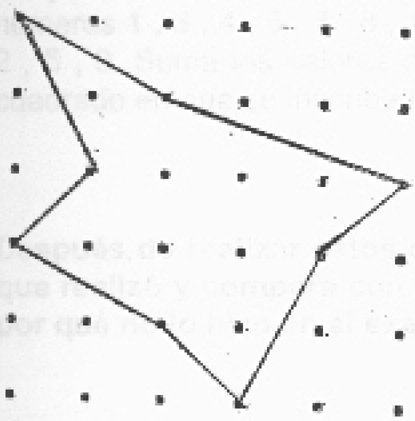
Estudiante
Traza el cuadrado exterior al polígono, subdivide en triángulos y rectángulos el área comprendida entre el polígono y el cuadrado en que este se inscribe y procede a calcular el área de todos los triángulos y de los rectángulos que formó.



Después de calcular correctamente el área de los triángulos designados con los números 2 , 3 , 5, 7 , 8 y de los rectángulos designados con los números 1 , 4 , 6. Suma los valores de estas áreas y luego resta este valor del área del cuadrado en que se inscribe el polígono.

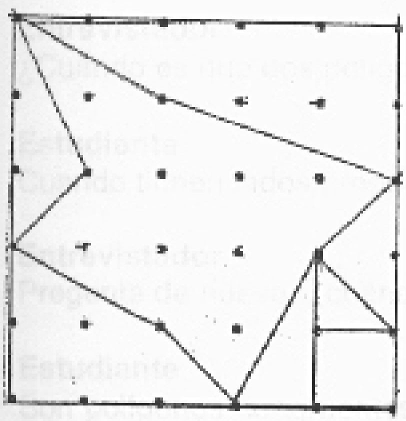
Entrevistador

Calcule el área de este polígono.

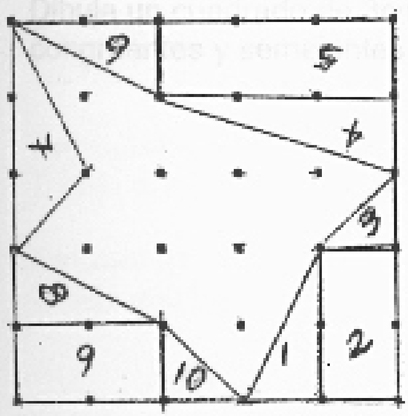


Estudiante

Traza el cuadrado exterior al polígono y hace un primer intento para subdividir el área comprendida entre el polígono y el cuadrado en que este se inscribe. Analiza la subdivisión que está haciendo y menciona " me estoy complicando " por lo que la deshecha y hace un segundo intento.



En un segundo intento Traza el cuadrado exterior al polígono, subdivide en triángulos y rectángulos el área comprendida entre el polígono y el cuadrado en que este se inscribe y procede a calcular el área de todos los triángulos y de los rectángulos que formó.



Después de calcular correctamente el área de los triángulos designados con los números 1 , 3 , 4 , 6 , 7 , 8 , 10 y de los rectángulos designados con los números 2 , 5 , 9. Suma los valores de estas áreas y luego resta este valor del área del cuadrado en que se inscribe el polígono.

Después de realizar estos ejercicios la estudiante revisa los procedimientos que realizó y compara con lo ejecutado en el examen y expresa que nosabe por qué no lo hizo en el examen.

Entrevistador
Continua la entrevista abordando la segunda hipótesis en relación con los conceptos de congruencia y semejanza entre polígonos y pregunta ¿cuándo es que dos polígonos son congruentes ?

Estudiante
Cuando tienen lados proporcionales ángulos de igual medida.

Entrevistador
¿Cuándo es que dos polígonos son semejantes ?

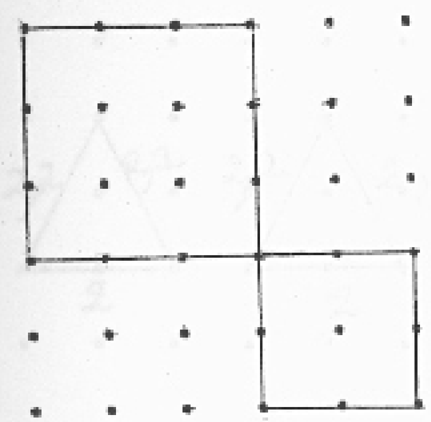
Estudiante
Cuando tienen lados proporcionales y ángulos de igual medida.

Entrevistador
Pregunta de nuevo, ¿cuándo es que dos poligonos son congruentes ?

Estudiante
Son polígonos congruentes cuando tienen el mismo número de lados aunque los lados y los ángulos no sean de igual medida.

Entrevistador
Dibuje dos poligonos congruentes.

Estudiante
Dibuja un cuadrado de 3cm de lado y otro de 2cm de lado y afirma que los dos son congruentes y semejantes.



Entrevistador
¿Por qué son congruentes ?

Estudiante
Porque tienen los lados proporcionales y los ángulos congruentes.

Entrevistador
¿Si le dijera que son semejantes pero no congruentes, cuál sería la razón ?

Estudiante
¿Por qué ?

Entrevistador
Recuerde.

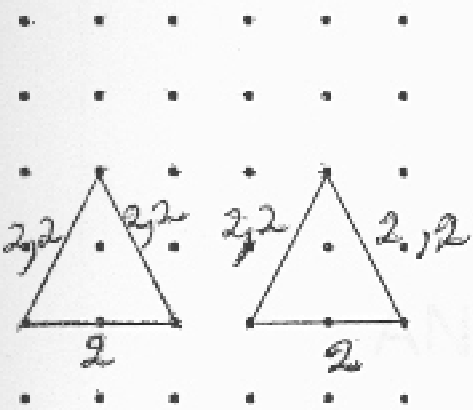
Estudiante
A, porque congruentes son los que tienen los ángulos y los lados de igual medida y semejantes son los que tienen los lados proporcionales y los ángulos de igal medida.

Entrevistador
¿Por qué dos polígonos congruentes siempre son semejantes entre sí ?

Estudiante
No responde.

Entrevistador
Dibuje dos poligonos congruentes.

Estudiante
Dibuja dos triángulos isósceles de 2cm de base y 2cm de altura.



Entrevistador
¿Son congruentes?

Estudiante
Sí y de nuevo da la definición "congruentes son los que tienen los ángulos y los lados de igual medida".

Entrevistador
¿Son semejantes?

Estudiante
Sí, porque los lados son proporcionales y ella misma se aclara que los lados correspondientes son congruentes.

Entrevistador
¿Cuál es la razón entre los lados de dos polígonos que son congruentes ?

Estudiante
Concluye sobre la razón 1 a 1 y pregunta ¿ por qué dos triángulos que tienen las bases congruentes y las alturas congruentes no siempre son semejantes entre sí?

Entrevistador
Presenta al estudiante diferentes triángulos todos de 5cm de medida de la base y 2cm de medida de la altura y pregunta ¿ son semejantes ?

Estudiante
No y vuelve a su definición de polígonos semejantes.

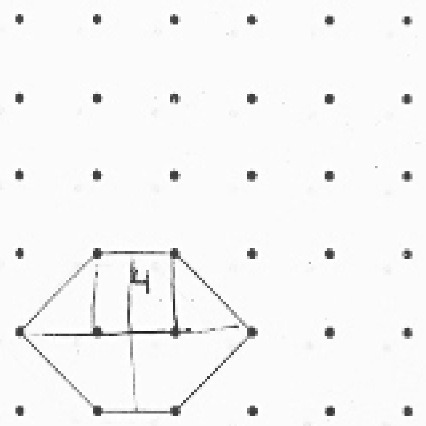
Al concluir la entrevista la estudiante explica sobre su confusión entre polígonos congruentes y polígonos semejantes y reconoce que ella no diferenciaba entre los polígonos que son congruentes y los que son semejantes.

