

**Universidad de Costa Rica**  
**Facultad de Educación**  
**Instituto de Investigación en Educación**

**INFORME FINAL**

**Comunicación, Lenguaje  
y Educación Matemática**

**Investigadora:**  
**Licda. Wendy Zamora Monge.**

**Junio, 2019**

## ÍNDICE GENERAL

1. Información General.....	6
1.1 Información administrativa del proyecto .....	6
2. Introducción.....	9
2.1 Propósito del Proyecto .....	12
2.2 En cuanto al proceso de revisión de las investigaciones.....	17
3. Procedimiento metodológico .....	19
3.1 Tipo de investigación. ....	19
3.2 Descripción y teoría del método. ....	21
3.3 Descripción del procedimiento para recolectar y analizar datos.....	23
4. Resultados o Hallazgos (I PARTE).....	32
4.1 De lo puesto en evidencia durante la investigación .....	32
4.2 Investigaciones relacionadas con comunicación y uso del lenguaje en los procesos de enseñanza y aprendizaje de la EM .....	41
4.2.1 ¿Cuál ha sido el abordaje metodológico en la investigación de los procesos comunicativos en el aula de Matemática? .....	42
4.2.2 ¿Cuáles aristas o dimensiones del proceso comunicativo en el aula de Matemática han sido abordados en los artículos analizados? .....	44
4.2.3 ¿Cuáles serían los aportes de las investigaciones analizadas en el conocimiento de las prácticas comunicativas de los docentes de Matemática? .....	52
5. Resultados o Hallazgos (II Parte): La comunicación y el lenguaje algunas particularidades.....	55
La comunicación docente en Matemática: cuestiones reveladas por la investigación educativa .....	55
5.1 Relevancia del proceso de comunicación en el aula de Matemática .....	55
5.2 Elementos particulares y específicos de la acción comunicativa en el aula de Matemática.....	59
5.3 Factores que permiten un mayor y mejor aprovechamiento de los intercambios comunicativos en el aula de Matemática .....	66
5.4 Algunas pautas, lineamientos y prácticas concretas acerca de la comunicación que podrían contribuir al mejoramiento de la enseñanza de contenidos matemáticos .....	68
El papel del lenguaje en la enseñanza y aprendizaje de la Matemática: consideraciones importantes a la luz de la investigación educativa.....	71

5.5	Importancia del lenguaje en los procesos de enseñanza y aprendizaje de la Matemática.....	71
5.6	Naturaleza y particularidades del lenguaje matemático.....	76
5.7	Criterios y pautas a considerar al utilizar el lenguaje matemático como herramienta para favorecer el aprendizaje de los contenidos disciplinares .....	78
6.	Conclusiones y recomendaciones .....	87
6.1	Conclusiones .....	87
6.2	Recomendaciones.....	89
7.	Aspectos varios.....	91
7.1	Desarrollo y ejecución del Proyecto .....	91
7.2	Divulgación y difusión.....	92
7.3	Vinculaciones.....	93
7.4	Trabajos de graduación y participación estudiantil.....	93
7.5	Informe financiero.....	94
7.6	Aspectos éticos.....	97
8.	Referencias bibliográficas .....	102
9.	ANEXOS .....	110
9.1	PONENCIA 1: <i>El papel del lenguaje en la Educación Matemática: algunas consideraciones desde la investigación educativa</i> .....	110
9.2	PONENCIA 2: <i>La comunicación docente en el aula de matemática: algunas reflexiones a la luz de la investigación educativa</i> .....	125

## ÍNDICE DE TABLAS, FIGURAS Y GRÁFICOS

<b>Figura 1</b>	
Interrogantes que guían la revisión y análisis de la investigación bibliográfica acerca de la comunicación y el uso del lenguaje en Educación Matemática	15
<b>Tabla 1</b>	
Objetivos, metas e indicadores del proyecto de investigación	16
<b>Tabla 2</b>	
Palabras claves y descriptores en la búsqueda de documentos	17
<b>Figura 2</b>	
Palabras claves y descriptores para la búsqueda de documentos	26
<b>Figura 3</b>	
Etapas de la investigación bibliográfica acerca de la comunicación y el uso del lenguaje en Educación Matemática	30
<b>Figura 4</b>	
Niveles, áreas y contextos de la investigación acerca de la comunicación y el lenguaje en el aula de Matemática	33
<b>Tabla 3</b>	
Distribución de las investigaciones según idioma de publicación (se incluye país donde se realizó la investigación)	34
<b>Figura 5</b>	
Distribución de las investigaciones buscadas en el periodo 2013-2017, según país donde se realizó o publicó (cifras absolutas)	35
<b>Figura 6</b>	
Distribución de las investigaciones buscadas en el periodo 2013-2017, según año de publicación (cifras absolutas)	37
<b>Tabla 4</b>	
Distribución de las investigaciones según área temática	39
<b>Figura 7</b>	
Distribución de las investigaciones buscadas en el periodo 2013-2017, según área temática (cifras absolutas)	40
<b>Gráfico 1</b>	
Distribución de las investigaciones buscadas en el periodo 2013-2017, según área temática (cifras relativas)	40
<b>Gráfico 2</b>	
Distribución de la aplicación de técnicas investigativas según área temática (cifras absolutas)	43
<b>Figura 8</b>	
Distribución de las investigaciones según categoría de análisis	45
<b>Tabla 5</b>	
Elementos a considerar en cuanto al nivel de desarrollo del proyecto	91

# **I. INFORMACIÓN GENERAL**

## 1. Información General

- 1.1 Información administrativa del proyecto.
- 1.2 Resumen del Proyecto.
- 1.3 Descriptores.

# 1. Información General

## 1.1 Información administrativa del proyecto

- a. **Código del Proyecto:** 724-B7-034
- b. **Nombre del Proyecto:** Comunicación, Lenguaje y Educación Matemática.
- c. **Programa de investigación del INIE al que pertenece el proyecto:**  
Mejoramiento de los procesos de enseñanza-aprendizaje.
- d. **Unidad académica base de la investigadora:** Formación Docente.
- e. **Unidad de adscripción:** Instituto de Investigación en Educación (INIE).
- f. **Vigencia original del proyecto:** Del 01/01/17 al 31/12/18.
- g. **Nombre de investigadores, período y carga académica asignada:**  
Licenciada Wendy Zamora Monge, investigadora principal,  $\frac{1}{4}$  INIE, nombramiento del 01/01/17 al 31/12/18.
- h. **Otro personal investigador asociado y colaborador:** Ninguno.
- i. **Características de interdisciplinariedad:** La investigadora a cargo del proyecto, tiene formación base en Enseñanza de la Matemática, y es estudiante del Programa Latinoamericano de Doctorado en Educación de la Universidad de Costa Rica. Dicha formación académica establece una preparación significativa tanto en contenidos propios de la disciplina Matemática como en ciencias afines al campo educativo (tales como Psicología de la Educación, Sociología de la Educación, Filosofía de la Educación, entre otras).

## **1.2 Resumen del Proyecto:**

Desde una propuesta de investigación básica con metodología cualitativa, el presente trabajo tiene como objetivo principal realizar una búsqueda, revisión y análisis de diferentes documentos de índole académico y científico, relacionados con las temáticas de la comunicación, el lenguaje y los procesos de enseñanza y aprendizaje de la Matemática. Dicha pretensión busca cumplir con el doble propósito de articular ideas y sistematizar hallazgos provenientes de los planteamientos, acerca de tales temas, hechos por diversos autores<sup>1</sup> y especialistas en Didáctica de la Matemática y otros especialistas afines, pertenecientes a distintos países. Todo ello, a su vez, para determinar semejanzas y diferencias en cuanto a la forma de estudiar los temas en cuestión y, además, poder identificar y establecer cuáles sean los principales aportes y consideraciones que al respecto podrían ser tomados en cuenta por los docentes en la labor con sus estudiantes. Esto último permitiría, también, la generación de insumos, documentos y otros posibles materiales de referencia y consulta, dirigidos a educadores de esta disciplina, tanto para su formación inicial como para su formación continua. Recursos y materiales que permitan incrementar el conocimiento acerca de la comunicación, el lenguaje y las implicaciones de ambos temas en la Educación Matemática. Los hallazgos parecen indicar que a pesar de la relevancia del proceso de comunicación en el aula de Matemática y el importante papel del lenguaje en la enseñanza y aprendizaje de la disciplina, ambas temáticas han sido, seriamente, desatendidas, no solo a la hora de realizar investigación acerca de las mismas, sino aún más grave, en el la formación de docentes y en el posterior ejercicio de la profesión.

## **1.3 Descriptores**

Didáctica de la Matemática, Lenguaje Matemático, Comunicación Educativa, Educación Matemática, Enseñanza Aprendizaje.

---

<sup>1</sup> En el presente trabajo se tomará el masculino en su acepción original de plural neutro como forma de lenguaje inclusivo.

# II. INTRODUCCIÓN

## 2. Introducción

2.1 Propósito del Proyecto.

2.2 En cuanto al proceso de revisión de las investigaciones.

## 2. Introducción<sup>2</sup>

El miércoles 3 de abril del 2019 el *Diario Extra* –tanto en su edición impresa como digital-, en escuetos 12 párrafos, publica un artículo (“Falta calidad en el MEP dice la UCR. Docentes enseñan mal Matemáticas”), acerca de las declaraciones dadas por el Director de la Escuela de Matemática y el Rector de la Universidad de Costa Rica en relación con el pésimo desempeño de los estudiantes de secundaria y primer ingreso en la Universidad en la asignatura de Matemática<sup>3</sup>.

Debe mencionarse que, dicha publicación, entre otras cuestiones, preocupa. La preocupación va más allá de solo develar un triste y complicado devenir académico, laboral –y hasta existencial- para las personas que tienen bajo

---

<sup>2</sup> Dada la naturaleza del tipo de investigación propuesta en el presente trabajo (investigación básica), la forma de presentar la información detallada en el mismo variará, de manera considerable, en relación con los formatos establecidos por el Instituto de Investigación en Educación, por ejemplo, el nombre de los capítulos y apartados del Informe no se corresponden con los solicitados.

<sup>3</sup> La publicación completa señala: “El Ministerio de Educación Pública (MEP) queda debiendo en la enseñanza de matemáticas en los colegios públicos y los estudiantes llegan a las universidades con carencias en la materia. Así lo manifestaron en la Universidad de Costa Rica (UCR) después de presentar los resultados de la prueba Diagnóstico de Matemáticas (DIMA), que aplican cada año para los nuevos ingresos desde 2004 y evalúa operaciones algebraicas, funciones, ecuaciones e inecuaciones, rectas y parábolas, trigonometría y algoritmos, entre otros. William Ugalde, director de la Escuela de Matemáticas de la UCR, dijo que este año aplicaron la prueba 3.678 estudiantes, de los cuales solo 208 la aprobaron.

“Trigonometría es el área más deficiente y no aparece o sale levemente en los planes de estudio del MEP desde 2013, pero es fundamental en cualquiera de las 43 carreras de estudio que aplican el DIMA”, comentó.

### **MINISTERIO QUEDA DEBIENDO**

Además indicó que el MEP queda debiendo en enseñanza de esta materia, ya que si se va a algún pueblo en todo el país y eligen a un grupo de 40 estudiantes de quinto año, ninguno pasará la prueba.

“Estadísticamente la evaluación DIMA demuestra que el nivel inicial para la universidad de los estudiantes es pequeño. Al año se recibe cerca de 8 mil jóvenes, de los cuales 5.600 buscan carreras que ocupan curso de matemáticas y solo 200 tienen la capacidad de pasar la prueba”, lamentó.

“Se puede decir que el MEP queda debiendo para el nivel inicial. Hay que hacer un mayor esfuerzo al preparar a los estudiantes para el ingreso a la U, en particular para matemáticas”, añadió.

Datos brindados por la UCR revelan que el 70% de los estudiantes que llegan a la universidad y aplican el DIMA es de colegios públicos y el 21% de privados.

Pero el 51% de los que aprueban el diagnóstico son de colegios privados y el 35% de públicos. A ello se suma que el 94% que pasa el examen saca nota menor a 70, mientras que el 85% obtiene calificación menor a 50.

En la Escuela de Matemáticas de la UCR manifestaron que en muchas ocasiones los estudiantes solo llegan, se sientan, ven la prueba y se van, motivo por el cual crearon un curso de precálculo, con el fin de dotar a los jóvenes de herramientas para el primer curso que vayan a llevar de cálculo.

“El problema es que también ese éxito se ve limitado en un 40% de la promoción por la dificultad de corregir una deficiencia que se presenta desde hace varios años”, finalizó.

Los resultados de estas pruebas son de gran importancia para Henning Jensen, rector de la UCR, porque encienden una luz de alerta que no deben ignorar, pues revelan carencias en el nivel de conocimientos matemáticos de los estudiantes (Jiménez, 3 de abril del 2019, en *Diario Extra*, p.16”).

desempeño escolar en Matemática; sino que preocupa, también, porque da la impresión de que no se trabaja en la enseñanza y aprendizaje de la Matemática de la manera más apropiada y oportuna.

De la noticia en cuestión, entre tantos asuntos posibles, se infiere la idea de que no se debe omitir el atender el tema del fracaso escolar en esta materia en toda su complejidad. Pues, de seguir en nuestro país las cosas en Educación Matemática como hasta el momento han sido, lleva a pensar que podría no dejar de pasar con la enseñanza y aprendizaje de la Matemática lo que hasta el momento ha sucedido: que esta disciplina sea la asignatura en la que la gran mayoría de estudiantes presenta profundas dificultades, con amplias consecuencias para su éxito escolar.

Que todo cambia es un hecho y la educación no se ve exenta de ello. El ritmo de vida actual demanda de los seres humanos el desarrollo de cualidades de adaptación, versatilidad y educabilidad que, posiblemente, no hubiese contemplado la generación de nuestros abuelos y abuelas (e incluso padres y madres). Se exigen nuevos enfoques y modelos educativos que, sean más acordes con las necesidades de nuestro contexto de aldea global y permitan a los y las habitantes de este planeta una mejor convivencia, en el sentido más amplio e integral.

Para el caso de la Educación Matemática se demanda que ésta, prioritariamente, prepare para la resolución de problemas, por medio del desarrollo de competencias matemáticas que, permitan la apropiación y aprovechamiento oportuno y conveniente de todos los medios y recursos disponibles. De ahí que la Educación Matemática deba dejar en el olvido enfoques que pretenden enseñar la Matemática como algo ya dado, donde la palabra es acaparada por el docente y el papel de los y las estudiantes es de meros receptores de conocimientos.

Lo cual entre otras cosas, habla de la necesidad en Educación Matemática, de atender elementos que, anteriormente han sido desatendidos, entre ellos la comunicación y el uso dado al lenguaje, ya que, por medio de estos es posible

generar ambientes de aula más participativos y significativos para los y las involucrados en estos contextos.

Asimismo y de manera particular, debe señalarse que, un enfoque de enseñanza-aprendizaje de la Matemática que dé mayor importancia a la comunicación y al uso del lenguaje, está más acorde con las demandas que hacen a nivel nacional los Programas de Estudio de Matemática (PEM) del Ministerio de Educación Pública (MEP, 2012).

El presente trabajo, y a partir de las anteriores demandas y desafíos, tiene como pretensión principal realizar un aporte particular a la enseñanza y aprendizaje de la Matemática. Desde una propuesta de investigación básica con metodología cualitativa, el presente trabajo tiene como objetivo principal realizar una búsqueda, revisión y análisis de diferentes documentos de índole académico y científico, relacionados con las temáticas de la comunicación, el lenguaje y los procesos de enseñanza y aprendizaje de la Matemática.

Dicha pretensión busca cumplir con el doble propósito de articular ideas y sistematizar hallazgos provenientes de los planteamientos, acerca de tales temas, hechos por diversos autores y especialistas en Didáctica de la Matemática y otros especialistas afines, pertenecientes a distintos países. Todo ello, a su vez, para determinar semejanzas y diferencias en cuanto a la forma de estudiar los temas en cuestión y, además, poder identificar y establecer cuáles sean los principales aportes y consideraciones que al respecto podrían ser tomados en cuenta por los docentes en la labor con sus estudiantes.

Esto último permitiría, también, la generación de insumos, documentos y otros posibles materiales de referencia y consulta, dirigidos a educadores de esta disciplina, tanto para su formación inicial como para su formación continua. Recursos y materiales que permitan incrementar el conocimiento acerca de la comunicación, el lenguaje y las implicaciones de ambos temas en la Educación Matemática.

En el mismo se incluyen, en su mayoría, estudios realizados con apoyo de metodología de corte cualitativo, cuantitativo y mixto, pues, es la que ha sido más utilizada en dichos trabajos; también, se toman en cuenta, aunque en menor medida, trabajos considerados como clásicos en la temática, por el aporte teórico que han brindado a través de los años.

Los documentos analizados, mayoritariamente, corresponden a publicaciones que pertenecen a revistas científicas con importante trayectoria (por ejemplo, la Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa); han sido obtenidos en bases de datos de la Universidad de Costa Rica, provenientes de diferentes sectores académicos, entre ellos: Matemática Educativa, Didáctica de la Matemática, Filosofía de la Educación, Lingüística, Psicología de la Educación y Matemáticas aplicadas (en áreas como Ingeniería, Ciencias Sociales y Estadística) y proceden de diferentes países: México, Portugal, Brasil, Suecia, Estados Unidos, España, Colombia, entre otros.

## **2.1 Propósito del Proyecto**

La investigación científica en general, la educativa en particular y la de la Didáctica de la Matemática, específicamente, señalan que el proceso comunicativo es un factor de importancia en distintos ámbitos y circunstancias de la esfera de educativo (Standford y Roark, 1981; Bruner, 1984; Mercer y Edwards, 1988; Watzlawick, Beavin y Jackson, 1989; Pimm, 1990; Gutiérrez, 1993; Vygotski, 1995; Aguilar, Cordero y González, 1993; Mercer, 1997; Lomas, 1999; Alcalá, 2002; Yule, 2007; Lee, 2010; Mercer (2001); Luria, Leontiev y Vygotski, 2011; Castro, Méndez, Rojas y Zamora, 2012).

Sin embargo y, concretamente, desde el campo investigativo relacionado con los procesos de la EM, se ha señalado que el proceso comunicativo y, en específico el uso dado al lenguaje, ha sido un factor desatendido en el aula de Matemática, que no se ha estudiado con el rigor y la profundidad que podría ameritar, a pesar de su importancia, y a pesar de las particularidades del lenguaje matemático y otras características propias de la disciplina, ante las cuales suelen mostrar

dificultades los estudiantes (Pimm, 1990; Lee, 2010; Fandiño, 2011; Castro et al., 2012).