ANEXO N° 4

EJECUCIONES DE MAESTROS Y MAESTRAS EN EJERCICIOS DE CÁLCULO DE ÁREA

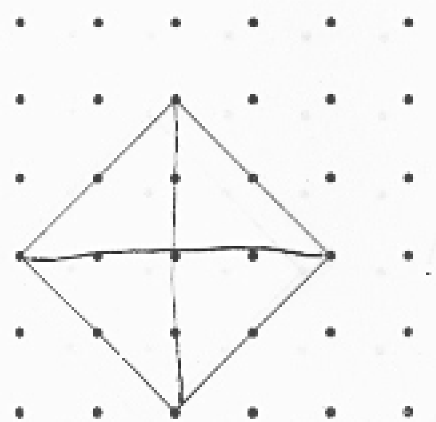
Si la distancia entre cada punto es de un centímetro, ¿cuál es el área de cada una de las figuras siguientes?

1. 1



4

2. 2

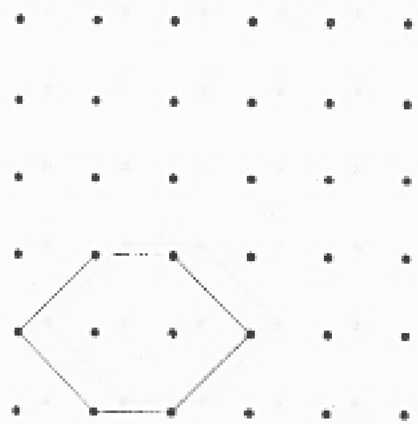


$\frac{D \cdot d}{2} = \frac{4 \cdot 4}{2} = \frac{16}{2} = 8$

R= 8

Si la distancia entre cada punto es de un centímetro,¿cuál es el área de cada una de las figuras siguientes?

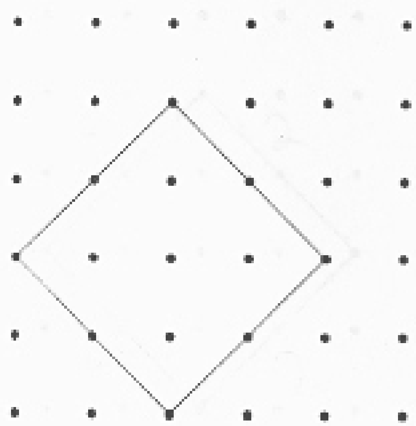
1.



$A = 6$

3

2.

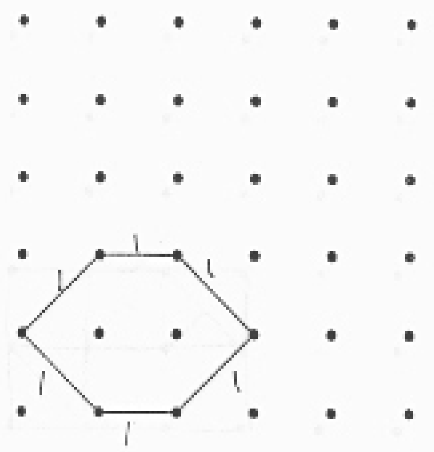


$A = \frac{D \times d}{2}$ $\frac{16}{2} = 8$

4

Si la distancia entre cada punto es de un centímetro,¿cuál es el área de cada una de las figuras siguientes?

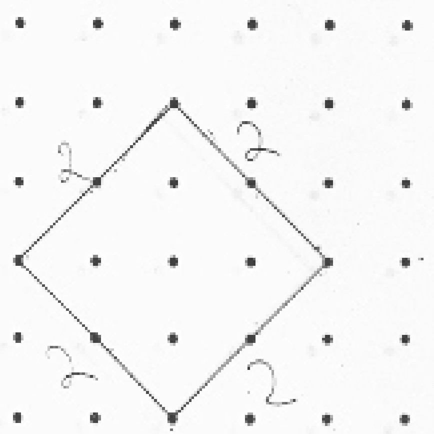
1. 7



$l \times l = 1 \times 6 = 6$

El área es $6 cm^2$.

2. 8

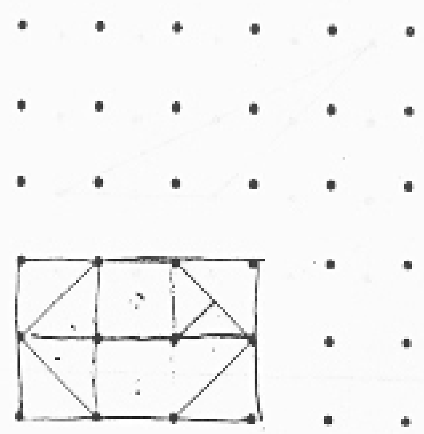


$l \times l = 4 \times 2 = 8$

El área es $8 cm^2$.

Si la distancia entre cada punto es de un centímetro,¿cuál es el área de cada una de las figuras siguientes?

1.



$\square = l \times l \quad 1\,cm^2$

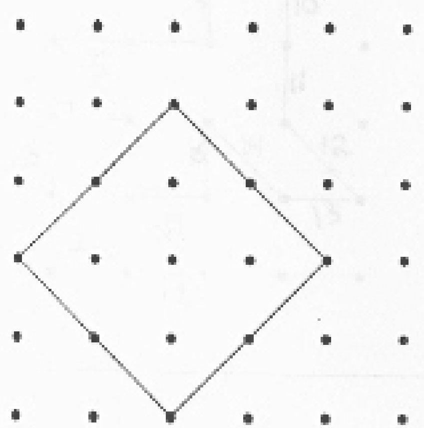
$\square = l \times l \quad 1\,cm^2.$

¿$\triangle = \frac{b \times h}{2} \quad \frac{2 \times 1}{2} = 1$

$1+1+1+1 = 4\,cm^2.$

9

2.

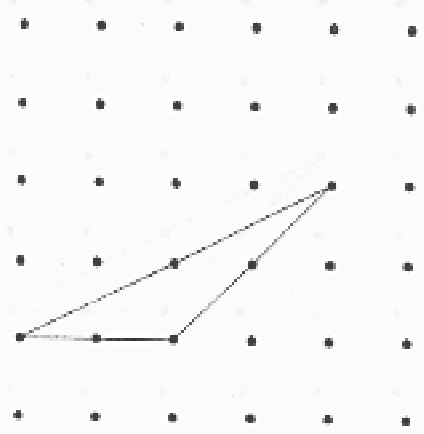


$\square = l \times l. \quad = 2$

$2 \times 2 = 4\,cm^2.$

10

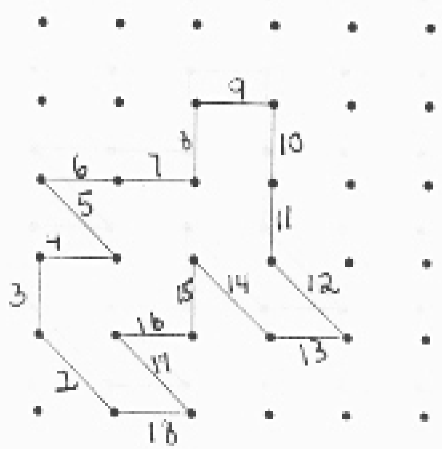
3.



$$\frac{b \cdot h}{2} \qquad \frac{2 \cdot 1}{2} = \frac{2}{2} = 1cm^2$$

11

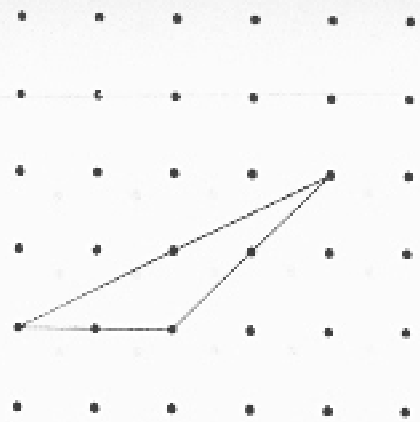
4.



$$\frac{P \cdot a}{2} = \frac{18 \cdot 1}{2} = \frac{18}{2} = 9cm^2$$

12

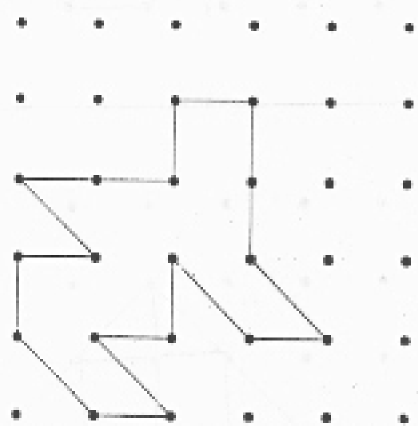
3. 13



$A = b \times a$

$2 \times 2 = 4$

4. 14

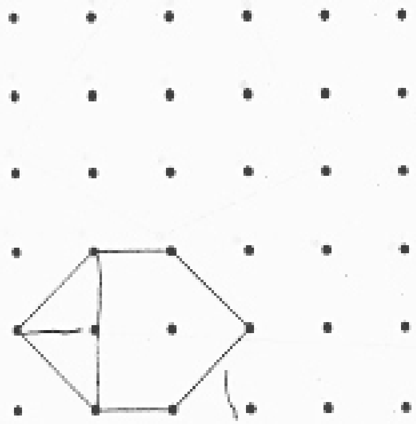


Suma de lados

$A = 16$

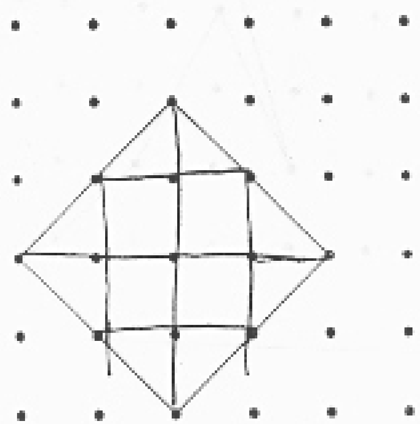
Si la distancia entre cada punto es de un centímetro,¿cuál es el área de cada una de las figuras siguientes?

1. 15



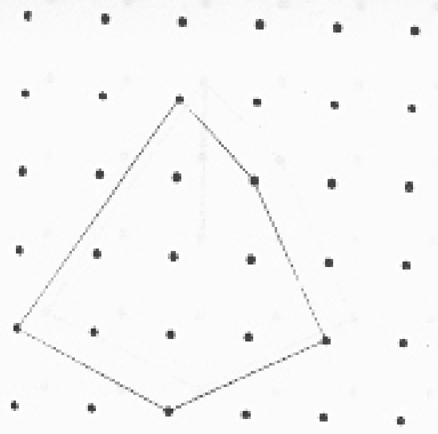
6

2. 16



12

5.

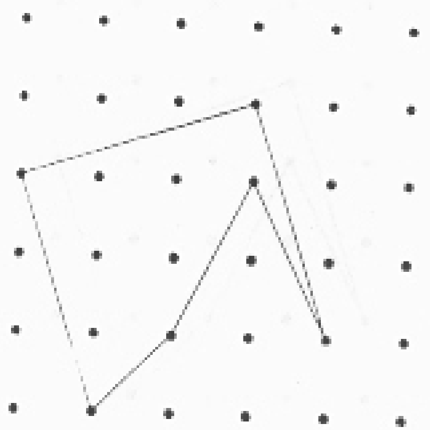


$\frac{P \times a}{2}$ $\frac{5 \times 1}{2}$

$\frac{5}{2} = 2{,}5\ cm^2$.

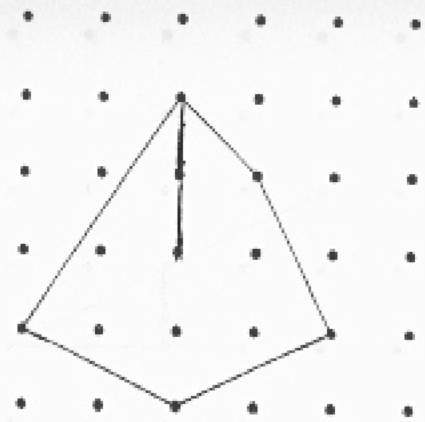
17

6.



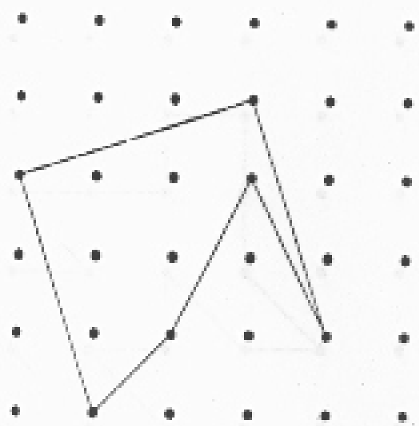
$\frac{P \times a}{2}$ $\frac{6 \times 1}{2}$ $\frac{6}{2} = 3\ cm^2$.

18

5. 

$$\frac{5 \times 2}{2} = \frac{10}{2} = 5$$

19

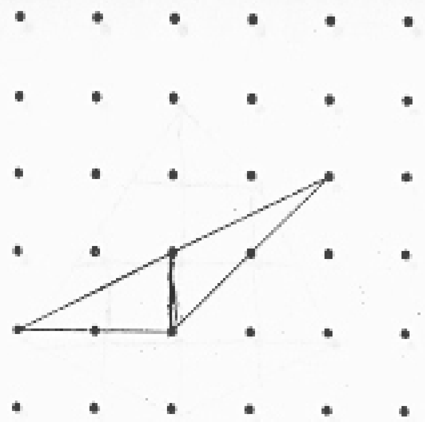
6. 

$$\frac{6 \times 1{,}5}{2} = \frac{9}{2} = 4{,}5$$

20

21

3.

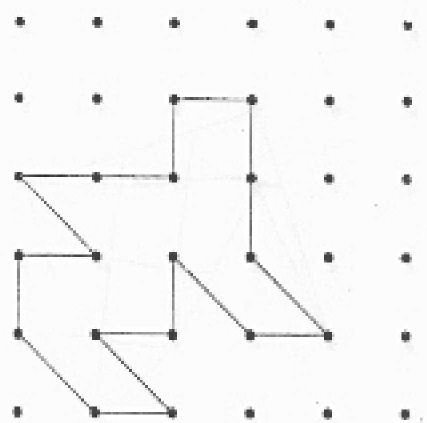


$$\frac{b \times h}{2} = \frac{2 \times 1}{2} = 1$$

$1 + 1 = 2 cm^2$

22

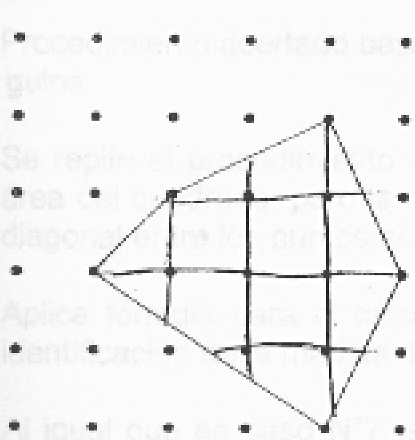
4.



23

5.

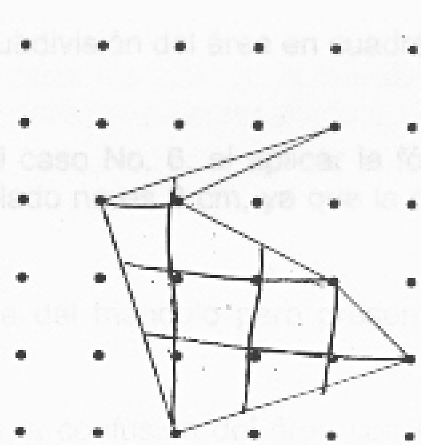
14



24

6.

12



INTERPRETACIÓN DE LOS EJEMPLOS DE CÁLCULO DE ÁREA

1. El dibujo corresponde al cálculo del área de acuerdo con una subdivisión de áreas.

2. Aplica la fórmula para el cálculo del área del rombo.

3. Respuesta incorrecta y no se aporta el procedimiento.

4. Al igual que en el caso N°2, aplica la fórmula para el cálculo del rombo.

5. Aplica la fórmula para el cálculo del área del hexágono regular en un hexágono irregular.
   Error al calcular el perímetro ya que la distancia de la diagonal entre los puntos no es 1 cm.
   Error al identificar la medida de la apotema.
   Error de multiplicación.

6. Aplica la fórmula para el área del cuadrado, pero la medida del lado no es 2 cm, ya que la distancia de la diagonal entre los puntos no es 1 cm.

7. Confusión del área con el perímetro y error en el cálculo de este, ya que la distancia de la diagonal entre las puntos no es 1 cm.