Dicho descuido a nivel investigativo parece prevalecer, aún y cuando, hay autores que ven en la investigación del proceso comunicativo en el aula de Matemática, una posible herramienta para configurar soluciones al problema del bajo rendimiento académico, tan frecuente, en esta disciplina (Pimm, 1990; Alcalá, 2002; Reséndiz, 2006; Forero-Saénz, 2008; Carneiro-Abrahão, 2008; Díaz, 2009; Lee, 2010; Fandiño, 2011; Andrade y Saraiva, 2012; Muños-Catalán y Carrillo-Yáñez, 2012; Ribeiro, Carrillo y Monteiro, 2012; Ángulo y Marín, 2013; Ryve, Nilson y Petterson, 2013; Delgado, 2015).

Así por ejemplo, se ha señalado que el aula de Matemática debería de concebirse como una comunidad de discurso matemático, donde todo intercambio comunicativo cobra particular importancia, pues, bien llevados dichos intercambios, se favorece la adquisición de este tipo de discurso, lo que a su vez, brinda posibilidades a los estudiantes para apropiarse de los contenidos matemáticos de manera más exitosa (Lee, 2010).

Ante este hecho, el de la importancia de la comunicación en el aula de Matemática, se hace evidente la necesidad de realizar investigación que dé cuenta de lo que ocurre en los salones de clase de Matemática en relación con dicho proceso; en especial, tales estudios resultan de interés, pues, permitirían la generación y sistematización de conocimientos acerca de elementos, situaciones y factores que podrían favorecer la enseñanza y el aprendizaje de esta disciplina.

En el caso del contexto educativo costarricense, las investigaciones relacionadas con el tema de la comunicación y el uso del lenguaje en el aula de Matemática han sido poco frecuentes; por lo general, las investigaciones se han desarrollado en temas tales como: evaluación de los aprendizajes; propuestas didácticas para enseñar diferentes contenidos matemáticos; evaluaciones y valoraciones de cursos y programas de estudios en el área de Matemática; aplicación de teorías de Didáctica de la disciplina y otros elementos relacionados. Al parecer, existe un

vacío significativo en investigaciones que atiendan temas como tradiciones docentes, creencias de los docentes, papel del lenguaje y la comunicación en el aula de Matemática, entre otros tópicos<sup>4</sup>.

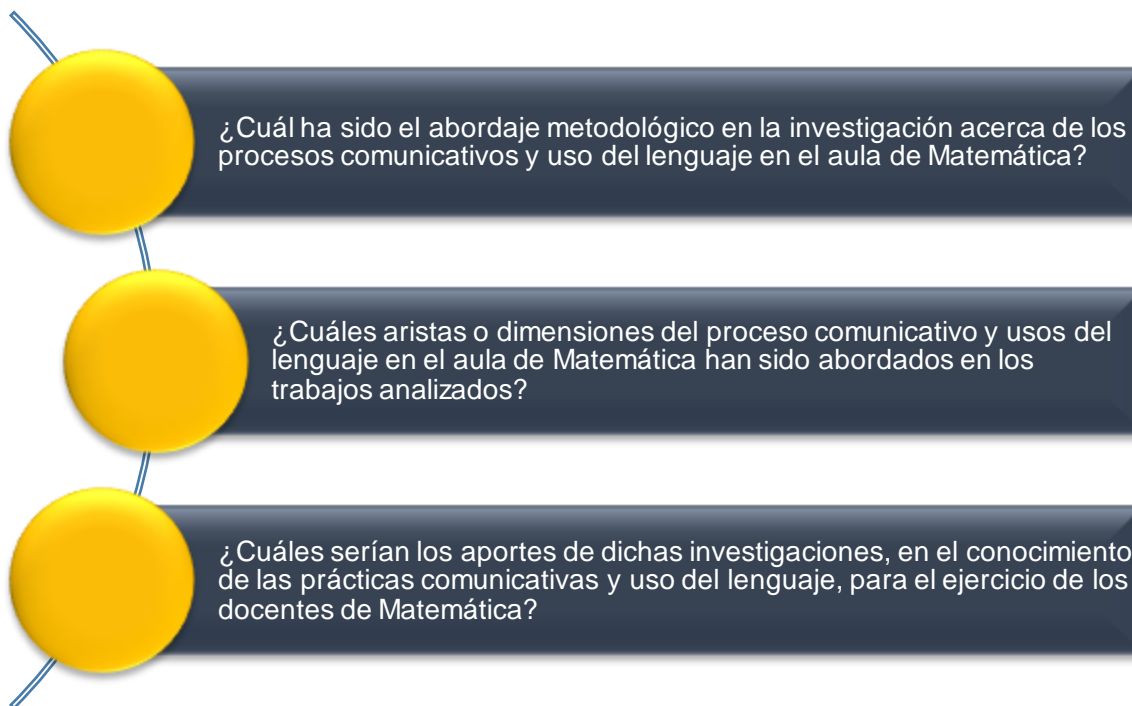
Ante esta aparente carencia investigativa en nuestro contexto, y con el fin de aportar en el desarrollo de líneas de investigación que han sido poco consideradas o del todo no se han desarrollado, esta revisión de bibliografía de carácter científico pretende dar a conocer el estado actual de las investigaciones desarrolladas en temáticas relacionadas o afines a las prácticas comunicativas de los docentes de Matemática. Dicha pretensión surge con el fin de plantear, a futuro, estudio(s) que de(n) cuenta de la gestión de los procesos comunicativos en los salones de clase de Matemática en nuestro contexto educativo costarricense.

Para la realización de esta revisión de documentos, se plantearon las tres interrogantes de la *Figura 1*, con el fin de orientar dicho proceso.

---

4 Otras líneas de investigación que podrían abordarse están relacionadas con adecuaciones curriculares y educación inclusiva, estilos de aprendizaje, actitudes del estudiantado, afectividad y emociones en Matemática, por dar unos cuantos ejemplos.

**Figura 1**  
**Interrogantes que guían la revisión y análisis de la investigación bibliográfica acerca de la comunicación y el uso del lenguaje en Educación Matemática**



Por último, mediante el presente proyecto, en procura de ese dar a conocer el estado actual de las investigaciones desarrolladas en temáticas relacionadas o afines a las prácticas comunicativas y el uso del lenguaje de los docentes de Matemática, es que se han planteado los objetivos<sup>5</sup>, metas e indicadores de la *Tabla 1*, como ejes rectores de esta investigación.

---

5 Los objetivos planteados se corresponden con los establecidos en el documento ReporteFinalProyecto\_SIPPRES\_02-05-2016 07-22-03, entregado al INIE al momento de inscribir el proyecto de investigación, a excepción de la palabra tema escrita entre corchetes.

**TABLA 1**  
**OBJETIVOS, METAS E INDICADORES DEL PROYECTO DE INVESTIGACIÓN**

<b>Objetivo General</b>		
Sistematizar planteamientos de diversos autores y especialistas de Didáctica, alrededor de los temas de la comunicación y el lenguaje y las implicaciones de ambos [temas] en Educación Matemática.		
<b>Objetivos Específicos</b>	<b>Meta</b>	<b>Indicador</b>
Identificar escuelas de pensamiento y tendencias o corrientes educativas relacionadas con la comunicación y el lenguaje y las implicaciones de ambos [temas] en Educación Matemática.	Clasificación de escuelas y tendencias, resultado de revisión bibliográfica.  Conceptualización de comunicación y lenguaje, a partir de escuelas de pensamiento y tendencias educativas identificadas.	Lista de escuelas de pensamiento y Tendencias educativas identificadas.  Lista de conceptos de comunicación y lenguaje, según escuelas de pensamiento o tendencias educativas.
Establecer los aportes a la labor docente, procedentes de los planteamientos acerca de comunicación, lenguaje e implicaciones de ambos [temas] en Educación Matemática.	Enumeración de aportes, según escuelas de pensamiento y tendencias educativas.	Lista de aportes a la Educación Matemática, según escuelas de pensamiento o tendencias educativas.
Establecer pautas, normas y prácticas de enseñanza para la formación de educadores(as) matemáticos(as), procedentes de los planteamientos acerca de comunicación, lenguaje e implicaciones de ambos [temas] en Educación Matemática.	Escritura de documento(s) acerca de comunicación y lenguaje e implicaciones de ambos [temas] en Educación Matemática.	Grado de acabado de documento(s) escrito(s).

## 2.2 En cuanto al proceso de revisión de las investigaciones

Algunas de las investigaciones analizadas e incluidas en esta revisión de trabajos han sido objeto de atención, previamente, en otros procesos, también, con fines investigativos y en funciones propias del ejercicio docente, por ejemplo, en la revisión y actualización de bibliografía del curso FD-5093 Lenguaje Matemático, exclusivo para estudiantes de la Licenciatura en Enseñanza de la Matemática de la Universidad de Costa Rica.

Los trabajos bajo escrutinio han sido obtenidos, ya sea en las bibliotecas de la Universidad o en las bases de datos institucionales, en diferentes momentos del periodo comprendido entre los años 2014 y 2018; y han sido generados como resultados de búsquedas a partir de la utilización de los descriptores o palabras claves contenidos en la *Tabla 2*.

**TABLA 2**  
**PALABRAS CLAVES Y DESCRIPTORES EN LA BÚSQUEDA DE DOCUMENTOS**

Español	Inglés
Comunicación AND Matemática	Communication AND Mathematics
Lenguaje AND Matemática	Communication AND Mathematics classroom
Lenguaje Matemático AND Competencia Comunicativa	Communication in Mathematics Classroom
Educación Matemática AND Competencia Comunicativa	Mathematical Language
Enseñanza Matemática AND Competencia Comunicativa	Mathematical Language AND Communication
Comunicación AND Docentes	Mathematic's Education AND Communication

Finalmente, debe mencionarse que los trabajos reseñados corresponden a trabajos realizados desde distintos enfoques de la investigación: empírico-analítico, etnográfico, fenomenológico e interpretativos-hermenéutico, sobre todo, debido a que estos han sido los enfoques de investigación más utilizados a la hora de abordar las temáticas en cuestión. De igual modo, se ha tenido que considerar un importante porcentaje de las investigaciones en otro idioma distinto al español.

# **III. PROCEDIMIENTO METODOLÓGICO**

## 3. Procedimiento metodológico

3.1 Tipo de investigación.

3.2 Descripción y teoría del método.

3.3 Descripción del procedimiento para recolectar y analizar datos.

### 3. Procedimiento metodológico

A continuación se describe el marco metodológico de la investigación. En el mismo se incluye, tanto el tipo de investigación, la descripción del método y las técnicas de recolección de información utilizadas, así como los procedimientos utilizados para analizar la información.

#### 3.1 Tipo de investigación.

En el ámbito educativo se dice que la mayoría de los métodos de investigación educativa son descriptivos más que experimentales, porque dan cuenta de lo que ha ocurrido en vez de organizar lo que ocurrirá; pues, en esencia buscan descubrir e interpretar lo *que es, lo que existe* (Cohen y Manion, 2002). Se dice que en educación la mayoría de estudios son de este tipo, también, porque ante todo han sido estudios que

Observan a individuos, grupos, instituciones, métodos y materiales con el fin de describir, comparar, contrastar, clasificar, analizar e interpretar las entidades y los acontecimientos que constituyen sus diversos campos de investigación (Cohen y Manion, 2002, p. 101).

Para el caso de la presente investigación, esta se concibe como investigación básica, de tipo descriptiva no experimental, pues, ante todo se ha pretendido la observación, revisión y análisis de documentos escritos con el fin de comparar, clasificar y describir asuntos relacionados con la comunicación y el uso del lenguaje en Educación Matemática y a partir de ello descubrir qué es lo *que es o existe* en relación con dichas temáticas en los trabajos revisados relacionados a estas.

De igual modo, la investigación ha sido concebida con amplia aplicación de metodología cualitativa, y algunos pocos elementos cuantitativos, para la recolección y análisis de la información. El hecho de utilizar una metodología con un fuerte componente del elemento cualitativo, y con presencia de algunos elementos cuantitativos de tipo estadístico, permitirá revisar y analizar los

documentos en cuestión con la minuciosidad y detalle que requiere la propuesta que se hace en el presente proyecto.

En el entendido de que se considera metodología cualitativa aquella que “produce datos descriptivos: las propias palabras de las personas, habladas o escritas, y la conducta observable” (Quecedo y Castaño, 2003, p.7) y de que los elementos estadísticos utilizados tienen como propósito una descripción *frecuentista* o *de conteo* de algunos datos y hallazgos encontrados; a sabiendas de que la estadística que se utilizará –de enfoque frecuentista- es aquella que designa a los cuadros o tablas numéricas que contienen datos cuantitativos (Tejedor y Etxeberria, 2006).

Como se ha dicho, la aplicación de este tipo de metodología tiene como fin el profundizar en el análisis de los datos recabados y en la valoración e interpretación que tienen acerca de esta temática las personas involucradas en los documentos analizados (acerca de la comunicación y el lenguaje y sus implicaciones en la Educación Matemática). Como señala Quecedo y Castaño (2003) en la investigación cualitativa se “proporcionan datos descriptivos relativos a los significados que atribuyen los participantes a los acontecimientos, procesos y conductas. Cómo definen su realidad y con base en qué constructos organizan su mundo” (p.19).

Pues, es bien conocido que la orientación cualitativa en el ámbito de la investigación, básicamente, tiene como propósito principal una comprensión más amplia y profunda de la experiencia humana diferentes situaciones y fenómenos, por ejemplo, acerca de cómo viven las personas sus experiencias, de cómo experimentan, interpretan y construyen sus subjetividades así como las formas de ver el mundo social y estar en este y como dichas construcciones son consideradas e integradas en el plano de lo social, lo cultural, el lenguaje y las acciones sociales mismas (Latorre, Arnal y del Rincón, 2005, Flick, 2007).

Para el logro de dicha comprensión, la aproximación metodológica cualitativa, principalmente, se apoya en la descripción e interpretación de los fenómenos

sociales –entre ellos los educativos- mediante el estudio de los significados e intenciones de las acciones humanas desde la propia vivencia de los actores sociales; dicho estudio a su vez, entre otras cuestiones, hace un escrutinio de las palabras, las acciones, los documentos orales y escritos, y otras producciones culturales, para entender como estas formas de cultura han sido construidas (Latorre, Arnal y del Rincón, 2005, Flick, 2007).

### **3.2 Descripción y teoría del método.**

En cuanto al alcance investigativo del presente trabajo, éste podría denominarse descriptivo sin excluir lo exploratorio, ya que, las temáticas tratadas en los documentos analizados han sido poco estudiadas o tratadas de manera global; más aún, en el campo de la Didáctica de la Matemática, no se han detectado estudios que establezcan escuelas de pensamientos o corrientes establecidas como tales alrededor de las temáticas en cuestión. Este bajo nivel de exploración apela a lo planteado por Hernández, Fernández y Baptista (2010) al señalar que los estudios exploratorios son aquellos que se realizan

Quando el objetivo es examinar un tema o problema de investigación poco estudiado, del cual se tienen muchas dudas o no se ha abordado antes. Es decir, cuando la revisión de la literatura reveló que tan sólo hay guías no investigadas e ideas vagamente relacionadas con el problema de estudio, o bien, si deseamos indagar sobre temas y áreas desde nuevas perspectivas (p. 79).

En relación al alcance descriptivo, de igual manera, Hernández, Fernández y Baptista (2010) señalan que los estudios con este alcance

Buscan especificar las propiedades, las características y los perfiles de personas, grupos, comunidades, procesos, objetos o cualquier otro fenómeno que se someta a un análisis. Es decir, únicamente pretenden medir o recoger información de manera independiente o conjunta sobre los conceptos o variables a las que se refieren, esto es, su objetivo no es indicar cómo se relacionan éstas (p. 80).

Es decir, el alcance de investigación del presente trabajo es exploratorio-descriptivo, entendido este alcance como un *continuum*, según planteamientos de Hernández, Fernández y Baptista (2010), es decir, como un alcance en el que la investigación logra varias situaciones a la vez; para el caso del presente trabajo, no solo se exploran las temáticas de la comunicación y el uso del lenguaje en la Educación Matemática, sino que a la vez, se describen cuáles son los principales presupuestos, tesis, argumentos, categorías y aportes teóricos de los trabajos revisados alrededor de dichos temas.

En cuanto al enfoque de la investigación, este es de corte hermenéutico-interpretativo, pues, se concuerda con los planteamientos de que la metodología cualitativa es la que se corresponde con los intereses investigativos de tipo práctico y con el enfoque de investigación histórico-hermenéutico (Habermas, 1982; Bautista, 2011),

El interpretativismo es propio de las ciencias sociales dentro del enfoque cualitativo, y se basa en el ejercicio de la interpretación que es el acto por el que otorgamos determinado sentido a cierta realidad en la que se muestra alguna intencionalidad. Las realidades que pueden ser objeto de interpretación son aquellas que se estiman involucradas con la acción de algún sujeto. Esas realidades pueden ser objetos, productos, o presupuestos de esa acción.

Las expresiones, como productos típicos de la acción humana, cargadas de una intencionalidad que las dirige, y que justamente se realizan con el propósito de manifestar esa intencionalidad, son objetos privilegiados de interpretación.

Los métodos llamados cualitativos provienen de una tradición interpretativista que surge con la idea de que las disciplinas sociales pueden y deben tener un método o forma propia de hacer investigación científica (Bautista, 2011, p. 46).

Respecto de este enfoque, debe decirse que es el que se ha asumido como el más apropiado para la investigación de las temáticas en cuestión, debido a la

naturaleza del dato que se desea recolectar; pues, los discursos, formaciones culturales e ideológicas demandan modelos epistemológicos de inferencia que permitan la comprensión significativa, y las motivaciones, y otros datos no manifiestos (a nivel de consciencia personal), demandan modelos que permitan la comprensión hermenéutica (Ortí, 1986).

### **3.3 Descripción del procedimiento para recolectar y analizar datos.**

Se señala que según sea el tipo de dato que se desea recolectar en una investigación, así será el diseño de investigación que se deba implementar; asimismo, se establece, también, que de acuerdo a ese tipo de datos por buscar se pueden clasificar los diseños de investigación en dos grandes categorías básicas: los *diseños de campos* y los *diseños bibliográficos* (Sabino, 1996). Para cada categoría se establece que

Los **diseños de campo** son los que se refieren a los métodos empleados cuando los datos de interés se recogen en forma directa de la realidad, mediante el trabajo concreto del investigador y su equipo; estos datos, obtenidos directamente de la experiencia empírica, son llamados primarios, denominación que alude al hecho de que son datos de primera mano, originales, producto de la investigación en curso sin intermediación de ninguna naturaleza. Cuando a diferencia de lo anterior, los datos han sido ya recolectados en otras investigaciones y son conocidos mediante los informes correspondientes, nos referimos a datos secundarios, porque han sido obtenidos por otros y nos llegan elaborados y procesados de acuerdo con fines de quienes inicialmente los obtuvieron y manipularon. Como estas informaciones proceden siempre de documentos escritos, pues ésta es la forma uniforme en que se emiten los informes científicos, damos a estos diseños el nombre de **bibliográficos** (Sabino, 1996, p. 95)<sup>6</sup>.

---

<sup>6</sup> Las negritas de la cita textual se corresponden con las utilizadas por el autor en el texto original.

En el caso particular del presente proyecto, este puede ubicarse en la categoría de investigación con diseño bibliográfico, puesto que, ante todo, se pretende la búsqueda, revisión y análisis de documentos de índole académico y científico, relacionados con las temáticas de la comunicación y el uso del lenguaje en los procesos de enseñanza y aprendizaje de la Matemática; con la finalidad de alcanzar un doble propósito: articular ideas y sistematizar hallazgos provenientes de los planteamientos, acerca de tales temas, hechos por autores y especialistas de distintos países y ámbitos afines a la Educación Matemática.

Tal doble propósito busca determinar semejanzas y diferencias en relación a los modos en que han sido estudiados los temas en cuestión, y con ello identificar y establecer cuáles sean las principales consideraciones y los aportes acerca de la comunicación y el uso del lenguaje que pudiesen ser tomados en cuenta por los docentes en la cotidianidad de los procesos de enseñanza y aprendizaje de la Matemática, y también, por futuros docentes de esta disciplina durante su formación inicial.

Para la recolección de la información, entonces, se ha utilizado la técnica de la investigación cualitativa denominada *análisis documental* (Tojar, 2006; Hernández, Fernández y Baptista, 2010) o *investigación documental* (Rodríguez, 2005). El término investigación documental suele utilizarse en contraposición al de investigación de campo, como ya se ha dicho y hace referencia a aquella actividad humana realizada con el propósito de descubrir, indagar, inspeccionar, inquirir o investigar acerca de un conocimiento (o conocimientos) o para solucionar un determinado problema, mediante la utilización de documentos escritos o de cualquier otra índole (Rodríguez, 2005).

Según este autor un documento es todo aquello creado por el hombre (género humano) y que representa ideas o hechos, y que pueden ser escritos o no escritos; ejemplos de documentos escritos serían: libros, revistas, periódicos, boletines, diccionarios, enciclopedias; mientras que, ejemplos de documentos representativos de algo, pero no escritos, serían: diseños, planos, grabados, esculturas, radiodifusión, televisión, esculturas, entre otros (Rodríguez, 2005).

En cuanto al valor de la investigación documental se señala que una fuente valiosa de datos cualitativos son los documentos, ya que, pueden ayudar a entender el fenómeno que se desea estudiar al permitirle al investigador “conocer los antecedentes de un ambiente, las experiencias, vivencias o situaciones y su funcionamiento cotidiano” (Hernández, Fernández y Baptista, 2010, p.433). Es decir, la investigación deviene en una herramienta importante para conocer y familiarizarse, en un primer momento, con una determinada temática, situación o fenómeno.

Pues, las técnicas documentales denominadas *análisis documental* tienen como propósito esencial y básico conocer algo antes de trasladarse o ubicarse en el campo donde se recolectarán datos e información de aquello que se desea investigar; es un primer acercamiento a lo que podría encontrarse a la hora de recolectar datos, tanto a nivel de problemas como reacciones más usuales, así como para conocer nombres, papeles, cargos de quienes podrían dar información, entre otras cuestiones (Tojar, 2006; Sabino, 1996).

Asimismo, se sostiene que la investigación de diseño bibliográfico o *investigación documental* permite concebir y resolver problemas nuevos por el contacto que se tiene, de manera global, sintética, interdisciplinaria y general, con datos distintos provenientes de distintas fuentes e interpretados desde diversas posiciones teóricas. Es decir, la investigación documental permite hacer una mirada globalizante, posiblemente ecléctica, más comprensiva y general de los fenómenos y distintas cuestiones (Sabino, 1996).

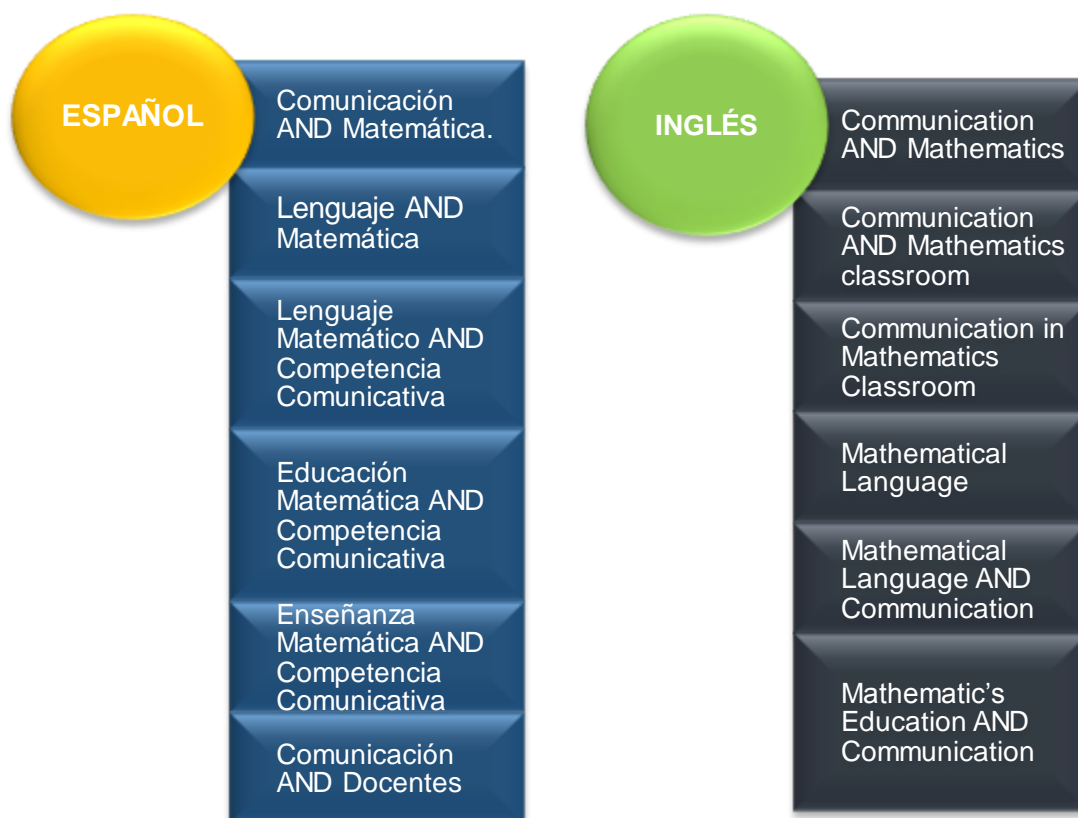
En cuanto al desarrollo de la investigación documental (o análisis documental) realizado en el presente trabajo, este ha seguido cada una de las siguientes etapas:

1. *Rastreo de documentos existentes y disponibles* (Sandoval, 1996; en Tojar, 2006): esta etapa permite conocer y examinar todo el conjunto de fuentes –en este caso, documentos escritos- que resultan de utilidad a los propósitos del estudio, o tienen afinidad con las temáticas bajo escrutinio. Se tomaron en

consideración publicaciones de revistas científicas, tesis para la obtención de distintos grados académicos, así como libros textos de autores considerados seminales.

En relación con los documentos revisados y analizados, como se ha señalado de manera previa, los trabajos bajo escrutinio han sido obtenidos, ya sea en las bibliotecas de la Universidad de Costa Rica o en las bases de datos institucionales universitarias, en diferentes momentos del periodo comprendido entre los años 2014 y 2018; y han sido documentos generados como resultado de búsquedas a partir de la utilización de los descriptores o palabras claves presentes en la *Figura 2* que a continuación se detalla.

**Figura 2**  
***Palabras claves y descriptores para la búsqueda de documentos***



- II. *Selección de los documentos pertinentes con los objetivos de la investigación* (Sandoval, 1996; en Tojar, 2006). Se tomaron en cuenta aquellos documentos que estuviesen, directamente, relacionados con las temáticas de la comunicación y el uso del lenguaje en los procesos de enseñanza y aprendizaje de la Matemática en distintos contextos y niveles del ámbito educativo.
- III. *Hacer una lectura discriminadora de las fuentes disponibles* (Sabino, 1996): con el propósito de detectar los aspectos esenciales y de interés en los documentos recolectados y tratar, someramente, los aspectos restantes.
- IV. *Lectura profunda del contenido de los documentos y realización de notas marginales (memos)* (Sandoval, 1996; en Tojar, 2006), con el propósito de encontrar tendencias, similitudes, contradicciones, patrones, entre otras cuestiones.
- V. *Lectura cruzada y comparativa de los documentos* (Sandoval, 1996; en Tojar, 2006), con la intención de ir construyendo una *síntesis comprensiva global*.
- VI. *Clasificación de los documentos obtenidos* (Sandoval, 1996; en Tojar, 2006; Sabino, 1996): como resultado de las lecturas discriminadora, profunda, cruzada y comparativa del material recolectado este se clasifica según los diversos puntos y subpuntos que se desean tratar. Para el caso del presente trabajo se establecieron las siguientes categorías para el análisis de los artículos y publicaciones provenientes de revistas científicas. La sistematización de hallazgos y otros resultados, también, toma en cuenta dicha caracterización.
  1. *Lenguaje, representaciones semióticas y escritura matemática de estudiantes*: se incluyen artículos que investigan acerca de cuestiones relacionadas con el uso del lenguaje matemático, con los diferentes tipos de representación de los objetos matemáticos utilizados en el aula y con aspectos de la escritura de los estudiantes en la clase de Matemática.

2. *Lenguaje, representaciones semióticas y escritura matemática de docentes*: en esta categoría se incluye un estudio que atiende los mismos elementos de la categoría anterior, pero, esta vez se pone atención a la forma en qué son utilizados por parte de los docentes.
3. *Comunicación docente-Cogniciones docentes*: acá se han incluido aquellos estudios que prestan atención a la comunicación y a elementos, propiamente, relacionados con este proceso o a las cogniciones de los docentes relacionadas con lo comunicativo.
4. *Comunicación-estrategias aprendizaje entre estudiantes*: en esta categoría se incluyen trabajos acerca de la comunicación y elementos afines, así como estrategias de aprendizaje que tienen que ver con prácticas comunicativas, pero, focalizadas en lo que perciben y hacen los estudiantes.

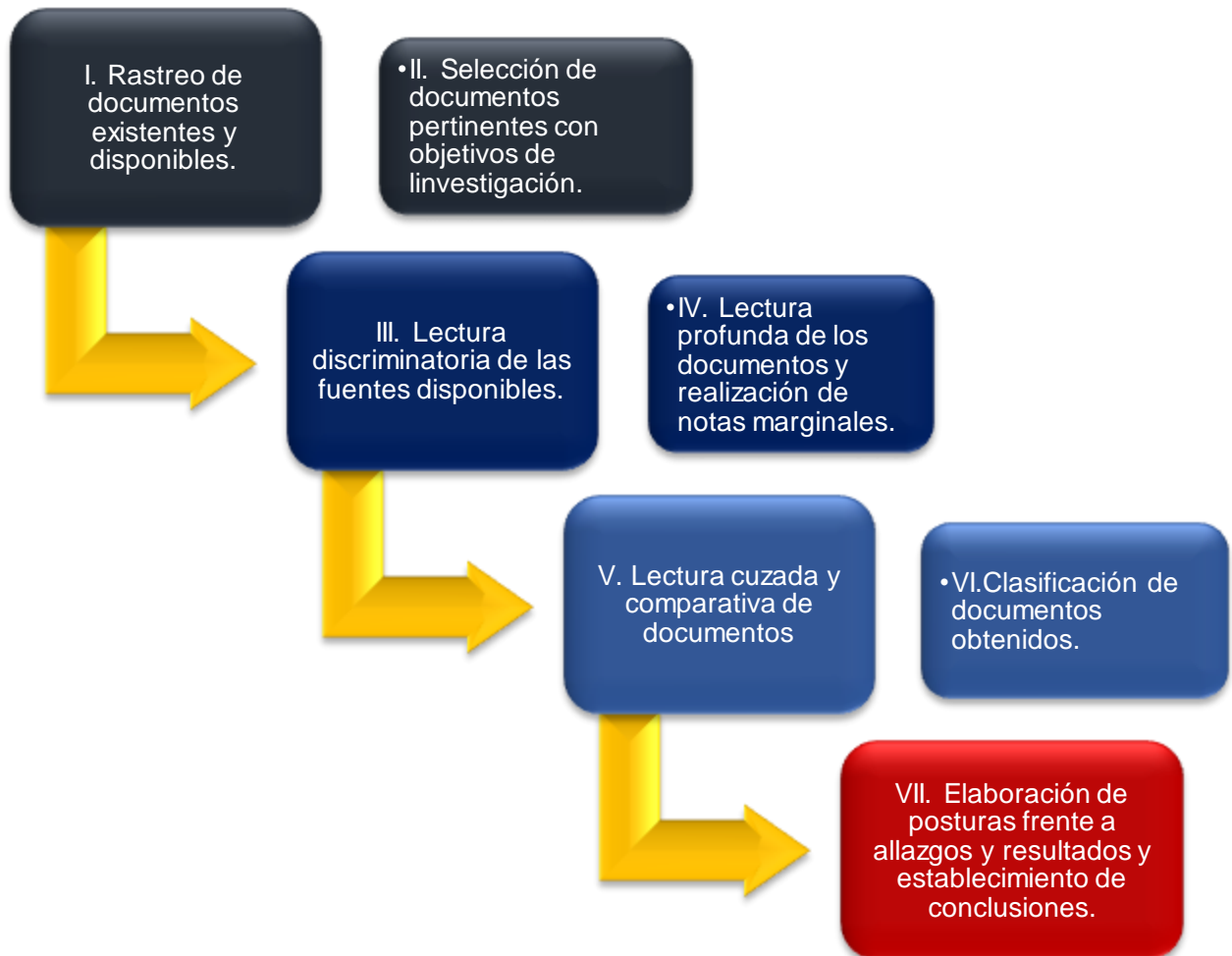
La clasificación de los documentos en alguna de las categorías anteriores se establece, únicamente, con el propósito teórico de dar una mayor claridad al análisis de la información, pretendido en la presente investigación, pues, en la práctica las investigaciones abordan, simultáneamente, temáticas de varias categorías de las anteriores. En cuanto a la sistematización de la información presente en los documentos revisados, esta se ha hecho con ayuda de programas informáticos como *Word* y *Excel* de *Microsoft* (este último ha sido utilizado, sobre todo, para la elaboración de gráficos estadísticos).

- VII. *Elaboración de las posturas frente a los hallazgos y resultados provenientes de los documentos revisados y establecimiento de las conclusiones correspondientes* (Sabino, 1996): con especial cuidado y puesta de atención en el esclarecimiento de la problemática de interés. En el presente trabajo, en particular, se da toma de postura en relación con la forma en qué se concibe la comunicación y los usos dados al lenguaje en la enseñanza y aprendizaje de la Matemática y a partir de las respuestas brindadas a las siguientes interrogantes:

- ¿Cuál ha sido el abordaje metodológico en la investigación acerca de los procesos comunicativos y uso del lenguaje en el aula de Matemática?
- ¿Cuáles aristas o dimensiones del proceso comunicativo y usos del lenguaje en el aula de Matemática han sido abordados en los trabajos analizados?
- ¿Cuáles serían los aportes de dichas investigaciones, en el conocimiento de las prácticas comunicativas y uso del lenguaje, para el ejercicio de los docentes de Matemática?

La *Figura 3* sintetiza las etapas seguidas durante el proceso de investigación bibliográfica acerca de la comunicación y el uso del lenguaje en los procesos de enseñanza y aprendizaje de la Matemática.

**Figura 3**  
***Etapas de la investigación bibliográfica acerca de la comunicación y el uso del lenguaje en Educación Matemática***



# **IV. RESULTADOS O HALLAZGOS (I PARTE)**

- 4.1 De lo puesto en evidencia durante la investigación.
- 4.2 Investigaciones relacionadas con comunicación y uso del lenguaje en los procesos de enseñanza y aprendizaje de la EM.

## 4. Resultados o Hallazgos (I PARTE)

### 4.1 De lo puesto en evidencia durante la investigación

En el presente capítulo se han considerado, solamente, algunos artículos publicados en revistas científicas, considerados como sobresalientes por la forma en que se desarrollaron y lo que dejan en evidencia. Hallazgos provenientes de la restante cantidad de documentos analizados serán abordados en el siguiente capítulo. Las publicaciones científicas reseñadas en el presente capítulo corresponden a informes de investigación, con recolección y análisis de datos, a partir del trabajo de campo, se ha omitido la inclusión de publicaciones de tipo meta-análisis y estados del arte. En su mayoría se han considerado artículos con información proveniente de la aplicación de técnicas de recolección y análisis de datos con fines académicos-científicos.

Como se observa en la *Figura 4*, tales artículos son el resultado de investigación realizada en diferentes niveles, áreas y contextos académicos:

- Tesis a nivel de licenciatura (Ángulo y Marín, 2013), de maestría (Rivera, 2013) y doctoral (Valdemoros, 2004; Delgado, 2015).
- Evaluación de programas de formación de formadores (Dalle mole, Oliveira y Moreno, 2014).
- Sistematización de experiencias docentes (Carneiro-Abrahão, 2008) y evaluación de propuestas programáticas de un curso para estudiantes de áreas distintas a la Matemática (Montero y Quesada, 2011).
- E investigación académica tradicional en ambientes universitarios (Cabrera y Laffita, 2002; Falsetti y Rodríguez, 2005; Reséndiz, 2006; Huang y Normandia, 2007; Forero-Saénz, 2008; Matos y Da Ponte, 2008; Díaz, 2009; Andrade y Saraiva, 2012; Muñoz-Catalán y Carrillo-Yáñez, 2012; Ribeiro, Carrillo y Monteiro, 2012, De Freitas, 2013; Olteanu y Olteanu, 2013; Ryve, Nilsson y Pettersson, 2013; Balaguer y Vidal, 2014; Olteanu, 2015; Herbel-Eisenmann, Johnson, Otten, Cirrillo y Steele, 2015).