8. Confusión entre la fórmula del área y la del perímetro ya que primero anotó la fórmula l x l correspondiente al cálculo del área y luego la desarrolló como 4 x2 correspondiente al cálculo del perímetro.
   Error al calcular la medida del lado igual a 2 cm ya que la distancia entre los puntos no es 1 cm.

9. Procedimiento acertado basado en la subdivisión del área en cuadrados y triángulos.

10. Se repite el procedimiento usado en el caso No. 6, al aplicar la fórmula para el área del cuadrado, pero la medida del lado no es 2 cm, ya que la distancia de la diagonal entre los puntos no es 1 cm.

11. Aplica fórmula para el cálculo del área del triángulo pero presenta error en la identificación de la medida del altura.

12. Al igual que en caso N°7, se presenta la confusión del área con el perímetro y error en el cálculo de este, ya que la distancia de la diagonal entre los puntos no es 1 cm.

13. Aplica fórmula para el cálculo del área del triángulo.

14. Confusión del área con el perimetro.

15. Por el intento de subdivisión de áreas y por el resultado que se aporta podría haber seguido el mismo procedimiento del caso No. 16.

16. Subdivisión del área y suma del número de partes en que se hizo la subdivisión.

17. Aplica la fórmula para el área del pentágono regular en un pentágono irregular.
    Error al calcular el perimetro como la suma del número de lados.
    Error al identificar una apotema que no existe por ser un poligono irregular y la identifica con una medida de 1 cm, correspondiente a la distancia entre los puntos.

18. Se deduce el mismo procedimiento seguido en caso No. 17.

19. Se deduce el mismo procedimiento seguido en los casos No. 17 y 18, con la diferencia de que se identifica una apotema de una medida de 2 cm.

20. Se deduce el mismo procedimiento seguido en los casos No. 17, 18 y 19, con la diferencia de que se da una medida de 1,5 cm, que podría estarse tomando como una apotema por el procedimiento seguido por este mismo maestro en el caso No. 19.

21. Aplica la fórmula para el cálculo del área del triángulo, pera presenta error al trazar la altura.

22. No se siguió ningún procedimiento.

23. Subdivisión en subáreas y el número que se aporta no corresponde a la subdivisión.

24. Mismo procedimiento seguido en el caso No. 23, al subdividir el área en subáreas pero el número de estas no corresponde al resultado que se aporta.

ANEXO N° 5

MATERIALES UTILIZADOS EN LOS TALLERES INICIALES DE CAPACITACIÓN DE MAESTROS Y MAESTRAS

CICLO I Y II

Tema

Operaciones multiplicativas

Objetivo

Realizar multiplicaciones hasta la tabla del 10 (como mínimo), empleando la suma total de áreas determinadas dentro de una cuadrícula (cedazo).

El alumno construirá las tablas de multiplicar a partir del material. Esto le facilita aprenderlas, no memorizarlas simplemente, lo que le permitirá resolver problemas razonando y no adivinando la operación que debe aplicar.

Materiales

- Un cuadrado de cedazo de 10x10 cuadritos. (Sería mejor usar cedazos de diferentes tamaños, los venden en las ferreterías).
- Lápices de color, marcador o lapiceros.
- Hojas blancas o cualquier tipo de papel de deshecho.

Procedimiento

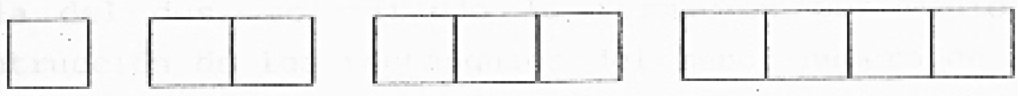
1.- Formar grupos de cuatro niños. Cada uno de los niños cuenta con un trozo de cedazo y demás materiales.

2.- El niño manipulará el material libremente para hacer diferentes representaciones.

3.- Hacer varias preguntas a los niños como:

- ¿Cómo representarían con el cedazo una vez un cuadro?
- ¿Cómo representarían una vez dos cuadros?
- ¿Cómo representarían una vez tres cuadros?.

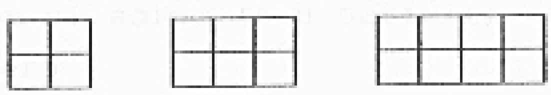
Así sucesivamente, para ir formando la tabla del uno.



Estos cuadros los pinta el niño sobreponiendo el cedazo en el papel y representando cuadro a cuadro.

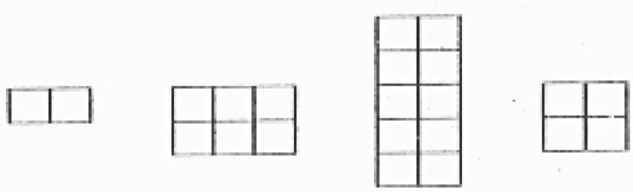
4.- Solicitar al niño que haga rectángulos de diferente cantidad de cuadrados.

Ejemplo



5.- Hacer todos los rectángulos diferentes con la condición de que tengan de un lado solo dos cuadros.

Los niños podrán hacer dibujos como los siguientes.



6.- El maestro hará preguntas similares a las siguientes:
- ¿ Cuáles dibujos utilizaron dos cuadritos?
- ¿ Cuáles utilizaron cuatro, seis, ocho, etc?, (según la creatividad de los niños).

De esta manera el maestro sugiere la construcción de la tabla del dos, solicitando la formación por medio de la construcción de los rectángulos del menor número de cuadrados al mayor número. Este trabajo se sugiere que se realice en grupos para que los niños tengan oportunidad de intercambiar opiniones y realizar diferentes representaciones.

7.- Se sigue un procedimiento similar para la formación de la tabla de tres, cuatro, cinco, seis, siete, ocho, nueve, etc. Ejemplo: Hacer muchos rectángulos diferentes que tengan por un lado tres cuadritos.

8.- Al avanzar con la construcción de las tablas, los niños irán descubriendo por si solos (sin definir) el concepto de factores de un número

NOTA

Es importante que los niños cuenten (verbalicen) todo lo que hacen y el por qué. De esta manera van construyendo sus conceptos.

CICLO I y II

Tema

Las tablas de multiplicar.

Objetivo:

Facilitar la construcción del concepto de multiplicación.

Materiales

- Chapas, paletas.
- Tablas, como muestra el ejemplo.

Procedimiento

1. Hacer grupos de cuatro niños.

2. Usar material concreto (chapas, frijoles, fichas, etc) y solicitar a los niños hacer representaciones con el material. Luego comparar las representaciones entre los cuatro niños.

   Ejemplo

   2 veces 3

   chapas

TABLA

X	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	O	O	O						
2	O	O	O						
3									

3. Luego se trabaja la construcción de la tabla del 2, solicitando que hagan en la cartulina los ejemplos siguientes:

2 veces 1	2 veces 6
2 veces 2	2 veces 7
2 veces 3	2 veces 8
2 veces 4	2 veces 9
2 veces 5	

4. Representar en hojas el trabajo que hicieron.

Podría ser que hagan lo siguiente

X	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	O								
2	O								

2 veces 1 = 2

X	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	O	O	O						
2	O	O	O						

2 veces 3 = 6

Luego comentan entre los compañeros de grupo, los trabajos que hicieron y seleccionan uno de todos para exponerlo como trabajo del grupo. Pegan en la pared (o donde quieran) un trabajo por grupo, y se hace una plenaria. Lo importante es la participación de todos para facilitar la construcción de las "tablas".

5- Trabajar la construcción de las otras tablas.
Ejemplo:

3 veces 4

TABLA

chapas

X	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	O	O	O	O					
2	O	O	O	O					
3	O	O	O	O					

6- También se pueden mostrar al niño representaciones con chapas, para que ellos escriban la multiplicación que corresponde.

NOTA

Se pueden aumentar los números tanto en la columna vertical como en la horizontal, para elevar el nivel de dificultad.

CICLO I y II

Tema

Multiplicación.

Objetivo

Facilitar la construcción del concepto de llevar unidades a decenas en una multiplicación.

Materiales

- Frijoles, piedras, maíz, chapas o cualquier material similar.
- Hojas de reciclaje, es decir, que han sido usadas por una cara para que el niño trabaje libremente.