**Figura 4**  
**Niveles, áreas y contextos de la investigación acerca de la comunicación y el lenguaje en el aula de Matemática**



Asimismo, como se ha señalado con anterioridad, las investigaciones consideradas provienen de diferentes regiones geográficas del planeta. Para el caso de las publicaciones del presente capítulo, como se observa en la *Tabla 3*, la mayoría de los estudios han sido publicados en los idiomas español (incluye una investigación realizada en Brasil) e inglés (en este caso, se incluye el estudio de Montero y Quesada, 2011, realizado en España, pero, publicado en este idioma).

**TABLA 3**  
**DISTRIBUCIÓN DE LAS INVESTIGACIONES BUSCADAS EN EL PERIODO 2013-2017,**  
**SEGÚN IDIOMA DE PUBLICACIÓN**  
**(se incluye país donde se realizó la investigación)**

Inglés	Portugués	Español
Huang y Normandia (2007). (USA)	Matos y Da Ponte (2008). (Portugal)	Valdemoros (2004). (México)
Montero y Quesada (2011). (España)	Andrade y Saraiva (2012). (Portugal)	Reséndiz (2006). (México)
De Freitas (2013). (USA)	Ribeiro, Carrillo y Monteiro (2012). (Portugal)	Carneiro-Abrahão (2008). (Brasil)
Olteanu y Olteanu (2013). (Suecia)	Dallemole, Oliveira y Moreno (2014). (Brasil)	Forero-Saénz (2008). (Colombia)
Olteanu (2015). (Suecia)		Díaz (2009). (Colombia)
Herbel-Eisenmann, Johnson, Otten, Cirrillo y Steele (2015).		Muñoz-Catalán y Carrillo- Yáñez (2012) (España)
Ryve, Nilsson y Pettersson (2013). (USA)		Angulo y Marín (2013). (Colombia)
		Balaguer y Vidal (2014). (España)
		Delgado (2015). (México)
		Cabrera y Laffita (2002) (Cuba)
		Falsetti y Rodríguez (2005) (Argentina)
		Rivera (2013) (Perú)

En relación con los países donde se llevaron a cabo los estudios o donde fueron publicados, según la información incorporada en la *Figura 5*, se señalan como datos sobresalientes los siguientes:

- La mayor cantidad de artículos analizados fueron realizados en los Estados Unidos de Norteamérica (4 artículos de 23).

- Colombia, México, Portugal y España comparten una misma cantidad de investigaciones (3 de 23, en cada caso).
- Brasil y Suecia cuentan, cada uno, con 2 investigaciones de un total de 23.
- Argentina, Cuba y Perú, también, comparten una misma cantidad de estudios (1 de 23, en cada caso).



Sin posibilidad alguna de establecerlo como conclusión, o resultado generalizado, correspondiente al ámbito de la investigación de las temáticas de la comunicación, y del lenguaje en la EM, parece que un resultado apunta a que estas temáticas son objeto de interés y atención, tanto en Europa como en América. Al menos, esta revisión de trabajos permite hacer esa conjetura de tipo especulativa, pues, no se tiene el conocimiento total, global y suficiente sobre tendencias reales y generales, para afirmarla de forma contundente (ello excede los fines de este trabajo). Resulta relevante, también, señalar el hecho de que México, Colombia y Brasil sean los países latinoamericanos que más registren investigaciones en las

temáticas analizadas. Esta situación concuerda con el hecho de que son países donde hay bastante producción reciente en Didáctica de la Matemática<sup>7</sup>.

En este punto, una digresión válida es la que tiene que ver con la calidad que se atribuye a las investigaciones; tradicionalmente, se considera que lo publicado en idioma inglés suele alcanzar niveles más altos de calidad científica y rigurosidad académica, por la normativa que, usualmente, establecen las revistas anglosajonas para regular la forma y contenido de las publicaciones. Por ejemplo, a partir de esta revisión se observa en los artículos analizados que los publicados en inglés tienen una menor extensión (de 10 a 15 páginas), si se compara a sus análogos en español y otros idiomas; esta característica en particular, pareciera determinar que en el idioma inglés las afirmaciones sean más expeditas, concisas y directas, pues, se debe utilizar menos palabras para *decir lo importante*; esta economía de palabras, a su vez, puede dar la impresión de que lo que se comunica es contundente.

Sin embargo, debe acotarse que a pesar de que el idioma portugués no es de circulación mayoritaria como el inglés (el español, o incluso, el idioma francés), las publicaciones analizadas en este idioma brindan importantes aportes, tanto en lo teórico como en lo metodológico, además de buscar salvaguardar la rigurosidad y científicidad de las mismas, y de marcar una tendencia investigativa, al estudiar de manera más focalizada y delimitada las temáticas relacionadas con la comunicación y el uso del lenguaje en los procesos de enseñanza y aprendizaje de la Matemática. Es más, fue en el único idioma en que se encontró una investigación que relacionara de manera directa las cogniciones docentes y el tipo de comunicación utilizado (Ribeiro, Carrillo y Monteiro, 2012)<sup>8</sup>.

---

7 En el caso particular de México, se sabe que posee uno de los centros de investigación más importante de Matemática Educativa: el CINESTAV (Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional), el cual cuenta con la presencia de investigadores muy reconocidos por sus aportes y amplia trayectoria en investigación en Matemática Educativa.

8 Al respecto, un detalle curioso es que la revista mexicana RELIME respetó el idioma original de dichos estudios, hechos en Portugal y en Brasil, al publicarlos en portugués. Ello permita una mayor difusión de dichos trabajos en el idioma original.

En cuanto a la delimitación temporal de los artículos, como se observa en la *Figura 6*, estos fueron publicadas entre los años 2004 y 2015; se cuenta con tres investigaciones realizadas en el 2008, tres más en el año 2012 y otras tres en el 2015; el año que contó con más publicaciones fue el 2013.



Sin contar con los datos empíricos suficientes (pues, de nuevo excederían las pretensiones de este informe), podría especularse que las temáticas aquí tratadas se han vuelto tópicos de interés investigativo en los últimos años; de ser cierta, esta situación le vendría muy bien a los procesos de enseñanza y aprendizaje de la disciplina, ya que, es un área de la Didáctica de la Matemática poco atendida si se compara su desarrollo teórico con el de otros temas, pero, con bastante trascendencia para la misma (Fandiño, 2011).

Por otra parte, y antes de mencionar las categorías en las cuales se han clasificado los estudios analizados, es importante mencionar que ha existido poca claridad para delimitar el objeto de estudio de dichas investigaciones, en los tales se da una yuxtaposición de temas abordados. Así, por ejemplo, en las investigaciones acerca de la comunicación, aunque, el tema de atención sean los intercambios o dinámicas de este proceso, siempre se habla, de una forma o de otra, del papel y lugar del lenguaje matemático y no matemático en el aula; o a la

inversa, si el tema de interés de la investigación es el uso del lenguaje (de cualquier tipo o con cualquier representación) siempre se retoma el tema comunicativo. Otro ejemplo sería señalar que, aunque, se dé atención a lo que dicen, hacen y comunican los estudiantes, de una manera u otra, esto siempre remite a lo que dice, hace y comunica el docente en la clase; nuevamente, a la inversa, también, sucede lo mismo; lo que pasa con el docente, apela y afecta al estudiante<sup>9</sup>.

Debido a esta yuxtaposición o traslape de temáticas, es que fue necesaria la clasificación de los artículos en cuatro categorías distintas, pero, se tiene conciencia de que dicha separación de temas en la realidad educativa y en la actividad investigativa es muy difícil de conseguir, y que para lograrla, al menos a nivel de propuesta teórica con fines de investigación, se debe delimitar muy bien el alcance tales categorías o definir aún más los temas que son investigados.

Finalmente, solo resta mencionar las clases o categorías de análisis de los artículos. Únicamente, con el fin de lograr una mayor claridad teórica y práctica en la elaboración del estado del arte, y según sea la temática atendida en mayor medida en la publicación, cada investigación se ha clasificado en alguna de las siguientes categorías:

- I. *Lenguaje, representaciones semióticas y escritura matemática de estudiantes*: se incluyen artículos que investigan acerca de cuestiones relacionadas con el uso del lenguaje matemático, con los diferentes tipos de representación de los objetos matemáticos utilizados en el aula y con aspectos de la escritura de los estudiantes en la clase de Matemática.
- II. *Lenguaje, representaciones semióticas y escritura matemática de docentes*: en esta categoría se incluye un estudio que atiende los mismos elementos de la categoría anterior, pero, esta vez se pone atención a la forma en qué son utilizados por parte de los docentes.

---

9 Valga aclarar que en el presente trabajo lo comunicativo y lo educativo, así como las prácticas comunicativas y las didácticas, se asumen como cuestiones diferentes, pues, no toda práctica comunicativa busca alcanzar objetivos educativos. Se entenderá, por tanto, que lo comunicativo sirve a lo educativo, pero, no lo agota.

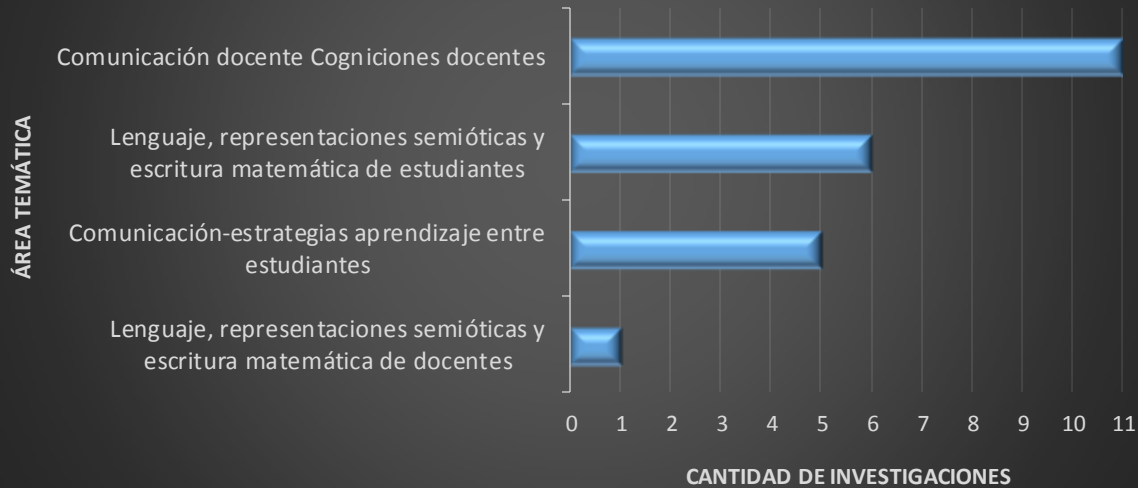
- III. *Comunicación docente-Cogniciones docentes*: acá se han incluido aquellos estudios que prestan atención a la comunicación y a elementos, propiamente, relacionados con este proceso o a las cogniciones de los docentes relacionadas con lo comunicativo.
- IV. *Comunicación-estrategias aprendizaje entre estudiantes*: en esta categoría se incluyen trabajos acerca de la comunicación y elementos afines, así como estrategias de aprendizaje que tienen que ver con prácticas comunicativas, pero, focalizadas en lo que perciben y hacen los estudiantes.

La *Tabla 4* muestra la distribución de las investigaciones según el área temática abordada y, la *Figura 7* y el *Gráfico 1* muestran dicha distribución, tanto en cifras absolutas como relativas (porcentuales).

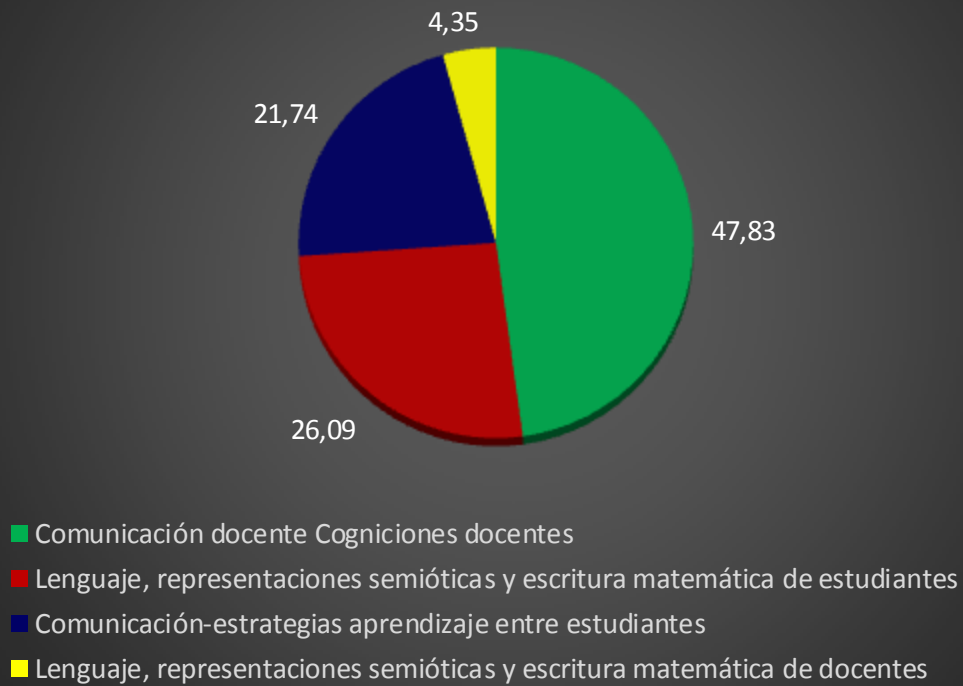
**TABLA 4**  
**DISTRIBUCIÓN DE LAS INVESTIGACIONES SEGÚN ÁREA TEMÁTICA**

Lenguaje, representaciones semióticas y escritura matemática de estudiantes	Lenguaje, representaciones semióticas y escritura matemática de docentes	Comunicación docente Cogniciones docentes	Comunicación-estrategias aprendizaje entre estudiantes
Matos y Da Ponte (2008). Andrade y Saraiva (2012). Huang y Normandia (2007). Díaz (2009). Valdemoros (2004). Delgado (2015).	Dallemole, Oliveira y Moreno (2014).	Ribeiro, Carrillo y Monteiro (2012). De Freitas (2013). Muñoz-Catalán y Carrillo-Yáñez (2012). Reséndiz (2006). Forero-Saénez (2008). Ángulo y Marín (2013). Carneiro-Abrahão (2008). Olteanu y Olteanu (2013). Olteanu (2015). Montero y Quesada (2011). Herbel-Eisenmann <i>et al</i> (2015).	Cabrera y Laffita (2002). Falsetti y Rodríguez (2005). Balaguer y Vidal (2014). Rye, Nilsson y Pettersson (2013). Rivera (2013)

**FIGURA 7**  
**DISTRIBUCIÓN DE LAS INVESTIGACIONES BUSCADAS EN EL**  
**PERIODO 2013-2017, SEGÚN ÁREA TEMÁTICA**  
**(cifras absolutas)**



**GRÁFICO 1**  
**DISTRIBUCIÓN DE LAS INVESTIGACIONES BUSCADAS EN EL**  
**PERIODO 2013-2017, SEGÚN ÁREA TEMÁTICA**  
**(cifras relativas)**



Un dato a destacar de los gráficos anteriores es el siguiente: la mayor cantidad de artículos revisados pertenecen a la categoría *Comunicación docente-cogniciones docentes*, casi un 48% de las investigaciones abordan esta temática, lo que corresponde a 11 investigaciones de 23, asimismo, poco más del 26% corresponde a estudios acerca del Lenguaje, representaciones semióticas y escritura matemática de estudiantes, un 21,7% corresponde a la categoría de comunicación-estrategias de aprendizaje de estudiantes y el 4,34% restante (1 estudio de 23) corresponde a la categoría de *Lenguaje, representaciones semióticas y escritura matemática de docentes*. Estos datos muestran, la importancia del tema de la comunicación y el lenguaje del docente en la clase de Matemática como objeto de atención<sup>10</sup>.

A continuación, se buscará dar respuesta a cada una de las tres interrogantes planteadas al inicio de este trabajo y que guiaron la construcción del presente informe, en relación con las temáticas de comunicación y lenguaje en los procesos de enseñanza y aprendizaje de la EM.

#### **4.2 Investigaciones relacionadas con comunicación y uso del lenguaje en los procesos de enseñanza y aprendizaje de la EM**

En el presente apartado se busca contestar a las siguientes tres interrogantes que direccionaron el análisis de los veintitrés artículos revisados y analizados, en relación con las temáticas de la comunicación, el uso del lenguaje y los procesos de enseñanza y aprendizaje de la Matemática:

- ¿Cuál ha sido el abordaje metodológico en la investigación acerca de los procesos comunicativos en el aula de Matemática?
- ¿Cuáles aristas o dimensiones del proceso comunicativo en el aula de Matemática han sido abordados en los artículos analizados?

---

<sup>10</sup> Al respecto, debe aclararse que los artículos no fueron seleccionados para dejar esta cuestión en evidencia, al contrario, la selección de los mismos, sólo obedeció al criterio de estar relacionado, directamente, con las temáticas de interés y la forma en que fueron desarrollados.

- ¿Cuáles serían los aportes de dichas investigaciones en el conocimiento de las prácticas comunicativas de los docentes de Matemática?

#### 4.2.1 ¿Cuál ha sido el abordaje metodológico en la investigación de los procesos comunicativos en el aula de Matemática?

Como se ha señalado, de manera previa, en el presente trabajo se han considerado, en su mayoría, artículos de corte cualitativo o mixto, correspondientes a informes de investigaciones empíricas, se han omitido trabajos del corte de meta-análisis de investigaciones y estados del arte. Trabajos que, aunque, no lo han detallado de manera explícita, han sido realizados desde enfoques etnográficos, fenomenológicos e interpretativos-hermenéuticos de la investigación<sup>11</sup>.