Procedimiento

1- Agrupar los niños en parejas con su respectivo material (frijoles y hojas para representar el trabajo).

2- Representar con frijoles diferentes números de dos dígitos, separando las decenas y las unidades. (Realizar varios ejemplos de este tipo).

3- Representar números de dos cifras con frijoles como en el punto anterior pero con el siguiente arreglo

Ejemplo 23

0 0
0 0
0 0
0 0 0
0 0 0
0 0 0
0 0
0 0
0 0

Un niño lo hace con frijoles y otro lo representa en el papel y a la inversa.

4- Realizar multiplicaciones como el ejemplo siguiente, multiplicando por separado las decenas y las unidades. Luego se integran las unidades (10 o más) en decenas y se trasladan a las decenas. Finalmente se cuentan las decenas y las unidades que quedan en el resultado.

a) Representar la multiplicación 24 x 3. Se multiplica por separado decenas y unidades.

d

0 0
0 0
0 0
0 0
0 0 X 3
0 0
0 0
0 0
0 0
0 0

u

0 0 0 0 X 3

3 veces

b) 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0

0 0 0 0
forman
1 decena 0 0 0 0.
y sobran
2 unidades 0 0 0 0

---

0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0

la decena
pasa al 0 0
lugar de
las decenas

---

7 DECENAS

2 UNIDADES

Entonces 24 x 3 = 72

CICLO II

Tema

Construyendo el conjunto de los números naturales.

Objetivo

Construir los conceptos de: número primo, compuesto, par, impar, factor de un número, divisor de un número, máximo común divisor, mínimo común múltiplo, potencia.

La construcción de los números a partir de los números primos es un recurso metodológico muy importante para que el niño pueda "comprender" los números, cómo están formados, qué factores tienen, si un número es par o múltiplo, etc.

Materiales

Conjunto de tarjetas de 4 X 4 cm. de diferentes colores, que llevan escrito un número primo: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, etc.

Ejemplo:	2	3	5	7	11
	blanco	amarillo	celeste	rosado	verde

Se entrega al menos:

Diez tarjetas de los números 2 y 3.

Seis tarjetas de los números 5 y 7.

Se continua disminuyendo el número de tarjetas.

Procedimiento

1- Formar grupos de cuatro niños.

2- Repartir al menos diez tarjetas de los números 2 y 3 , seis de los números 5 y 7 y disminuir sucesivamente el número de tarjetas.

3- Solicitar que observen cada cartoncito y descubran las características de cada número.
Indicar a los alumnos que la regla para trabajar con las tarjetas es que al colocar juntas dos o más tarjetas se indica multiplicación.

Ej: $\boxed{2}\boxed{3}$ $\boxed{2}\boxed{3}\boxed{5}$ $\boxed{2}\boxed{2}\boxed{2}$

2 X 3 = 6   2 X 3 X 5 = 30   2 X 2 X 2 = 8

4- Usar este material para representar los números de 2 a 10. El maestro asigna un lugar en la pared, el suelo, o la pizarra donde se pegarán o pondrán la tarjetas con los números primos.

Se comienza con el $\boxed{2}$

El maestro organiza con todo el grupo, la construcción de los números naturales a partir del 2. Por ejemplo aquí colocamos el número 2, ahora ¿quién coloca el 3?

Luego solicita que algún niño coloque el 4. Aquí aparece un conflicto porque no hay una tarjeta con ese número, no es primo. Se les da tiempo para que tengan oportunidad de "construir el 4", es decir, descubrir que es 2 X 2.

Luego el 5, y así sucesivamente

$\boxed{2}$	$\boxed{3}$	$\boxed{2}\ \boxed{2}$	$\boxed{5}$	$\boxed{2}\ \boxed{3}$	$\boxed{7}$
2	3	4	5	6	7

$\boxed{2}\ \boxed{2}\ \boxed{2}$	$\boxed{3}\ \boxed{3}$	$\boxed{2}\ \boxed{5}$	$\boxed{11}$
8	9	10	

5- Practicar con diferentes números. Ejemplo: representar 18 o 132, esto depende del nivel del niño.

$\boxed{2}\ \boxed{3}\ \boxed{3}$	$\boxed{2}\ \boxed{2}\ \boxed{3}\ \boxed{11}$
18	132

6- Otro ejercicio puede ser el siguiente:

Pegar en la pizarra $\boxed{7}\ \boxed{?}\ \boxed{5} = 70$

¿Cuál será el número $\boxed{?}$, el que lo descubra péguelo en la pizarra. El niño debe pegar el $\boxed{2}$

7- Número impar: No tiene factor $\boxed{2}$ verlo en la construcción

8- Número par con factor $\boxed{2}$ o divisible por $\boxed{2}$, verlo en las construcciones.

9- Números con factores o divisores diversos (3, 5, 7, etc) Iguales experiencias que las anteriores.

10- Múltiplo de un número:

Ejemplo: $\boxed{2}\boxed{5} = 10$ El número 10 es múltiplo del 5 y del 2.

11- Máximo Común Divisor:

$\underbrace{\boxed{2}\boxed{5}}_{10}$ $\underbrace{\boxed{3}\boxed{5}\boxed{5}}_{75}$ 5 es el M.C.D.

12- Mínimo Común Múltiplo

$\underbrace{\boxed{2}\boxed{5}}_{10}$ $\underbrace{\boxed{2}\boxed{2}\boxed{5}}_{20}$ 20 es el mínimo común múltiplo

13- El maestro y el niño pueden inventar más actividades, usando siempre los principios del juego.

NOTA

Las siguientes actividades toman los principios de los ejercicios anteriores y usan el mismo material, pero tienen como propósito reforzar el concepto de factorización.

Procedimiento

1- Formar grupos de cuatro niños y repartirles el material.

2- Un integrante del grupo esconde una tarjeta con el número, describe el número para que los otros niños del grupo lo adivinen. Esta actividad se hace para ponerlos en contacto con el material y recordar lo aprendido.

3- Preguntar, ¿cuál grupo puede formar (multiplicando) los siguientes números: 32, 420, etc?
Cuando lo encuentren pegarlos en la pizarra (o en otro lugar) y mediante una flecha indicar el número de veces que aparece cada número.

Ejemplos:

Nota: Torre con todos los números iguales para introducir el concepto de potencia.

$2^5 = 32$

$$\left.\begin{array}{c}\boxed{2}\\ \boxed{2}\\ \boxed{2}\\ \boxed{2}\\ \boxed{2}\end{array}\right\}\text{— 5 veces—}$$

$$\underbrace{\boxed{2}\ \boxed{2}\ \boxed{2}\ \boxed{2}\ \boxed{2}}_{\text{5 veces}}$$

2 x 2 x 2 x 2 x 2 = 32

420

$$\underbrace{\boxed{2}\ \boxed{2}}_{\text{2 veces}}\quad \underbrace{\boxed{5}}_{\text{1 vez}}\quad \underbrace{\boxed{3}}_{\text{1 vez}}\quad \underbrace{\boxed{7}}_{\text{1 vez}}$$

$$\begin{array}{cccc}\boxed{2} & & & \\ \boxed{2} & \boxed{5} & \boxed{3} & \boxed{7}\end{array}$$

$2^2 \times 5 \times 3 \times 7$

5- Hacer preguntas como las siguientes:

- ¿Qué número se forma si se toman 1 de 11, 1 de 7, 2 de 5, 2 de 3 y 1 de 2.

- Realizar la misma pregunta, si se toman: 2 de 2, 2 de 3, 1 de 5, y 1 de 7.

4. Factorizar básicamente con patrones o series las cantidades: 10, 100, 1000, 10 000.

10 = $\boxed{2}\ \boxed{5}$

2×5

100 = $\boxed{2}\ \boxed{2}\ \boxed{5}\ \boxed{5}$

$2^{2*} \times 5^{2*}$ *observe el exponente (2 ceros, exponente 2)

1000 = $\boxed{2}\ \boxed{2}\ \boxed{2}\ \boxed{5}\ \boxed{5}\ \boxed{5}$

$2^{3*} \times 5^{3*}$ *observe el exponente. (3 ceros, exponente 3)

Continuar con 10 000, 100 000, 1 000 000

5. Factorizar las siguientes cantidades:

17 000	60 000	35 000
34 000	15 000	70 000

NOTA:

Estas actividades deben hacerse periódicamente con los niños.