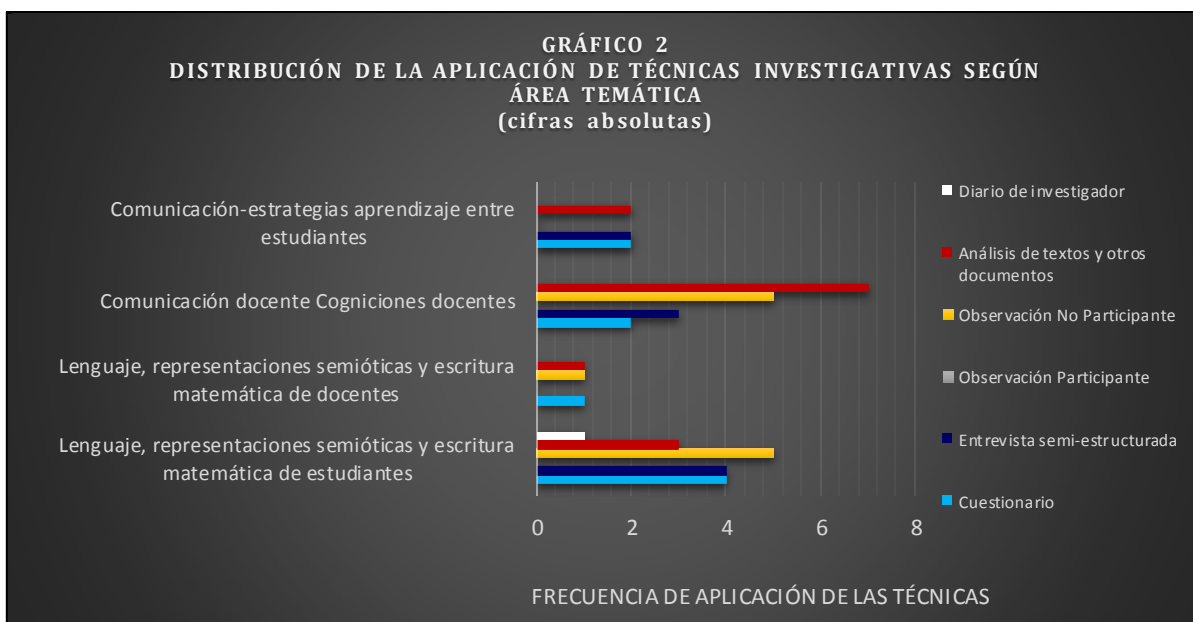
Tales investigaciones fueron desarrolladas por especialistas de distintas áreas académicas: docentes, psicólogos(as), lingüistas, entre otros; y a pesar de las diferencias en la formación académica que puedan tener tales especialistas, en las investigaciones revisadas, existe tendencia a abordar las temáticas reseñadas con tres técnicas de investigación en particular: observaciones no participantes, entrevistas estructuradas (denominadas cuestionarios) y semi-estructuradas y análisis de textos y otros documentos, tal y como se muestra en el *Gráfico 2*.

En dicho gráfico, uno de los datos sobresalientes es que en la categoría de estudios relacionados con la comunicación docente y las cogniciones docentes, la técnica más, frecuentemente, utilizada fue el análisis de documentos y otros textos, tales como los registros escritos de los estudiantes, los planeamientos de las clases de los docentes, el material didáctico y otros documentos escritos; lo cual está en consonancia con el hecho de que es una forma de acceder a lo dicho y escrito por el docente. Asimismo, en esa primera categoría de investigaciones,

---

<sup>11</sup> Esta situación es curiosa, pues, si bien se omite mencionar el enfoque de investigación, sea por desconocimiento o por abierta omisión, si se asumen metodologías apropiadas a enfoques más interpretativos-hermenéuticos, lo cual concuerda con el hecho de que estos enfoques sean los de mejor ajuste con el tipo de dato que se desea recolectar y analizar (Habermas, 1982).

otra de las técnicas más utilizadas fue la observación no participante, realizada con apoyo de grabaciones de audio, video o toma de notas (en diarios de campo de los investigadores); el uso de esta técnica utilizada se justificó por los investigadores, en buena medida, porque se deseaba poner atención a lo que hacía y decía el docente durante sus clases.



Del gráfico, también, se desprende el hecho de que la aplicación de cuestionarios y las entrevistas semi-estructuradas resultaron técnicas muy utilizadas en las categorías de Comunicación docente cogniciones docentes y *Lenguaje, representaciones semióticas y escritura matemática de los estudiantes*, con el fin de analizar lo dicho y escrito, tanto por docentes como por estudiantes. Incluso la naturaleza de los cuestionarios que se aplicaron a los sujetos de la investigación, en algunos estudios, fue restringida a contenidos matemáticos (tal el caso de los trabajos de Valdemoros, 2004; Díaz, 2009; Delgado, 2015).

En este punto es importante señalar que de los veintitrés estudios analizados, únicamente, ocho brindan algún tipo de justificación acerca de su proceder metodológico (Reséndiz, 2006; Andrade y Saraiva, 2012; Ribeiro, Carrillo y Monteiro, 2012; Muñoz-Catalán y Carrillo-Yáñez, 2012; Ángulo y Marín, 2013; Balaguer y Vidal, 2014; Olteanu y Olteanu, 2013; Olteanu, 2015), las restantes

quince investigaciones, al parecer, no consideran necesario justificar la escogencia de métodos y técnicas investigativas. Pero, y a pesar de dicha omisión, las técnicas utilizadas resultaron ser pertinentes para alcanzar los objetivos planteados en las investigaciones; esta falta de argumentación para justificar el uso de las mismas, podría atribuirse a que quizá se da por sentado su funcionalidad y adecuación al tipo de datos que se deseaba recolectar.

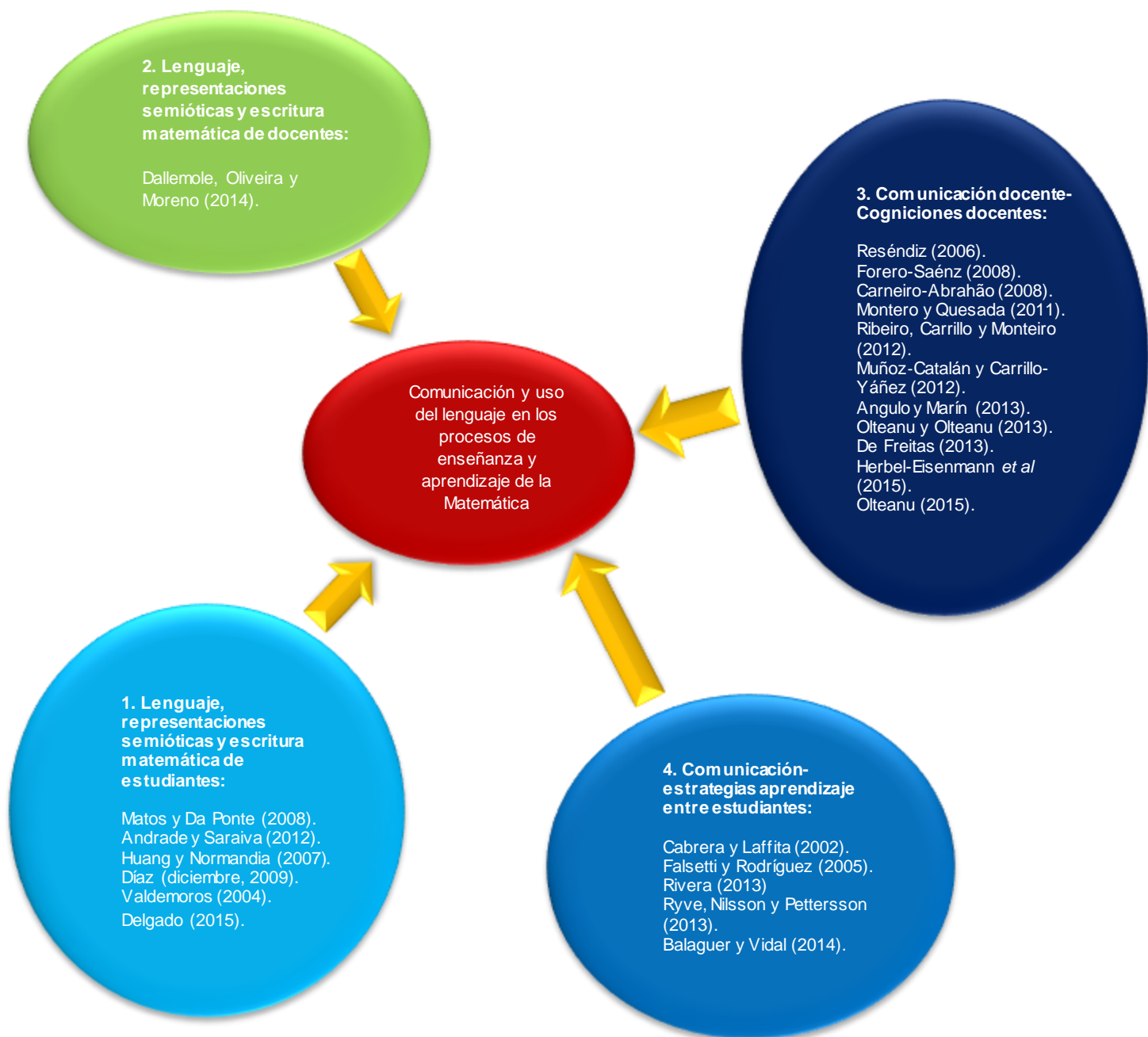
En ese sentido, la revisión y análisis de los artículos, remarcó el hecho de que la investigación acerca de las temáticas de la comunicación, el uso del lenguaje y los procesos de enseñanza y aprendizaje de la Matemática puede ser bastante compleja, y que debido a ello, debe razonarse de manera apropiada y acuciosa acerca del tipo de dato que se desea recolectar y acerca de las técnicas más apropiadas para ello.

Resulta importante, entonces, el tener absoluta claridad acerca de lo que se desea investigar, pues, eso determinará: el enfoque investigativo, el marco teórico referencial, el diseño de investigación, las fuentes y sujetos de información, así como las técnicas de recolección y análisis de los datos, entre otras cuestiones. Tomar en cuenta estas consideraciones brinda a toda investigación un mayor grado de rigurosidad metodológica, y por tanto, les reviste de más científicidad.

#### **4.2.2 ¿Cuáles aristas o dimensiones del proceso comunicativo en el aula de Matemática han sido abordados en los artículos analizados?**

Como se ha mencionado, previamente, las investigaciones revisadas se han clasificado en cuatro categorías o dimensiones distintas para su análisis. La *Figura 8* muestra las cuatro dimensiones o categorías establecidas, así como los estudios comprendidos en cada categoría.

**Figura 8**  
**Distribución de las investigaciones según categoría de análisis**



En la primera de las categorías, *Lenguaje, representaciones semióticas y escritura matemática de los estudiantes*, los artículos analizados han tratado entre otras cuestiones, las siguientes temáticas:

- La forma en que es comprendido y utilizado el lenguaje algebraico entre los estudiantes (Matos y Da Ponte, 2008).
- Las conexiones establecidas por los estudiantes entre las diferentes representaciones de una función (Andrade y Saraiva, 2012).
- Las características y los rasgos lingüísticos de la escritura matemática de los estudiantes y cómo influye en el conocimiento y comprensión de conceptos y procedimientos matemáticos (Huang y Normandia, 2007).
- La forma en qué es comprendido, por los estudiantes, el concepto de función mediante el uso del lenguaje verbal y cómo dicho concepto se transfiere a los lenguajes algebraico, aritmético y geométrico (Díaz, 2009).
- El vínculo entre la construcción del lenguaje aritmético de las fracciones y el desarrollo de conceptos ligados a dichos números (Valdemoros, 2004).
- El papel que juega el aprendizaje del lenguaje matemático en la comprensión y aprendizaje de contenidos matemáticos en el dominio de códigos culturales básicos y en la resolución de problemas (Delgado, 2015).

Los estudios comprendidos en esta categoría revelan, como se ha dicho ya en otro apartado, cómo resulta necesario atender el uso del lenguaje (tanto matemático como no matemático) como un elemento importante al estudiar los procesos comunicativos, y también, revelan cómo en ellos se suelen yuxtaponer la atención no sólo en el lenguaje mismo, sino en la forma en que éste se utiliza, pues, tales usos tienen repercusiones en la comprensión y aprendizaje de contenidos y procedimientos matemáticos (ejemplo de ello son los trabajos de: Huang y Normandia, 2007; Matos y Da Ponte 2008; Delgado, 2015).

También, se hace manifiesto que entre más representaciones semióticas puedan utilizar los estudiantes, más posibilidades tendrán de comprender los contenidos de la disciplina, incluso los conceptos más elaborados, como es en el caso del

tema de funciones matemáticas (como señalan Matos y Da Ponte, 2008; Díaz, 2009; Andrade y Saraiva, 2012). Lo cual tiene todo el sentido, ya que, cada representación semiótica de cualquier objeto matemático, revela una o más características particulares del mismo; en consecuencia, comprender más representaciones semióticas implica comprender más características de los objetos matemáticos en cuestión (Valdemoros, 2004; Matos y Da Ponte, 2008; Díaz, 2009; Andrade y Saraiva, 2012; Delgado, 2015).

Otro resultado sobresaliente de las investigaciones incluidas en esta primer categoría, es el que señala que cuando se estudia el tema de relaciones funcionales, tanto para docentes como para estudiantes, resulta de gran utilidad que se programen y realicen actividades de clase que involucren tareas de exploración e investigación, pues, las mismas parecen favorecer el desarrollo y dominio del lenguaje algebraico (al dársele sentido al significado de este) y potencian la construcción de una perspectiva más amplia acerca del uso de los símbolos, tanto en la Matemática como fuera de ella (Matos y Da Ponte, 2008).

De igual modo, se recomienda un mayor uso del lenguaje verbal en la clase de Matemática, en combinación con otras formas de lenguaje; pues, ello permite que, tanto estudiantes como docente, tengan la oportunidad de aclarar sus explicaciones como las de otros y de refutarlas o reformularlas (Díaz, 2009). En general, también, se señala que el uso del lenguaje verbal permite mejorar las comprensiones matemática y lingüística (Díaz, 2009).

En relación con la segunda categoría de análisis, *Lenguaje, representaciones semióticas y escritura matemática de docentes*, esta incluye un único estudio (Dalle mole, Oliveira y Moreno; 2014), que atiende los mismos elementos de la categoría anterior, pero, esta vez se pone atención a la forma en qué son utilizados por parte de los docentes, específicamente, por diez estudiantes de la Licenciatura en Matemáticas de la Universidad Luterana del Brasil (en el Estado de Canoas).

Entre los resultados de este estudio se destaca el hecho de que ni siquiera los futuros educadores escapan de mostrar dificultad en el paso de una representación semiótica de un objeto matemático a otra representación, pero también, se manifiesta que estas dificultades y carencias pueden ser subsanadas, si son atendidas de manera focalizada, mediante programas de formación o capacitación específicos para ciertas áreas y contenidos matemáticos.

Este estudio, en particular, lleva a pensar que si, incluso, los docentes de Matemática pueden tener ciertas dificultades con su disciplina de enseñanza, definitivamente, estas dificultades deben ser atendidas, para no trasladarlas a su quehacer docente y evitar así generar dificultades similares o mayores entre los estudiantes. Esta situación, también, muestra que en el caso de los docentes es necesario propiciar espacios para la formación y capacitación continua de dichos profesionales, y aún más, espacios donde no sólo se les dé la posibilidad de dar a conocer dichas deficiencias, sino que además, se les ofrezcan opciones sustantivas para superarlas.

En cuanto a la tercera de las categorías, *Comunicación Docente-Cogniciones Docentes*, esta es la que cuenta con el mayor número de estudios (11 de 23) y algunas de las temáticas desarrolladas en la misma son:

- El papel de las cogniciones<sup>12</sup> docentes en el desempeño, en las acciones del docente y en la comunicación<sup>13</sup> matemática que promueve en la clase y en sus relaciones (Ribeiro, Carrillo y Monteiro, 2012).
- El conocimiento profesional del profesor universitario, sus concepciones acerca de la enseñanza y aprendizaje de la disciplina, la comunicación promovida y el tipo de preguntas formuladas (Muñoz-Catalán y Carrillo-Yáñez, 2012).
- El papel del discurso docente en la clase de Matemática visto como un espacio donde se construyen, negocian e interpretan los significados en la interacción

---

12 En este caso, se entienden las cogniciones docentes como ese conjunto (poseído por el docente) de creencias, de conocimiento matemático para la enseñanza y de objetivos que se plantean para lograr el aprendizaje de dicho conocimiento.

13 Se entiende dicha comunicación como la exteriorización de las cogniciones docentes.

social con apoyo del lenguaje utilizado socialmente (Reséndiz, 2006; Carneiro-Abrahão, 2008; Forero-Saénz, 2008; Ángulo y Marín, 2013; Olteanu y Olteanu, 2013; Olteanu, 2015), entre otras temáticas.

Entre los resultados sobresalientes de esta categoría se destaca la necesidad de que durante la comunicación matemática que los docentes realizan en sus clases, se incluyan actividades donde los estudiantes puedan sentirse desafiados, constantemente, sin que se llegue a abrumarlos (Ribeiro, Carrillo y Monteiro, 2012). Plantear este tipo de actividades concuerda con los señalamientos, ya hechos en la primer categoría, acerca de proponer a los estudiantes tareas de exploración e investigación, más allá de ejercicios mecánicos y rutinarios (Matos y Da Ponte, 2008).

En relación con el planteamiento de desafíos a los estudiantes, propiamente, se señala que para formularlos de manera apropiada, los docentes deben poseer una alta autoestima (consciente de los conocimientos profesionales que poseen en los diferentes ámbitos de su vida), para saber ejecutar estos desafíos y no dejarse intimidar de sus estudiantes ni intimidarlos a ellos. También, se requiere que los docentes estén conscientes de dos cuestiones: acerca de las creencias que poseen de sus acciones y acerca de las implicación de estas acciones en el alcance de los objetivos educativos que se formulen (Ribeiro, Carrillo y Monteiro, 2012).

Otro resultado importante es el que caracteriza una buena docencia universitaria en Matemática (Muñoz-Catalán y Carrillo-Yáñez, 2012). Este remarca que una buena práctica de docencia a nivel universitario, relacionada con procesos de enseñanza y aprendizaje de la EM, manifiesta las siguientes tres características:

- La gestión de la comunicación con los estudiantes promueve la reflexión acerca de las conexiones entre los diferentes contenidos de una asignatura y acerca de lo que les pueda llevar a mejorar la comprensión de estos contenidos.

- La constante y continua formulación de preguntas de *información y reflexión*, debido a que son las que más contribuyen al proceso de construcción del conocimiento.
- La organización de los contenidos curriculares alrededor de la metodología de resolución de problemas como factor detonante y medio para la construcción de los conocimientos, lo cual requiere, a su vez, que el estudiante sea consciente de sus responsabilidades y de que se promuevan las sanas discusiones durante las clases.

Los resultados de esta tercera categoría llevan a reflexionar acerca del importante rol del profesor en el aula de Matemática, y en particular, a sopesar el valor e influencia que tienen sus prácticas comunicacionales en la enseñanza y aprendizaje de la disciplina. Específicamente, resulta válido considerar que una adecuada gestión de clase no es algo que deba verse como una cuestión muy lejana o inaccesible, por el contrario, tal y como se ha señalado, son las pequeñas acciones, e incluso, las mínimas actitudes del docente las que tienen la posibilidad de marcar una diferencia, tanto en la forma en que se comunica como en su gestión de aula.

Finalmente, la última categoría de análisis de las investigaciones es la que tiene que ver con *Comunicación-estrategias de aprendizaje de los estudiantes*. Esta categoría contiene tres investigaciones, en las cuales se han abordado, entre otras cuestiones, las temáticas siguientes:

- Grupos productivos de trabajo y la comunicación efectiva relacionada con ellos, en el contexto de las clases de Matemática (Ryve, Nilsson, y Pettersson, 2013).
- El papel de los mediadores visuales y los términos técnicos en el aprendizaje de la disciplina (Ryve, Nilsson, y Pettersson, 2013).
- Estrategias metodológicas útiles para mejorar la comprensión de la lectura de problemas matemáticas (Balaguer y Vidal, 2014).

- Algunas estrategias comunicativas específicas para el aprendizaje de los números racionales (Rivera, 2013).

Un resultado sobresaliente en esta categoría de análisis es el que destaca que el establecimiento de reglas sociales y límites en el uso del tiempo en los grupos de trabajo, así como el contacto cara a cara entre los participantes del proceso educativo, el uso de términos técnicos propios del lenguaje matemático y de mediadores visuales (o representaciones gráficas) que les correspondan, afecta y favorece el establecimiento de comunicaciones efectivas en los grupos de trabajo de Matemática (Ryve, Nilsson, y Pettersson, 2013).

Otros dos resultados importantes son los siguientes: en primer lugar, los procesos de comprensión lectora de problemas matemáticos, a nivel de primaria, tienden a mejorar siempre que se desarrollen medidas que les permitan a estos tener actitudes positivas y comportamientos activos hacia la lectura y que se respetan la naturaleza y características de los estudiantes, por ejemplo, una de esas medidas sería el uso de marcadores para subrayar o hacer anotaciones, pues, da soporte a la autorregulación de la comprensión del estudiante (Balaguer y Vidal, 2014); y en segundo lugar, en los procesos de comprensión lectora de problemas matemáticos es favorable promover la relectura espontánea y la lectura en grupo, pues, parecen asegurar la comprensión de la lectura como elemento inicial para la solución de este tipo de problemas (Balaguer y Vidal, 2014).

Antes de continuar, conviene señalar, a modo de síntesis, que de un modo u otro, cada una de las categorías de las investigaciones analizadas deja en evidencia la importancia de la comunicación y el uso del lenguaje en los procesos de enseñanza y aprendizaje en la EM, así como también, la necesidad de que se focalicen, cada vez más, los estudios que puedan dar cuenta de prácticas comunicativas docentes que favorezcan dichos procesos.

#### **4.2.3 ¿Cuáles serían los aportes de las investigaciones analizadas en el conocimiento de las prácticas comunicativas de los docentes de Matemática?**

En los estudios analizados se trataron temáticas relacionadas con el proceso de comunicación y con el uso del lenguaje (verbal, no verbal, escrito) en el aula de Matemática y fue puesta en evidencia la importancia de distintas prácticas comunicativas para favorecer los procesos de enseñanza y aprendizaje de esta disciplina, entre otras cuestiones. Incluso, se afirma la necesidad de profundizar en el análisis de la comunicación del docente hacia sus estudiantes.

Por ejemplo, hay investigaciones que señalan que a partir de lo que dice, hace y comunica el docente en la clase, se favorece que lo que digan, hagan y se comuniquen los estudiantes sea apropiado o no en el sentido matemático (Matos y Da Ponte, 2008; Díaz, 2009; Delgado, 2015; Dallemole, Oliveira y Moreno, 2014; Ribeiro, Carrillo y Monteiro, 2012). Así, si el docente no comunica bien los contenidos matemáticos, es posible que los estudiantes, tampoco, puedan comunicarse, apropiadamente, los contenidos matemáticos, ni entre ellos, ni hacia el docente.

En ese sentido, conviene entonces prestar atención a cuáles son las prácticas comunicativas que emplean los docentes en el aula de Matemática<sup>14</sup> y cuál es el uso dado al lenguaje en dichas prácticas. Además de identificarlas, resultará importante observar cuándo y cómo son utilizadas estas; asimismo, será relevante buscar entender por qué se emplean algunas prácticas con frecuencia y se dejan de aplicar otras. Porque de esta revisión de investigaciones, también, se ha inferido que muchas de las acciones que ocurren entre los docentes en el aspecto comunicativo de sus clases, son ejecutadas sin que medien procesos de reflexión al respecto. En síntesis, entonces, convendría hacer investigación acerca de las prácticas comunicativas y el uso dado al lenguaje entre los docentes de Matemática.

---

14 Es válido señalar, nuevamente, que el tema de interés en el ámbito de tesis doctoral está relacionado, de manera directa, con las temáticas de interés del presente proyecto de investigación. Esa es la razón de ser, principal, de las sugerencias que se plantean en cuanto a intereses y líneas de investigación.

Debido a la naturaleza y complejidad de dicha pretensión investigativa debe señalarse que resulta oportuno que al realizar investigación que atienda las prácticas comunicativas y el uso del lenguaje entre los docentes en el aula de Matemática, se focalice la atención en la discursividad del docente y en las razones que le dan forma a la misma; y que en función de esa focalización, se pueda trabajar de manera detallada y acuciosa en un análisis pormenorizado del proceder comunicativo gestionado por el docente.

# V. RESULTADOS O HALLAZGOS (II PARTE)

5. Resultados o Hallazgos (II Parte): La comunicación y el lenguaje algunas particularidades.

*- La comunicación docente en Matemática: cuestiones reveladas por la investigación educativa.*

5.1 Relevancia del proceso de comunicación en el aula de Matemática.

5.2 Elementos particulares y específicos de la acción comunicativa en el aula de Matemática.

5.3 Factores que permiten un mayor y mejor aprovechamiento de los intercambios comunicativos en el aula de Matemática.

5.4 Algunas pautas, lineamientos y prácticas concretas acerca de la comunicación que podrían contribuir al mejoramiento de la enseñanza de contenidos matemáticos.

*- El papel del lenguaje en la enseñanza y aprendizaje de la Matemática: consideraciones importantes a la luz de la investigación educativa.*

5.5 Importancia del lenguaje en los procesos de enseñanza y aprendizaje de la Matemática.

5.6 Naturaleza y particularidades del lenguaje matemático.

5.7 Criterios y pautas a considerar al utilizar el lenguaje matemático como herramienta para favorecer el aprendizaje de los contenidos disciplinares.

## **5. Resultados o Hallazgos (II Parte): La comunicación y el lenguaje algunas particularidades**

### **La comunicación docente en Matemática: cuestiones reveladas por la investigación educativa**

#### **5.1 Relevancia del proceso de comunicación en el aula de Matemática**

Una importante cantidad de autores, a lo largo del desarrollo de la historia de la humanidad, han insistido en subrayar la relevancia de todos los distintos modos del proceso comunicativo, en los diversos escenarios del quehacer y existencia misma de la humanidad: en lo social, económico, político, religioso, educativo, cultural, ideológico, entre tantos posibles (para el caso de lo educativo algunos trabajos al respecto: Standford y Roark, 1981; Bruner, 1984; Mercer y Edwards, 1988; Watzlawick, Beavin y Jackson, 1989; Pimm, 1990; Gutiérrez, 1993; Vygotsky, 1995; Mercer, 1997; Lomas, 1999; Mercer, 2001, Lee, 2010; Luria, Leontiev y Vygotsky, 2011; entre otros).

En lo concreto, por ejemplo, se remarcan la importancia y las particularidades del proceso comunicativo en las distintas fases del desarrollo humano de los individuos, pues, se asume como un hecho indiscutible que existe una profunda relación intrínseca entre dicho proceso, las actitudes y conductas de las personas, aún en los ámbitos más insospechados (Bruner, 1984; Watzlawick et al., 1989; Vygotsky, 1995; Mercer, 1997, 2001, entre otros).

Para el caso, y en relación con las temáticas de interés del presente trabajo, en el ámbito educativo se examina y reconoce, ampliamente, el papel desempeñado por el lenguaje en las diferentes etapas de los procesos de enseñanza y aprendizaje, así como la valía de la comunicación para la configuración, planteamiento y ejecución de los diferentes elementos de cualquier proceso formativo. De hecho, se reconoce muy explícitamente la relación taxativa e inseparable entre los pensamientos, las palabras, las acciones y los aprendizajes de los sujetos (Piaget, Mays y Beth, 1959; Bruner, 1984; Vygotsky, 1995; Luria, Leontiev y Vygotsky, 2011).

Por ejemplo, en cuanto al lenguaje se señala que, entre todas las herramientas de las que puedan disponer los seres humanos, esta es la herramienta sociocultural por excelencia, debido a que esta da origen y contribuye a la construcción de las representaciones que poseen los individuos acerca del mundo y de todo lo que en este se encuentra; y al mismo tiempo, permite que se comunique a los otros alrededor dichas representaciones, además de hacer accesible la posibilidad de conocer y comprender las representaciones de los otros (Bruner, 1984; Vygotsky, 1995).

Mientras que, en relación al proceso comunicativo, se dice que la comunicación adquiere la máxima importancia al interior de las clases, entre grupos de estudiantes, puesto que se convierte en el proceso mediante el cual los estudiantes acceden a su socialización, al apropiarse de los elementos culturales a los que son sometidos en los procesos educativos; y ello no solo se refiere a las cuestiones en relación con los contenidos disciplinares de las distintas áreas del saber, sino también, en relación con cuestiones ideológicas y de distintas índoles formativas. Al respecto, se señala que,

[Pues] Una “clase” no es un grupo pasivo de oyentes poco interesados por un enseñante, sino, por el contrario, un “colectivo”, un grupo de personas que, interactuando entre sí, persiguen un único fin. La comunicación es considerada como un factor del desarrollo mental. [Pues en el] proceso de comunicación con los otros miembros del “colectivo” se construye un modo de ser... que después se interiorizará como ideología consciente... a través de este proceso... los “escolares” toman conciencia de la insuficiente claridad y precisión de sus conceptos, de las contradicciones que estos determinan, del hecho de que a menudo son inadecuados para interpretar nuevos aspectos de la realidad (Luria, Leontiev y Vygotsky, 2011, p.8)

En relación con lo planteado por los autores, únicamente, se debe agregar que se debe estar consciente de que en los salones de clases ocurren procesos de socialización y apropiación de una amplia y diversa cantidad de elementos

culturales por parte de quienes participan de los procesos formativos; pues, es imposible dejar de participar de ellos, y más aún, no verse permeados por los mismos. Dada esa imposibilidad de no participación y la posibilidad de ser permeado, es que se debe estar atento a las formas en que interactúan y comunican los individuos.

Dado que se concibe la comunicación como una cuestión de amplia trascendencia en los distintos intercambios e interacciones de las personas, sobre todo, de aquellas que ocurren en los ámbitos educativos, es que los distintos participantes de *lo educativo* deben estar muy conscientes de cuál es su lugar, gestión y desempeño en los procesos comunicativos (Standford y Roark, 1981). Pues, se señala una importante, estrecha y profunda relación entre la interacción de las personas –interacción que involucra intercambios comunicativos- y el aprendizaje significativo que estas pudiesen tener y, en consecuencia, con los alcances de objetivos y metas educativas que dichas personas pretenden lograr (Standford y Roark, 1981).

Dada esta relación entre comunicación-aprendizaje significativo-alcance de objetivos y metas educativas, se remarca la necesidad de que en las aulas y, en general, en todo los ámbitos educativos se gestione en favor de desarrollar constantes y oportunos intercambios comunicativos. Intercambios en los cuales se dé especial atención al uso que se hace del lenguaje para comunicar y hacer manifiestas las ideas y representaciones que se poseen acerca del mundo y lo que en él existe. Esta atención es necesaria sean cual sean las formas de expresión del lenguaje utilizado: simbólico, verbal, no verbal, escrito, oral, entre otras posibles (Mercer y Edwards, 1988; Pimm, 1990; Aguilar, Cordero y González, 1993; Mercer, 1997, 2001; Alvarado, 1999; Alcalá, 2002; Díaz, Gutiérrez y Ordóñez, 2009; Lee, 2010; entre otros).

Desde la Didáctica de la Matemática, también, se da un reconocimiento importante de la trascendencia del proceso comunicativo. Se habla de dicho proceso como un elemento de peso que atraviesa, interviene y permea todos los procesos de enseñanza y aprendizaje de los contenidos en esta disciplina (Pimm, 1990; Alcalá,

2002; Forero-Saénez, 2008; Carneiro-Abrahão, 2008; Díaz, 2009; Lee, 2010; Fandiño, 2011; Muños-Catalán y Carrillo-Yáñez, 2012; Ribeiro, Carrillo y Monteiro, 2012; Espeleta, 2014).

Sin embargo, y a pesar de tal reconocimiento, el estudio de la comunicación en el aula de Matemática desde lo investigativo ha sido una cuestión desatendida, no solo como objeto de estudio, sino como una posible respuesta a muchas inquietudes en cuanto al aprendizaje de la disciplina. El atender lo comunicativo como una cuestión de peso durante la mediación pedagógica se ha omitido consciente e inconscientemente (Pimm, 1990; Alcalá, 2002; Lee, 2010, Fandiño, 2011).

Esta omisión se da muy a pesar de que diversos autores reconocen que es una temática que debería de empezar a asumirse con mayor profundidad, seriedad y rigurosidad. Ese asumirse debe darse no solo por la importancia misma de lo comunicativo, sino también, porque la disciplina Matemática se caracteriza por poseer particularidades propias y específicas, sobre todo, las referidas a su ontología, epistemología, teleología, entre otras. En particular, la naturaleza y el lenguaje de la Matemática misma demandan una puesta de atención mayor al proceso de comunicación en el aula de Matemática (Pimm, 1990; Alcalá, 2002; Lee, 2010, Fandiño, 2011).

Existen planteamientos de distintos autores que remarcan la importancia de atender la investigación de lo comunicativo en los procesos de enseñanza y aprendizaje de la Matemática porque ven en ello posibilidades para encontrar herramientas y soluciones. Herramientas que permitan tanto la reflexión acerca de los problemas particulares en la enseñanza y aprendizaje de los contenidos disciplinares como la gestión de soluciones a aquello que provoca el bajo rendimiento académico en la disciplina y el consecuente fracaso escolar; asuntos más que frecuentes en esta asignatura, en todos los niveles educativos (Pimm, 1990; Alcalá, 2002; Reséndiz, 2006; Forero-Saénez, 2008; Carneiro-Abrahão, 2008; Díaz, 2009; Lee, 2010; Fandiño, 2011; Andrade y Saraiva, 2012; Muños-Catalán y

Carrillo-Yáñez, 2012; Ribeiro, Carrillo y Monteiro, 2012; Ángulo y Marín, 2013; Ryve, Nilson y Petterson, 2013; Delgado, 2015).

Para el caso, por ejemplo, entre otra multitud de cuestiones relacionadas con el proceso comunicativo en el aula de Matemática, se ha manifestado que el aula de Matemática debería de concebirse más allá de solo un recinto en el que se encuentran docente y estudiantes, que conviven en el día a día mediante intercambios comunicativos e interacciones de tipo tradicional, tal como aquel donde el docente suele acaparar el uso de la palabra (Lee, 2010).

El aula de Matemática debería de ser concebida como una *comunidad de discurso matemático*<sup>15</sup>, en la cual todos y cada uno de las interacciones e intercambios comunicativos tienen una particular importancia, pues, de ejecutarse de la mejor manera, tales interacciones e intercambios podrían dar lugar a la promoción y, consiguiente, adquisición de dicho discurso; que en consecuencia, brindaría, a su vez, mayores posibilidades y herramientas para aprender y aprehender los contenidos matemáticos (Lee, 2010).

## **5.2 Elementos particulares y específicos de la acción comunicativa en el aula de Matemática**

Usualmente, cuando las personas piensan en Matemática, sus ideas, pensamientos y expresiones verbales relacionadas con lo que ocurre en esta disciplina tienen que ver con ideas conectadas a los números, uso de algoritmos, resolución de situaciones problemáticas con apoyo de fórmulas, definiciones y propiedades (axiomas, teoremas y otros resultados propios de la disciplina), o con cálculos aritméticos, o con procedimientos estilo *recetas matemáticas*, en otras cuestiones. Todas estas ideas son características de una concepción de la disciplina como ya dada y ya acabada: una Matemática algorítmica ya hecha y por repetirse si se desea aprenderla.

---

<sup>15</sup> Según Lee (2010) se puede considerar “discurso matemático” a todo el amplio espectro del lenguaje que se pueda introducir y utilizar en una clase al desarrollar contenidos matemáticos.

Esta concepción de la disciplina como *algo acabado*, cuyos contenidos ya han sido preestablecidos, desarrollados y concluidos, da lugar a formas de enseñanza concebidas, únicamente, mediante la transmisión y repetición mecánica de algoritmos. Algoritmos que deben *repetirse al pie de la letra* si se desea tener éxito en el aprendizaje y dominio de la disciplina. Esta concepción automatizada y robotizada del aprendizaje de los contenidos matemáticos es, usualmente, perjudicial y han dado claras muestras de ser poco útil para un aprendizaje significativo de la Matemática.