X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1										
2										
3										
4										
5										

9	13	8	12
19	18	15	14
32	36	39	37
25	28	29	24
40	43	45	49
51	52	56	59
72	79	74	77
81	83	85	87
93	99	97	95
21	33	41	57

X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1										
2										
3										
4										
5										

9	13	8	12
19	18	15	14
32	36	39	37
25	28	29	24
40	43	45	49
51	52	56	59
72	79	74	77
81	83	85	87
93	99	97	95
21	33	41	57

9	13	8	12
19	18	15	14
32	36	39	37
25	28	29	24
40	43	45	49
51	52	56	59
72	79	74	77
81	83	85	87
93	99	97	95
21	33	41	57

2	2	2	2
2	2	2	2
2	2	3	3
3	3	3	3
3	3	3	3
5	5	5	5
5	5	5	5

7	7	7	7
7	7	7	7
11	11	11	11
11	11	13	13
13	13	13	13
17	17	17	17
19	19	19	19

23	23	23	23
29	29	29	29
31	31	31	31
37	37	37	37
41	41	41	41
43	43	43	43
47	47	47	47

53	53	53	53
59	59	59	59
61	61	61	61
67	67	67	67
71	71	71	71
73	73	73	73
79	79	79	79

83	83	83	83
89	89	89	89
97	97	97	97

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

ANEXO N° 6

PUBLICACIONES

CONCEPTOS GEOMÉTRICOS EN MAESTROS DE ESCUELA PRIMARIA

TERESITA PERALTA MONGE

UNIVERSIDAD DE COSTA RICA

INSTITUTO DE INVESTIGACIÓN PARA EL MEJORAMIENTO DE LA EDUCACIÓN COSTARRICENSE
IIMEC

PALABRAS CLAVES (DESCRIPTORES)

Formación de maestros de escuela primaria – Geometría - Relaciones Matemáticas – Polígonos – Semejanza – Congruencia.

BASE TEÓRICA CONCEPTUAL

La investigación *Construcción de conceptos geométricos en maestros de escuela primaria,* se basa en la concepción constructivista de la Matemática asumida en el proyecto de investigación *Plan piloto para el mejoramiento en la enseñanza de las Ciencias y la Matemática* (Peralta et al 1995), en el que se partió de una concepción de la Matemática como una actividad de construcción de relaciones y patrones mediante la experimentación, el cuestionamiento, la reflexión, el descubrimiento, la invención y la discusión.

La investigación parte del supuesto de la existencia de una relación entre los significados construidos por los maestros para conceptos geométricos contenidos en el curriculo en la escuela primaria y sus concepciones sobre el proceso de enseñanza aprendizaje de estos, relación que amerita la creación de ambientes de aprendizaje donde los maestros analicen su propio proceso de aprendizaje y participen en situaciones de análisis y exploración que les faciliten la construcción de significados para conceptos geométricos, para que en consecuencia ellos puedan a la vez propiciar estos ambientes para el aprendizaje por parte de sus estudiantes.

En este sentido Ávalos (1997), señala que las concepciones matemáticas de los maestros se derivan de los aprendizajes adquiridos durante su formación escolar y profesional y de su referente curricular, por lo que la concepción de los contenidos escolares está ligada a sus concepciones sobre su enseñanza y su aprendizaje.

METODOLOGÍA

El estudio que se presenta corresponde los resultados obtenidos en una primera etapa del proyecto de investigación *Construcción de conceptos geométricos en maestros de escuela primaria,* desarrollado por el Instituto de Investigación para el mejoramiento de la Educación Costarricense (IIMEC).

La investigación tiene como objetivo conocer sobre los significados construidos por los maestros para conceptos geométricos básicos contenidos en los programas de Matemática de la escuela primaria, para contar con elementos teóricos que orienten el proceso de enseñanza aprendizaje en el área de Geometría en los cursos de formación y capacitación de maestros de escuela primaria.

La investigación es de naturaleza cualitativa, para su desarrollo se plantean las fases siguientes:

1. Aplicación de un cuestionario de tipo exploratorio como instrumento subordinado a un estudio cualitativo más amplio. Su aplicación responde al propósito de obtener información global sobre conceptos geométricos en maestros de escuela primaria.

2. Observación en el aula para conocer sobre el abordaje del proceso de enseñanza aprendizaje de la Geometría.

3. Realización de entrevistas individuales para profundizar en las respuestas dadas en el cuestionario y analizar las hipótesis de investigación generadas por los resultados obtenidos en el cuestionario. A partir de las respuestas dadas en el cuestionario exploratorio se establecen las tareas de las entrevistas y la disposición de un protocolo para cada caso las ubica como entrevistas semiestructuradas.

4. Elaboración de material didáctico para la enseñanza aprendizaje de la Geometría en maestros de escuela primaria. Este material se validará mediante talleres que se realizarán con los mismos maestros que participan en el proyecto, para atender por este medio las deficiencias encontradas en su construcción de conceptos geométricos. De esta manera los maestros participantes serán sujetos de investigación y de aprendizaje.

En un principio se consideró la participación en el proyecto de maestros de cuarto grado de cinco escuelas del área metropolitana de la provincia de San José, por considerar que el desarrollo del programa de Matemática en este nivel exige la preparación de los maestros en los temas de polígonos, áreas, congruencia y semejanza objeto de estudio del proyecto. Posteriormente al iniciar la fase de aplicación de los cuestionarios, en tres de las escuelas participantes se consideró la necesidad de que todos sus maestros participaran de las actividades del proyecto y en las otras dos escuelas se trabajó con todos los maestros de cuarto y quinto grado, por lo que el número de maestros que respondió al cuestionario de tipo exploratorio aplicado en una primera fase del proyecto ascendió a setenta y dos.

Es importante dar a conocer que en un principio hubo dificultad para encontrar las cinco escuelas que participaran en el proyecto, debido a la normativa definida por el Ministerio de Educación Pública para que los maestros atiendan los doscientos días del curso lectivo, posteriormente se superó esta dificultad cuando se encontraron cinco escuelas que aceptaron participar en la actividad programada para la aplicación del cuestionario en tiempo fuera del horario de lecciones.

Por estar en proceso las fases 2, 3 y 4 en esta ocasión se presentan solo los resultados de la primera fase correspondientes a loa resultados de la aplicación del cuestionario, este tiene como propósito indagar sobre los conceptos construidos por maestros de escuela primaria para conceptos geométricos contenidos en los programas de Matemática sobre polígonos y sus relaciones, áreas, congruencia y semejanza, a través del planteamiento de situaciones y problemas familiares para el maestro de escuela primaria, basadas en los contenidos incluidos en los programas de Matemática en la escuela primaria publicados por el Ministerio de Educación Pública.

En su proceso de construcción, se atendió el propósito de que el cuestionario superara el nivel de medición de conceptos, para indagar sobre las relaciones matemáticas en torno a los conceptos en estudio. Para su validación se solicitó a especialistas en enseñanza de la Matemática con experiencia en docencia en la formación matemática de maestros de escuela primaria o en investigación en el proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática en la escuela primaria, que hicieran una valoración del cuestionario dirigida al análisis de la claridad en la redacción de las preguntas y de la coherencia entre estas y los objetivos planteados.

ANÁLISIS DE RESULTADOS

Con base en el análisis de los resultados obtenidos en la aplicación del cuestionario, se establecieron categorias de respuesta y se generaron las hipótesis de investigación que orientan la ejecución de las entrevistas.

A continuación se presentan los resultados por objetivo y las hipótesis de investigación que generaron éstos resultados, las cuales orientarán las entrevistas individuales y las observaciones de aula.

Primer objetivo

Explorar sobre los conocimientos de los maestros acerca de las relaciones existentes entre polígonos.

Resultados más relevantes

-59 (81,94%) maestros no relacionan un paralelogramo que tiene los cuatro lados de igual medida con un rombo.

-39 (54,16%) maestros no relacionan un paralelogramo que tiene los cuatro ángulos de igual medida con un cuadrado y 50 (69,44%) no lo relaciona con el rectángulo.