Desde la naturaleza misma de la disciplina y de la Didáctica Matemática, claramente, se establece que dichas concepciones automatizadas acerca de la disciplina, así como de la forma en que esta debe enseñarse y aprenderse, son erráticas y nefastas. Tales posturas resultan inapropiadas, improductivas y distan muchísimo de lo que podrían considerarse unos provechosos y saludables procesos de enseñanza y aprendizaje de los contenidos matemáticos. La enseñanza y aprendizaje de la Matemática va más allá de ser, meramente, algorítmico. La enseñanza y aprendizaje de la Matemática busca sobrepasar el hecho de solo repetir cálculos o replicar reglas, mecánicamente, aprendidas. Acerca del aprendizaje de la disciplina se señala que

... salta a la vista de todos los docentes el hecho que un aprendizaje concluso con éxito en matemática es de considerarse una óptima combinación de aprendizajes específicos y diferentes. En matemática, de hecho, no basta haber construido un concepto, sino que es necesario saberlo usar para efectuar cálculos o dar respuestas a ejercicios; combinarlo con otros o con estrategias oportunas para resolver problemas; es necesario saber explicar a sí mismo y a los otros el concepto construido o la estrategia seguida; se requiere un uso sapiente de las transformaciones semióticas que permiten pasar de una representación a otra. (Fandiño, 2010, p.15).

Es decir, aprender Matemática va más allá de lo mecánico, lo algorítmico, de lo *calculero*, va más allá de repetir *recetas aprendidas de memoria*. Desde la postura

de la autora, se infiere que existen distintos tipos de aprendizaje de la disciplina, mientras se da la comprensión y aprehensión de los contenidos matemáticos. De hecho, esta misma autora señala que existen cinco tipos distintos de aprendizaje en Matemática,

El aprendizaje de la matemática comprende como mínimo 5 tipologías de aprendizajes diferentes, aunque no libre de superposiciones: aprendizaje conceptual (noética); aprendizaje algorítmico (calcular, operar, efectuar, solucionar, ...); aprendizaje de estrategias (resolver, conjeturar, deducir, inducir, ...); aprendizaje comunicativo (definir, argumentar, demostrar, validar, enunciar, ...); aprendizaje y gestión de las representaciones semióticas (tratar, convertir, traducir, representar, interpretar, ...). (Fandiño, 2010, p.17).

De tales planteamientos se deduce que conviene repensar la enseñanza y aprendizaje de la Matemática más allá de cualquier noción y enfoque tradicional. Queda al descubierto, más bien, que cualquier concepción de esta materia, así como cualquier concepción acerca de cómo deben desarrollarse los procesos de enseñanza y aprendizaje en ella, debe ser integral. Integral en el sentido de tomar en consideración elementos y cuestiones, tradicionalmente, ignorados u omitidos en los roles convencionales de enseñanza de esta disciplina (Espeleta, 2014). Pues, ello dará lugar a concepciones más completas y pujantes a la hora de pensar en soluciones al bajo rendimiento académico y fracaso escolar en esta asignatura.

Asimismo, a partir de los señalamientos y hallazgos investigativos, y en relación con la tipología de aprendizajes presentada por la autora, resulta pertinente agregar que el *aprendizaje comunicativo* ha sido uno de los cinco aprendizajes planteados más olvidado, omitido o subestimado (Fandiño, 2010). Ello a pesar del incremento en el interés investigativo por atender temáticas relacionadas al proceso comunicativo en el aula de Matemática.

En consonancia con los planteamientos acerca de dar atención a aspectos relacionados con el proceso comunicativo y el uso del lenguaje en las clases de Matemática, y a modo de síntesis, es apropiado retomar como un resultado de alta relevancia el hecho de que el aprendizaje en el aula de Matemática debe ir más allá de propuestas educativas tradicionales y más allá de mediaciones pedagógicas acaparadas, predominantemente, por el docente. Pues, en las clases de esta materia, como ha quedado claro, se aprenden cuestiones más allá de solo reglas, fórmulas, algoritmos y contenidos matemáticos que deban repetirse al mejor estilo de *aplicación de recetas mecánicamente* atendidas.

En las clases de Matemática, entre otras cuestiones, se enseña, y por ende, se podría aprender acerca de formas de pensar, de ver, de vivir, de ser y de estar en el mundo, así como formas de comunicar la Matemática y el discurso asociado a ella (Pimm, 1990; Alcalá, 2002; Lee, 2010). De ahí, entonces, es que surge la importante necesidad de prestar atención a e impulsar todos aquellos elementos y cuestiones de la acción comunicativa en el aula de Matemática que podrían fomentar y promover el desarrollo de clases más efectivas e idóneas para que se gesten apropiados aprendizajes de la disciplina en beneficio del estudiantado (Pimm, 1990; Lee, 2010).

Por ejemplo, podrían repensarse modos tradicionales de enseñanza de la disciplina –como aquel donde el estudiante es un mero receptor obligado a repetir la información brindada por el docente-, y pensarse más el aula de Matemática como una comunidad de discurso matemático (según lo planteado por Lee, 2010), donde se gesten diferentes tipos de aprendizaje, entre ellos, el *aprendizaje comunicativo* (según lo plantea Fandiño, 2011).

En relación, con repensar la enseñanza y aprendizaje de la Matemática más allá de enfoques y estrategias educativas tradicionales, y plantear nuevas formas de asumir dichos procesos, donde lo comunicativo y el uso dado al lenguaje sea algo trascendente e importante, lo primero que debe decirse es que el término *comunicación* es complejo y polisémico. Pues, es un término que se utiliza en una

amplia variedad de contextos y con una muy grande diversidad de sentidos (Aguado, 2004).

Por ejemplo, se denomina *comunicación* a las siguientes cuestiones y fenómenos: un gesto, la descarga sináptica entre dos neuronas, los intercambios no verbales –u orales- entre dos personas no oyentes, el texto impreso en una página, los intercambios de una ameba con su ecosistema, el color llamativo de algunos reptiles e insectos, una campaña política en unas elecciones, el servicio de correo, entre otros posibles (Aguado, 2004).

Dicha complejidad y diversidad de usos, en mucho se debe a que, en efecto, la comunicación puede ser concebida desde muy distintos puntos de vista, según sea la dimensión que de ella se desea resaltar y según sean los enfoques filosóficos, la cosmovisión, las posturas teóricas, las preferencias ideológicas, entre otros elementos, de quienes se ocupen de teorizar acerca de la misma (Aguado, 2004). Como ejemplo de lo anterior, podrían señalarse algunas pocas de las muchas posibles posturas teóricas acerca de dicho concepto:

- La concepción “tradicional” de la comunicación como un proceso de transmisión de pensamientos, ideas y conocimientos entre dos o más personas, que cuenta con los siguientes elementos: emisor, receptor, mensaje, canal, código y realimentación; se concibe como un proceso en el cual el mensaje que se transmite es más importante que la forma en que se transmite.
- El planteamiento de Edwards y Mercer (1988), para quienes la comunicación es una experiencia compartida por medio del discurso, el cual permite que se dé la continuidad de experiencias entre las personas involucradas en dicho compartir; donde las experiencias compartidas devienen en mayor tamaño y de mayor riqueza que las experiencias individuales de cada participante en la experiencia compartida.
- La postura de Watzlawick, Beavin y Jackson (1989) quienes hablan de la comunicación como un sistema interaccional fundamentado en los siguientes cinco axiomas: 1. Es imposible dejar de comunicarse. 2. La comunicación

tienen un aspecto de contenido y un aspecto relacional. 3. La comunicación se compone de un intercambio de secuencias de comunicación. 4. La comunicación humana tiene una comunicación digital y una comunicación analógica. 5. Las interacciones comunicativas pueden ser simétricas y complementarias.

- El planteamiento de Castro, Méndez, Rojas y Zamora (2012), quienes fundamentados en los planteamientos de Standford y Roark (1981) señalan que la comunicación puede ser concebida “como un proceso mediante el cual se transmiten ideas, acciones y conceptos, a través de interacciones que involucran el intercambio de actitudes, sentimientos, creencias, conductas” (p.49).

Ante la presencia de una vasta diversidad, más allá de las cuatro acabadas de enunciar, de formas de entender y asumir la comunicación, como se ha dicho, en primer lugar conviene no solo tener en cuenta esa diversidad, sino que aún y más importante, será tener en cuenta cuál es el enfoque, la ontología y teleología que se asumirá en relación a dicho término. Al tiempo, que tampoco se debe dejar de tener en consideración que estas cuestiones –el enfoque, la ontología y teleología- deben tener armonía con procesos de enseñanza y aprendizaje de la Matemática proclives a fomentar un mayor rendimiento académico en la disciplina y una menor tendencia al fracaso escolar.

En segundo lugar, al pensar en formas más comunicativas para el desarrollo de los procesos de enseñanza y aprendizaje de la Matemática, por ejemplo, sí se piensa en convertir el aula de Matemática en una comunidad de discurso matemático (según Lee, 2010), donde puedan gestarse aprendizajes comunicativos de sus contenidos entre otros aprendizajes posibles (según lo señala Fandiño, 2011), en segundo lugar, se requiere que se reconfiguren todas las concepciones tradicionales acerca de la enseñanza y aprendizaje de esta disciplina, sobre todo, aquellas que asuman estos procesos como una mera transacción mecánica, memorística y algorítmica de conocimientos matemáticos.

En vez de esa mera transacción mecánica, memorística y algorítmica de conocimientos matemáticos, la enseñanza y aprendizaje de los contenidos matemáticos debe pensarse de un modo más comunicativo con especial consciencia del uso que se hace del lenguaje. Dicho repensar, entre otras cuestiones, requerirá que se reflexione, constantemente, acerca de las posibles respuestas a las siguientes interrogantes:

- *¿Qué se quiere y qué se debe comunicar en la clase de Matemática?* Dicha interrogante apela a que se preste atención a la pertinencia de los contenidos matemáticos por desarrollar no solo en función de lo que puedan demandar los programas de estudio del curriculum oficial establecido por el Estado, si no aún y más importante, en función de un apropiado desarrollo de los contenidos matemáticos a partir de las particularidades, características y necesidades del estudiantado.
- *¿Para qué comunicar tal o cual mensaje durante la clase?* En este caso se reclama atender a los propósitos y objetivos de los mensajes emitidos durante la clase. Aún la más mínima atención a este detalle, notablemente, cambiará la dinámica de clases y el devenir de los procesos de enseñanza y aprendizaje.
- *¿A quién se dirigen los intercambios comunicativos y mensajes en la clase?* La respuesta a esta pregunta requiere que se dé una apropiada caracterización del público receptor, de sus estilos y ritmos de aprendizaje, así como las posibilidades con que cuentan para atender y comprender lo comunicado.
- *¿Son suficientes las palabras y los gestos utilizados para que se entiendan los mensajes emitidos?* Acá habrá que valorar la claridad y pertinencia de lo que se pretende comunicar y las formas y los recursos disponibles para acceder al máximo a esa claridad y pertinencia.
- Y finalmente, *¿Cuál(es) podría(n) ser el(los) efecto(s) de comunicarse o emitir ciertos mensajes?*, entre otras cuestiones.

### **5.3 Factores que permiten un mayor y mejor aprovechamiento de los intercambios comunicativos en el aula de Matemática**

Entre los principales factores que permiten un mayor aprovechamiento de los intercambios comunicativos que se gestan durante las lecciones de Matemática están: el uso que se le da al lenguaje, y en particular, al lenguaje matemático (Pimm, 1990; Alcalá, 2002; Lee, 2010) y dos propiedades o características fundamentales de los intercambios comunicativos, el contexto y la continuidad (Mercer, 1997; Castro et al., 2012). La forma en que ambos tipos de lenguaje son utilizados para el desarrollo de los contenidos de la disciplina, así como el contexto y la continuidad propios de los intercambios comunicativos gestados durante las clases son factores determinantes no solo en el proceso comunicativo en el aula de Matemática, sino en el aprendizaje mismo de la disciplina.

Entonces, en primer lugar, debe señalarse que para enseñar Matemática es conveniente propiciar el mejor de los usos, tanto del lenguaje cotidiano como del lenguaje matemático, pues, para aprender los contenidos de esta disciplina se hace menester, ineludiblemente, comprender, comprender, aprender y aprehender el lenguaje matemático en cualquiera de sus formas y representaciones, y ello a su vez, se hace a partir del uso y comprensión que se da y tiene del lenguaje cotidiano (Pimm, 1990; Alcalá, 2002; Valdemoros, 2004; Reséndiz, 2006; Matos y Da Ponte, 2008; Díaz, diciembre 2009; Lee, 2010; Andrade y Saraiva, 2012; Castro et. al., 2012; Ribeiro, Carrillo y Monteiro, 2012; Delgado, 2015; Zamora, 2016).

Es decir, se requiere aprender a operar y trabajar con símbolos, signos, palabras, conceptos, con diferentes representaciones semióticas de los objetos matemáticos –desarrollar la capacidad de pasar de una representación a otra es, particularmente, importante y necesario-, y aprender a operar y trabajar con la sintaxis y las definiciones propias de la disciplina matemática, entre otros elementos del lenguaje del matemático que conviene sean dominados, pues, la posibilidad de acceder y comprender a dicho lenguaje, brinda mayores oportunidades de comprender y aprehender los contenidos de esta disciplina

(Pimm, 1990; Alcalá, 2002; Valdemoros, 2004; Reséndiz, 2006; Matos y Da Ponte, 2008; Díaz, diciembre 2009; Lee, 2010; Andrade y Saraiva, 2012; Castro et. al., 2012; Ribeiro, Carrillo y Monteiro, 2012; Delgado, 2015).

En segundo lugar, se debe tener especial cuidado en que durante los intercambios comunicativos en el aula de Matemática, se tenga presente la importancia de la continuidad de las conversaciones matemáticas gestionadas durante las clases. A partir de los planteamientos de Mercer (1997), Castro et al. (2012) señalan que la *continuidad de las conversaciones matemáticas* tendría que ver con la concatenación de unas con otras, mientras se desarrollan los contenidos en cada clase. Ante todo debe remarcarse el hecho de que dicha concatenación es debida a que el conocimiento matemático suele desarrollarse y re-construirse de manera continua, progresiva y gradual. Por tanto, resulta conveniente que, hasta donde sea posible, los estudiantes tengan acceso a conversaciones matemáticas completas –continuas- sobre cada uno de los objetos matemáticos a los que debería de acceder.

En tercer lugar, deberá atenderse el papel del *contexto en las conversaciones matemáticas*. Nuevamente, y a partir de los planteamientos de Mercer (1997), Castro et al (2012) señalan que el contexto de una conversación va más allá de referirse, únicamente, a aquellos objetos, lugares y circunstancias en los que se presenta una determinada conversación, pues, el contexto incluiría, también, a aquellos elementos que están más allá del habla y que contribuyen a la comprensión de dicha conversación. Por ejemplo, en las conversaciones matemáticas donde se involucre la etiqueta " $x =$ " debería de tenerse presente y aclararse a los estudiantes la gran variedad y múltiples usos de dicha etiqueta, los cuales varían en función del contexto matemático en que sea utilizada.

#### **5.4 Algunas pautas, lineamientos y prácticas concretas acerca de la comunicación que podrían contribuir al mejoramiento de la enseñanza de contenidos matemáticos**

Puede afirmarse que el acto educativo es, desde donde quiera que se le mire, en primer lugar y ante todo, un acto comunicativo, en el cual las relaciones entre docente y estudiantes y estudiantes con estudiantes, claramente, son relaciones entre locutores con otros interlocutores, relaciones de las cuales, a su vez, es posible generar procesos de enseñanza y aprendizaje, según sean las interacciones e intercambios comunicativos que sean gestados (Muños, Andrade y Cisneros, 2011).

Ante dicha posibilidad, resulta evidente que cabe pensar el aula de Matemática como un lugar donde podrían seguirse una serie de pautas y aplicarse algunas prácticas concretas que permitan llevar a cabo apropiados usos del lenguaje –tanto del cotidiano como del lenguaje matemático- y apropiados intercambios comunicativos que devengan en un mejor y mayor aprovechamiento de los procesos de aprendizaje de dicha disciplina (Mercer y Edwards, 1988; Pimm, 1990; Alcalá, 2002; Mercer, 1997; Mercer, 2001; Lee, 2010; Espeleta, Fonseca y Zamora, 2016; Espeleta y Zamora, 2016).

Espeleta, Fonseca y Zamora (2016) han establecido, previamente, algunas pautas y prácticas concretas utilizadas por Lee (2010) en un grupo de estudiantes a su cargo, con el propósito de “convertir” su clase en una *comunidad de discurso matemático*, y además establecidas como parte de su investigación doctoral, que resultaron de utilidad para el desarrollo de contenidos matemáticos, y en consecuencia, propiciaron un mejor rendimiento académico entre los estudiantes a su cargo. Tales pautas fueron las siguientes:

- Hacer del aula de Matemática un lugar donde los estudiantes se sientan en armonía y confianza, sin temor a ser juzgados “de entrada” como tontos o no aptos para el aprendizaje de esta disciplina, es decir, propiciar que el salón de clases se convierta en un ambiente idóneo, confiable y tranquilo para todos aquellos que están en posición de estudiantes.

- El docente siempre debe ocupar la figura de director –a modo de guía- del proceso de enseñanza; pues, será quien decidirá cómo proceder durante las clases y cuáles estrategias y técnicas de enseñanza implementar, según los requerimientos de los estudiantes y de los contenidos a desarrollar.
- El docente, así como el ambiente de clase, deberá brindar a los estudiantes las oportunidades y los espacios acertados, durante el desarrollo de los contenidos, para que se puedan exteriorizar las concepciones e ideas que poseen los estudiantes acerca de distintos conceptos y nociones matemáticas. Estos espacios deberán ser de tal modo que en ellos se puedan discutir con el docente y con sus pares los significados poseídos acerca de distintos objetos matemáticos, así como ideas previas, preconcepciones y hasta juicios a priori y prejuicios en relación con tales objetos.
- También, se deberá propiciar espacios en los cuales se puedan discutir distintas estrategias y formas de resolución a situaciones problemáticas, y a la vez, se familiarice al estudiante con las formas en que suelen pensar los matemáticos para llegar dichas soluciones, y cuando se el caso, para escoger “las mejores soluciones”. Pues, la idea de fondo no es solo aprender contenidos matemáticos sino establecer una *comunidad de aprendices de matemática*, por medio del acceso al discurso matemático.
- El docente será quién inicie el discurso en el aula, al tiempo que, poco a poco, induce y capacita a los estudiantes para que den seguimiento a la continuidad de dichos discursos. Esta capacitación consiste en propiciar, en los estudiantes la adquisición de un vocabulario concreto, así como medios de expresión, frases, sintaxis, simbología y otros elementos propios de la disciplina matemática.
- El aula deberá ser organizada de tal forma que los estudiantes y el docente tengan la posibilidad de verse, escucharse y hablarse, unos con otros sin dificultad alguna y sin tener que levantar la voz. La disposición de los asientos de los estudiantes tendrá, también, el propósito de promover el ambiente de respeto y trabajo en equipo necesario para cumplir con distintos objetivos de aprendizaje.