-51 (70,83%) maestros no relacionan un rectángulo que tiene los cuatro lados de igual medida con un cuadrado y 64 (88,88%) no lo relacionan con un rombo.

-Sólo 37 (51,38%) maestros relacionan un cuadrilátero que tiene los cuatro ángulos internos rectos y los lados opuestos de igual medida con un rectángulo y 54 (75,00%) pero lo relacionan con un cuadrado.

-51 (70,83%) maestros no relacionan un rombo que tiene las diagonales de igual medida con un cuadrado.

-Sólo 37 (51,38%) maestros relacionan un paralelogramo en el que las diagonales lo dividen en cuatro triángulos de igual área con un rombo y 62 (86,11%) no lo relacionan con un cuadrado.

-68 (94,44%) maestros no relacionan un rectángulo que tiene las diagonales perpendiculares con un cuadrado y 65 (90,28%) no lo relaciona con un rombo.

-42 (58,33%) maestros no relacionan un cuadrilátero que tiene solamente un par de lados opuestos con un trapecio.

-51 (70,83%) maestros no relacionan un rombo que tiene los cuatro ángulos rectos con un cuadrado.

-43 (59,72%) maestros no reconocen que todo cuadrado es un rectángulo.

-50 (69,44%) maestros reconocen erróneamente que un rombo es un polígono regular.

Al trazar los diagramas de Venn sobre relaciones entre polígonos sólo un maestro acertó el diagrama en el que se solicitó relacionar polígonos, rombos, cuadriláteros, paralelogramos y cuadrados. Otro maestro acertó en la construcción del diagrama que relaciona polígonos, cuadriláteros, paralelogramos y trapecios.

El mayor número de aciertos se presentó en el diagrama que relaciona cuadriláteros, cuadrados, paralelogramos y rectángulos y entre los errores más comunes se presentó la inclusión de:
-polígonos en los paralelogramos,
-cuadriláteros en los paralelogramos,
-cuadriláteros en los rectángulos,
-cuadriláteros en los rombos,
-cuadriláteros en los trapecios,
-paralelogramos en los cuadrados,
-paralelogramos en los rectángulos,
-paralelogramos en los rombos,
-paralelogramos en los trapecios,
-rectángulos en los cuadrados,
-rombos en los cuadrados,
-trapecios en los paralelogramos.

Hipótesis de investigación

En su mayoría los maestros presentan deficiencias en la construcción de relaciones entre polígonos.

Segundo objetivo

Explorar sobre los conocimientos de los maestros acerca de la congruencia entre polígonos.

Resultados más relevantes

-Más de un 50% de los maestros reconocen la congruencia entre figuras de polígonos que se les presentaron.

-42 (58,33%) maestros reconocen que dos triángulos que tienen sus lados correspondientes congruentes, tienen siempre congruentes sus ángulos correspondientes pero por el contrario 40 (55,55%) reconocen erróneamente que dos triángulos que tienen sus ángulos correspondientes congruentes siempre son congruentes.

-52 (72,22%) maestros reconocen erróneamente que dos triángulos que tienen las bases congruentes y las alturas congruentes siempre son congruentes.

Hipótesis de investigación

Los maestros presentan deficiencias en la construcción del concepto de congruencia entre polígonos.

Tercer objetivo

Explorar sobre los conocimientos de los maestros acerca de la semejanza entre polígonos.

Resultados más relevantes

-Más del 50% de los maestros señalan erróneamente como semejantes, polígonos que presentan una forma parecida, sin comprobar la proporcionalidad entre sus lados y la igualdad entre sus ángulos correspondientes.

-49 (68,00%) maestros reconocen erróneamente que dos polígonos que tienen proporcionales sus lados correspondientes siempre son semejantes.

-48 (66,67%) maestros reconocen erróneamente que dos rectángulos siempre son semejantes entre sí.

Hipótesis de investigación

En su mayoría los maestros no han construido el concepto de semejanza y lo asocian solo con la forma entre polígonos.

RECOMENDACIONES

La ejecución de la primera fase del proyecto encontró necesidades de capacitación y de formación continua en los maestros de escuela primaria, situación que permite recomendar que se considere como una prioridad en la investigación educativa la ejecución de proyectos que lleguen a las aulas de las escuelas, para contar con elementos teóricos y prácticos que ayuden a los maestros en su práctica educativa y favorezcan el mejoramiento en los planes de formación y capacitación de maestros.

BIBLIOGRAFÍA CITADA

Peralta Teresita et al (1996). Informe final, *Plan piloto para el mejoramiento en la enseñanza de la Ciencia y la Matemática*. Costa Rica, UCR, UNA, CONICIT.

Ávalos Alejandra (1997). *Concepciones de los maestros sobre contenidos geométricos: estado de conocimientos en México*. Actas de la Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa. México, Grupo Editorial Iberoamérica.

CONSTRUCCIÓN DE RELACIONES GEOMÉTRICAS EN LA FORMACIÓN DEL MAESTRO DE ESCUELA PRIMARIA

TERESITA PERALTA MONGE

UNIVERSIDAD DE COSTA RICA
COSTA RICA

tperalta@cariari.ucr.ac.cr

Formación de profesores e investigación en Matemática Educativa
Nivel Superior

BASE TEÓRICA CONCEPTUAL

La investigación Construcción de conceptos geométricos en maestros de escuela primaria, se basa en la concepción constructivista de la Matemática asumida en el proyecto de investigación Plan piloto para el mejoramiento en la enseñanza de las Ciencias y la Matemática (Peralta 1995), en el que se partió de una concepción de la Matemática como una actividad de construcción de relaciones y patrones mediante la experimentación, el cuestionamiento, la reflexión, el descubrimiento, la invención y la discusión.

Coherente con Ávalos (1997), quien señala que las concepciones matemáticas de los maestros se derivan de los aprendizajes adquiridos durante su formación escolar y profesional y de su referente curricular, el proyecto abordó además el propósito de conocer sobre los significados construidos por estudiantes de los cursos de Matemática en Educación Primaria de la Universidad de Costa Rica, para conceptos geométricos básicos contenidos en los programas de Matemática de la escuela primaria, para contar con elementos teóricos que orienten el proceso de enseñanza aprendizaje en el área de Geometría en los cursos de formación y capacitación de maestros de escuela primaria.

METODOLOGÍA

La investigación es de naturaleza cualitativa, para su desarrollo se plantean las fases siguientes:

1. Aplicación de un cuestionario de tipo exploratorio como instrumento subordinado a un estudio cualitativo más amplio. Su aplicación responde al propósito de obtener información global sobre conceptos geométricos en maestros en formación de escuela primaria.

2. Realización de entrevistas individuales para profundizar en las respuestas dadas en el cuestionario y analizar las hipótesis de investigación generadas por los resultados obtenidos en el cuestionario. La disposición de un protocolo para cada caso las ubica como entrevistas semiestructuradas.

3. Elaboración de material didáctico para la formación en Geometría de maestros de escuela primaria.

Por estar en proceso la fase tres, en esta ocasión se presentan solamente los resultados de la primera y segunda fase correspondientes a los resultados de la aplicación del cuestionario y a la realización de las entrevistas a estudiantes de la carrera de educación primaria, los cuales para efectos de este estudio de denominarán *maestros en formación.*

El cuestionario tiene como propósito indagar sobre los significados construidos por maestros en formación, para conceptos geométricos contenidos en los programas para la enseñanza aprendizaje de la Geometría en la escuela primaria En su proceso de construcción, se atendió el propósito de que el cuestionario superara el nivel de medición de conceptos, para indagar sobre las relaciones matemáticas en torno a los conceptos en estudio. Para su validación se solicitó a especialistas en enseñanza de la Matemática con experiencia en docencia en la formación matemática de maestros de escuela primaria o en investigación en el proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática en la escuela primaria, que hicieran una valoración del cuestionario dirigida al análisis de la claridad en la redacción de las preguntas y de la coherencia entre estas y los objetivos planteados.

Con base en el análisis de los resultados obtenidos en la aplicación del cuestionario, se establecieron categorías de respuesta y se generaron las hipótesis de investigación que orientan la ejecución de las entrevistas individuales, las cuales tienen un carácter exploratorio pero a la vez se orientan a facilitar la construcción de conceptos por parte de los entrevistados.

ANÁLISIS DE RESULTADOS

A continuación se presentan los resultados más relevantes obtenidos de la aplicación del cuestionario y la hipótesis de investigación que generaron éstos resultados, hipótesis que orienta las entrevistas individuales..

-33 (97.96%) estudiantes no relacionan un paralelogramo que tiene los cuatro lados de igual medida con un rombo.
-24 (570.59%) estudiantes no relacionan un rectángulo que tiene los cuatro lados de igual medida con un cuadrado y 31 (91.18%) no lo relacionan con un rombo.
-26 (76.47%) estudiantes no relacionan un rombo que tiene las diagonales de igual medida con un cuadrado.
-31 (91.18%) estudiantes no relacionan un paralelogramo en el que las diagonales lo dividen en cuatro triángulos de igual área con un cuadrado y solo 19 (55.88%) lo relacionan con un rombo.

-30 (88.23%) estudiantes no relacionan un rectángulo que tiene las diagonales perpendiculares con un cuadrado y 26 (76.47%) no lo relaciona con un rombo.
-19 (55.88%) estudiantes no relacionan un rombo que tiene los cuatro ángulos rectos con un cuadrado.
-18 (52.94%) estudiantes no relacionan un polígono regular de cuatro lados con un cuadrado..
-19 (55.88) estudiantes no relacionan un paralelogramo equilátero y equiángulo con un cuadrado.
–Más del 75% de los estudiantes no relacionan un cuadrilátero que tiene los lados opuestos de igual medida con un cuadrado, rectángulo, rombo, romboide o paralelogramo.

Los errores más comunes encontrados en el trazo de diagramas de Venn en los que se solicitó relacionar polígonos, rombos, cuadriláteros, paralelogramos y cuadrados, se refieren a la inclusión de:
-polígonos en los paralelogramos,
-cuadriláteros en los paralelogramos,
-cuadriláteros en los rectángulos,
-cuadriláteros en los rombos,
-cuadriláteros en los trapecios,
-paralelogramos en los cuadrados,
-paralelogramos en los rectángulos,
-paralelogramos en los rombos,
-paralelogramos en los trapecios,
-rectángulos en los cuadrados,
-rombos en los cuadrados,
-trapecios en los paralelogramos.

El análisis de los resultados de la aplicación del cuestionario generó la hipótesis de investigación siguiente: *Al ingresar al curso de Matemática en la Educación Primaria II, los estudiantes presentan deficiencias en la construcción de relaciones entre polígonos.*

El seguimiento de los estudiantes durante el desarrollo del curso generó procesos de entrevistas individuales de naturaleza exploratoria, en las que se ha indagado en los conceptos construidos por los entrevistados para llevarlos a la reflexión que facilite la construcción de estos conceptos. Entre los elementos más relevantes abordados en las entrevistas es pertinente destacar:

– Reconocer erróneamente como condición suficiente para ser un cuadrado, el hecho de que un paralelogramo tenga los ángulos rectos.
– Reconocer erróneamente como condición suficiente para ser un cuadrado, el hecho de que un paralelogramo tenga las diagonales perpendiculares.
– Reconocer erróneamente como condición suficiente para ser un rombo, el hecho de que un cuadrilátero tenga sus dos pares de lados opuestos paralelos.
– No reconocer que un rectángulo que tiene las diagonales perpendiculares es un cuadrado y un rombo.
– No reconocer que un rombo que tiene las diagonales de igual medida es un cuadrado.

- No reconocer que un rectángulo en el que las diagonales lo dividen en cuatro triángulos rectángulos congruentes es un rombo.
- Reconoció erróneamente como condición suficiente para ser un cuadrado, el hecho de que un paralelogramo tenga sus diagonales perpendiculares.
- No reconoció como un rombo a un rectángulo que tiene las diagonales perpendiculares.
- No reconoció como un rombo a un paralelogramo en el que las diagonales lo dividen en cuatro triángulos rectángulos congruentes.
- No reconoció como un rombo a un cuadrilátero que tiene sus cuatro lados de igual medida y sus diagonales perpendiculares.
- No reconoció como un rombo a un paralelogramo que tiene los cuatro lados de igual medida.
- No reconoció como un cuadrado ni como un rombo a un rectángulo que tiene las diagonales perpendiculares.

Entre las conclusiones señaladas por los diferentes estudiantes durante las entrevistas es importante destacar :

- La aclaración en relación con el concepto de rectas perpendiculares porque según mencionó la estudiante "no me acordaba que formaban un ángulo de 90°" y explicó que esta situación la afectó para reconocer relaciones entre rectángulos, rombos y cuadrados.
- La confusión respecto al concepto de rectas perpendiculares porque la estudiante consideraba que una condición de las rectas perpendiculares es que una debía estar en posición horizontal y la otra en posición vertical y explicó que esta situación la afectó para reconocer relaciones entre rectángulos, rombos y cuadrados.
- La creencia de que un cuadrilátero en el que las diagonales son perpendiculares pero no se bisecan podía ser un rombo, o sea que no había visualizado como una característica del rombo el hecho de que las diagonales se bisecan. Esto interfirió para no reconocer como un rombo. -un paralelogramo en el que las diagonales lo dividen en cuatro triángulos rectángulos congruentes, -un rectángulo que tiene las diagonales perpendiculares, -un cuadrilátero que tiene sus cuatro lados de igual medida y sus diagonales perpendiculares,. -un paralelogramo que tiene los cuatro lados de igual medida es un rombo.
- Considerar que un cuadrado puede ser un rombo solo "si lo vemos torcidito", refiriéndose a una posición en que una de las diagonales está en posición horizontal y la otra vertical, situación que afectó la construcción de la relación cuadrado - rombo. Al final de la entrevista la estudiante menciona "mi duda era que el cuadrado tuviera las diagonales perpendiculares porque no las veía perpendiculares por no voltearlas para ver una horizontal y una vertical" y explica que "ahora si ve esas diagonales como perpendiculares porque forman un ángulo recto, sin importar que no sean perpendiculares y horizontales".
- La identificación de un romboide cualquiera como un rombo, lo que afectó para visualizar la perpendicularidad de las diagonales del rombo.
- La aclaración de que la condición de "paralelogramo que tiene las diagonales perpendiculares" no es suficiente para definir un cuadrado por cuanto los rombos que

no tienen las diagonales congruentes también cumplen con esta condición y no son cuadrados.

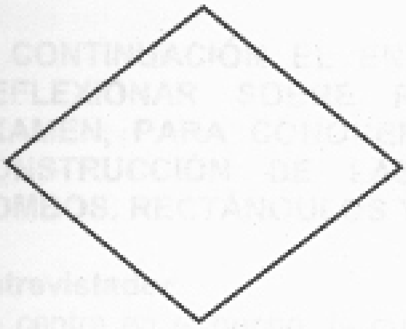
- La creencia de que las diagonales de un cuadrilátero son perpendiculares cuando se unen en el medio lo que afectó la construcción de la relación rectángulo – rombo.

El análisis de los resultados de la aplicación de los cuestionarios y de las entrevistas refleja en la mayoría de los casos, un manejo de definiciones matemáticas memorizadas y carentes de significado, así como una ausencia de construcción de relaciones matemáticas en la construcción de conceptos en Geometria objeto de estudio.

BIBLIOGRAFÍA CITADA

- Peralta Teresita et al (1996). Informe final, *Plan piloto para el mejoramiento en la enseñanza de la Ciencia y la Matemática*. Costa Rica, UCR, UNA, CONICIT.

-Ávalos Alejandra (1997). *Concepciones de los maestros sobre contenidos geométricos: estado de conocimientos en México.* Actas de la Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa. México, Grupo Editorial Iberoamérica.



Entrevistador
¿Es un paralelogramo?

Estudiante
Sí, porque los lados opuestos son paralelos.

Entrevistador
¿Es un cuadrado?

Estudiante
No, porque las diagonales miden diferente.

Entrevistador
¿Cuándo sucede que un rombo es además un cuadrado?

Estudiante
Cuando las diagonales son congruentes.

Entrevistador
¿Todo cuadrado es un rombo?

Estudiante
Sí.

Entrevistador
¿Todo rombo es un cuadrado?

Estudiante
No, porque tiene que tener las diagonales congruentes.