- Desarrollar trabajos de grupos donde los estudiantes sean conscientes de que conforman equipos, y que por lo tanto, es importante la participación y trabajo de todos los miembros de dicho equipo, además del diálogo y la conversación entre sí, más allá de la mera competencia o inactividad.
- Incluir en los discursos de la clase, hasta dónde sea posible, a todos los estudiantes, que cada cual sienta que es importante como miembro de dicha comunidad, que quede claro que *nadie sobra y que nadie falta*. Que con ello, los estudiantes puedan ser conscientes de que existe la oportunidad de evacuar dudas y de plantear preguntas acerca de los contenidos desarrollados, y que nada negativo ocurre si dan respuestas equivocadas, pues, estas más bien dejan entrever cuál es la comprensión que se tiene acerca de lo que el docente enseña, así como lo que, realmente, necesitan saber.
- Crear un ambiente de lenguaje matemático, donde se invite siempre a los estudiantes a pensar ¿cómo expresar tal o cual idea para que sea más clara? Y con ello, paulatinamente, acceder a la exactitud de los términos que, usualmente, conforman el lenguaje matemático.
- Crear conexiones entre diferentes contenidos de distintas ramas de la Matemática, con el propósito de valorar las distintas representaciones semióticas de los objetos matemáticos, así como los distintos significados de palabras y conceptos en distintos contextos de la disciplina.

Antes del cierre de este corto acápite, resulta necesario recordar que, estas son algunas pocas de las muchas pautas y prácticas básicas y concretas, existentes, que permitirían entre otras cuestiones, convertir las aulas de Matemática en *comunidades de discurso matemático*, donde se gesten *aprendizajes comunicativos* (entre otros posibles).

Básicamente, se ha tenido la pretensión de articular algunas ideas en torno a la comunicación en el aula de Matemática, a partir de hallazgos y conocimientos sistematizados desde la investigación educativa relacionada con la temática. A pesar de la brevedad del apartado, queda manifiesto no solo la trascendencia de los intercambios comunicativos gestados durante la mediación pedagógica, sino

también, la necesidad de replantearse las formas en que suelen enseñarse los contenidos matemáticos. Parece claro que, haría falta la puesta en práctica de enfoques de enseñanza más comunicativos, donde se privilegie un uso apropiado del lenguaje (del lenguaje matemático en particular) y de los intercambios comunicativos.

Pero, para llevar a cabo replanteamientos de los enfoques de enseñanza de la disciplina matemática, claro está, que habrá que revisar todos aquellos elementos alrededor de la enseñanza, en particular, habrá que buscar nuevas respuesta a las siguientes tres interrogantes: *¿Qué enseñar? ¿Cómo enseñar? ¿Para qué enseñar?* Pues, según Salas, Rapalo y Gil (2011) cualquier planteamiento de nuevas concepciones y enfoques educativos demanda que se gestionen distintos elementos de tipo ontológicos, epistemológicos-teóricos y éticos-axiológicos relacionados con los procesos de enseñanza y aprendizaje.

## **El papel del lenguaje en la enseñanza y aprendizaje de la Matemática: consideraciones importantes a la luz de la investigación educativa**

### **5.5 Importancia del lenguaje en los procesos de enseñanza y aprendizaje de la Matemática**

A estas alturas del presente trabajo, parece un poco más claro y apropiado señalar que el proceso educativo y su consiguiente éxito, en buena medida, depende de los procesos comunicativos utilizados para desarrollar la enseñanza y aprendizaje; procesos en los cuales el lenguaje ocupa un lugar de bastante relevancia (Mercer y Edwards, 1988; Gutiérrez, 1993; Mercer, 1997; Alvarado, 1999; Lomas, 1999; Mercer, 2001; Aguado, 2004).

Resulta, también, fácil reconocer el papel desempeñado por la comunicación y el lenguaje –en especial, la buena comunicación y un apropiado uso del lenguaje– para lograr un mayor aprovechamiento de los procesos de enseñanza y aprendizaje de la Matemática (Carneiro- Abrahão, 2008; Forero-Saénz, 2008; Díaz, diciembre 2009; Lee, 2010; Muñoz, Andrade y Cisneros, 2011; Castro,

Méndez, Rojas y Zamora, 2012; Muñoz-Catalán y Carrillo-Yáñez, 2012; Ribeiro, Carrillo y Monteiro, 2012; Ángulo y Marín, 2013; Ryve, Nilsson y Petterson, 2013; Delgado, 2015; Espeleta, Fonseca y Zamora, 2016, Espeleta y Zamora, 2016; entre otros).

Ambas situaciones, como ya se ha dicho, se explican a partir de la existencia de una relación íntima, profunda e intrínseca entre los pensamientos, las palabras y las acciones de las personas; al punto en que entre estos tres elementos existen interacciones y modos de afectación entre sí que aún siguen bajo estudio (Piaget, Mays y Beth, 1959; Standford y Roark, 1981; Bruner, 1984; Watzlawick, Beavin y Jackson 1989; Vygotsky, 1995; Luria, Leontiev y Vygotsky, 2011).

En particular, se ha señalado que el lenguaje, entre todas las herramientas poseídas por el ser humano, constituye la herramienta sociocultural por excelencia, dado que, el lenguaje permite la construcción de las representaciones poseídas acerca de la realidad y de todo lo que hay en el mundo, al tiempo que, permite, también, la comunicación de dichas representaciones a los otros circundantes así como el acceso a las representaciones de los otros (Bruner, 1984; Vygotsky, 1995).

De ahí, la necesidad de utilizar el lenguaje (en sus distintos tipos) y diferentes formas de intercambios comunicativos para propiciar procesos de enseñanza y aprendizaje más significativos (Mercer y Edwards, 1988; Mercer, 1997; Mercer, 2001). Por ejemplo, se dice que debe prestarse mucha atención al papel del lenguaje y a todas sus funciones en todos los ámbitos y todas las actividades humanas, pues, desde las concepciones más tradicionales del lenguaje no se ha reconocido a plenitud, la que bien podría ser la función más importante de este: ser instrumento para *pensar colectivamente* o *interpensar* (Mercer, 2001).

El lenguaje tiene funciones, poderes, alcances y posibilidades que, aunque, muchas veces han sido ignoradas o subestimadas, no dejan de ser trascendentales y no dejan de afectar las formas de ser y estar de las personas, tanto en su individualidad como en su colectividad. Para el caso específico de los

procesos de enseñanza y aprendizaje, por ejemplo, entre otras cuestiones posibles, se dice que

Mediante el lenguaje no solo podemos compartir o intercambiar información: también podemos trabajar conjuntamente en ella. No solo podemos influir en las acciones de otros, sino también alterar sus comprensiones. Hablando con un enseñante podemos aprender; al oír una buena argumentación podemos “cambiar de parecer”... Mediante el examen cuidadoso de la función intelectual del lenguaje en la vida cotidiana, no sólo podremos llegar a una mejor comprensión de su empleo como instrumento para el pensamiento colectivo: también podremos llegar emplearlo con más eficacia (Mercer, 2001, p.11-12).

Este autor señala que él y otros colegas, a partir de investigaciones realizadas en Europa e Iberoamérica, han encontrado que ciertas maneras de organizar y conducir el diálogo se pueden asociar de manera confiable con la eficacia en la resolución de problemas en grupo; pues, mediante el diálogo parecen dadas las condiciones y acciones necesarias para que las personas involucradas puedan reconocer, emplear y apreciar estrategias eficaces de manera conjunta y por separado.

Por eso, señala este autor, es que debe realizarse un exhaustivo examen de todas las funciones que tiene el lenguaje, tanto en la vida cotidiana como en las cuestiones académicas, y en general en todo ámbito. En especial debe prestarse atención a la función intelectual del lenguaje, pues

Mediante el examen cuidadoso de la función intelectual del lenguaje en la vida cotidiana, no sólo podremos llegar a una mejor comprensión de su empleo como instrumento para el pensamiento colectivo: también podremos llegar a emplearlo con más eficacia. (Mercer, 2001, p. 12)

Para el caso concreto de la enseñanza y aprendizaje de la Matemática, diversos autores concuerdan con los planteamientos anteriores, al señalar la importancia no solo del lenguaje cotidiano, sino del lenguaje matemático mismo, tanto para el

desarrollo de la disciplina misma como para acceder al conocimiento establecido en ella (Pimm 1990; Alcalá, 2002; Valdemoros, 2004; Reséndiz, 2009; Matos y Da Ponte, 2008; Díaz, Gutiérrez y Ordóñez, 2009; Lee, 2010; Fandiño, 2011; Andrade y Saraiva, 2012; Castro et al., 2012; Dallemole, Oliveira y Moreno, 2014; Zamora, 2014; Delgado, 2015).

El lenguaje cotidiano, y el lenguaje matemático en específico, se convierten así en herramientas privilegiadas de comunicación, enseñanza y aprendizaje. Al respecto, se señala que

En suma, cuando hacemos matemáticas trabajamos con mediadores simbólicos escritos (números y otros signos), utilizamos una jerga especial (palabras, expresiones típicas) y una forma de hacer: primero conjeturas, a continuación buscamos estrategias de resolución (que llevamos a cabo utilizando un simbolismo específico), después verificamos, etc. Esa diversidad de signos y códigos operacionales que utilizamos al razonar para resolver una situación... forman una compleja red de significados: conforman un lenguaje. Y son las herramientas que, creadas por generaciones pasadas a lo largo de la historia y recreadas por nosotros en nuestro proceso de aprendizaje, utilizamos para razonar, idear, etc. para, en definitiva, el interrogante planteado. (Alcalá, 2002, p. 18).

Es decir, el lenguaje en la enseñanza y aprendizaje de la Matemática se convierte en un elemento de particular atención e interés, pues, es el medio que permite acceder a la gran variedad de objetos matemáticos y a la gran variedad de modos de ser y hacer de la disciplina. De ahí que, resulte conveniente, durante todo proceso de enseñanza alrededor de esta materia, que se prioricen aquellos aspectos y tareas que favorezcan los procesos de significación y simbolización y el manejo adecuado de signos y símbolos (Alcalá, 2002), así como todos aquellos aspectos que favorezcan un aprendizaje comunicativo de la disciplina (Fandiño, 2011), y en particular, que se favorezcan y promuevan ambientes de clases que conviertan el aula de Matemática en comunidades de discurso matemático (Lee, 2010).

En relación con el aprendizaje comunicativo de la Matemática, se ha señalado que es un aspecto del aprendizaje matemático que ha sido olvidado muchas veces y hasta omitido, aunque, a partir del año 2000 han aumentado las investigaciones acerca del proceso comunicativo en el aula de Matemática (Fandiño, 2011). También, se ha señalado que el valor del *aprendizaje comunicativo* de la Matemática radica, sobre todo, porque con él se hace evidente –y más importante aún, posible- la capacidad de expresar ideas matemáticas, además de poder justificarlas, validarlas o refutarlas al presentar argumentos a su favor o en su contra, plantear demostraciones, entre otras cuestiones (Fandiño, 2011).

Asimismo, mediante el *aprendizaje comunicativo* de la disciplina se hace posible la utilización de signos, símbolos, representaciones gráficas, dibujos, esquemas, e incluso, los gestos y todo el lenguaje corporal disponible, y en general, la utilización de todos los tipos y formas de representaciones semióticas. Se hace posible dicha utilización para lograr el propósito de comunicarse en la disciplina y acerca de la disciplina (Fandiño, 2011).

Es importante volver a acotar que los planteamientos en relación con el *aprendizaje comunicativo* de la Matemática coinciden en mucho con los planteamientos relacionados con el hecho de convertir el aula de Matemática en una comunidad de *discurso matemático* propuestos por Lee (2010), y que en ambos casos, el lenguaje matemático juega un papel fundamental, pues, es la herramienta que facilita el intercambio de concepciones, ideas y representaciones acerca de los objetos matemáticos entre todos los involucrados durante los procesos de enseñanza y aprendizaje.

En el caso de Lee (2010), el aprendizaje de la disciplina en mucho tiene que ver con la comprensión y adquisición, así como el posterior dominio de lo que ella denomina el *discurso matemático*, discurso constituido, fuerte y ampliamente, por el lenguaje matemático y su estilo convencional. Pues, se plantea que el discurso matemático es toda la gama del lenguaje que se pueda introducir y utilizar en una clase de Matemática al desarrollar contenidos propios de la disciplina (Castro *et al.*, 2012).

Como ya se ha dicho, como parte de su tesis doctoral, la autora desarrolló una investigación con un grupo de estudiantes de secundaria a su cargo, con edades entre los 13 y 15 años, la cual tenía como propósito principal fomentar las habilidades de estos para comprender, acceder y utilizar el lenguaje matemático como una herramienta para el aprendizaje eficaz de los contenidos de la disciplina, así como para una evaluación más formativa del proceso de aprendizaje de sus estudiantes. En su trabajo de investigación, claramente, buscó transformar las clases tradicionales de Matemática (en las cuales, el profesor siempre acapara el dominio del discurso) por clases más inclusivas y participativas para todos los involucrados.

Pues, la tesis principal de la autora planteaba que al promover clases donde se aumentaban las posibilidades de participación de los estudiantes en estas, se aumentaba la posibilidad de que estos pudieran acceder, comprender y utilizar no solo el lenguaje matemático, sino los contenidos matemáticos mismos. Es decir, al aumentar el discurso de los estudiantes en la clase se aumenta el potencial de estos para aprender la disciplina, y también, se aumenta la posibilidad de los docentes de colaborar para que ello sea posible. Ya que, al hablar, y en fin, tener una mayor participación en las clases le permite al estudiantado que el significado de las palabras y de los conceptos puede ser debatido y ampliado, y de esa forma, se puedan tomar decisiones y hacer las modificaciones requeridas para avanzar en el proceso de enseñanza y aprendizaje de los contenidos matemáticos.

## **5.6 Naturaleza y particularidades del lenguaje matemático**

Hablar de qué se concibe como lenguaje no es fácil, pues, este al igual que la comunicación es un término complejo y polisémico, que será definido de maneras distintas según sea el encuadre filosófico, la ontología, la epistemología y la teleología de quienes se den a la tarea de dar una definición a dicho término. De manera básica, y con el propósito de ser breves, dado que se tiene una noción, al menos, práctica de lo que podría significar la palabra lenguaje, en el presente trabajo se entenderá por lenguaje la primera noción de este término brindada por

la Real Academia Española (RAE), que señala que lenguaje es aquella “Facultad del ser humano de expresarse y comunicarse con los demás a través del sonido articulado o de otros sistemas de signos (RAE, 2018).

De igual modo, se entenderá que el *lenguaje matemático* es esa forma concreta de utilizar símbolos, con un vocabulario especializado, preciso, con sintaxis propia, formal e impersonal, así como a las determinadas formas de razonar que acompañan y complementan a dicho sistema notacional (Pimm, 1990) que, además, posee varias características que le son propias debido a la naturaleza misma del conocimiento matemático.

Algunas de características del lenguaje matemático son las siguientes:

- Debido a la naturaleza abstracta de la disciplina misma y de los objetos matemáticos que la conforman, el proceso de comunicación para hablar acerca de tales objetos demanda el uso de símbolos y signos que complementen la emisión de los mensajes dados de manera oral (Díaz et al., 2009).
- En dicho lenguaje se hace un uso generalizado de términos técnicos y términos con significado propio dentro del quehacer matemático, y en ocasiones, términos con distinto significado según sea el área de la Matemática en que se utilice, es decir, términos cuyos significados variarán de acuerdo al contexto matemático en que son utilizados, piénsese por ejemplo, en el término *mediana* (Pimm, 1990).
- Cuenta con palabras, términos o conceptos cargados de una importante profundidad de significación; esto es, en Matemática un solo concepto pueda hacer referencia o remitir a varias cualidades, características y funciones (Pimm, 1990). Piénsese en el caso, por ejemplo, de la palabra-concepto denominada *paralelogramo* o el constructo *desviación estándar*.
- Tiene una importante relación con el lenguaje escrito, ya que, el razonamiento matemático depende tanto de abreviaturas como de símbolos para poder ser comunicado (Pimm, 1990).

- En muchas ocasiones, como ya se ha dicho, los términos y símbolos del lenguaje matemático varían su significado de acuerdo al contexto en que son utilizados (Pimm, 1990).
- Busca la economía en el uso de las palabras para expresar las ideas matemáticas así como la no redundancia en el uso de los términos (Lee, 2010).
- Tiene preferencia por utilizar palabras sencillas, específicas, concretas y compactas (Lee, 2010).
- Cuando se utiliza el lenguaje matemático se debe dar la sensación de inamovilidad, inhumanidad (o impersonalidad) o independencia del contexto histórico-social en que se desenvuelvan las personas que lo utilizan (Lee, 2010).
- Hace uso de un estilo convencional que suele ser atemporal, conciso e impersonal, con uso frecuente de la voz pasiva al conjugar los verbos y la no utilización de pronombres personales (Lee, 2010).
- Al ser utilizados demanda el uso del rigor y la formalidad matemática como señal de uso apropiado del mismo (Pimm, 1990).

En relación a esta última característica, es importante señalar que existen planteamientos en los cuales se afirma que se puede y debe promover la adquisición del lenguaje matemático, sin caer en los abusos y tropiezos generados por un apego excesivo a la rigurosidad y formalidad de la Matemática; por ejemplo, el trabajo de Mena (2006) establece planteamientos de ese tipo.

### **5.7 Criterios y pautas a considerar al utilizar el lenguaje matemático como herramienta para favorecer el aprendizaje de los contenidos disciplinares**

Resulta, como ha tratado de hacerse ver desde el inicio de este trabajo, necesario atender el uso del lenguaje (tanto matemático como cotidiano) como un factor relevante al desarrollar los procesos comunicativos en el aula, ya que, comunicación y uso del lenguaje son dos cuestiones, intrínsecamente, relacionadas entre sí, y que tienen amplias y profundas repercusiones en la comprensión y aprendizaje de los contenidos matemáticos, según sea la forma en

que sean gestionados (Huang y Normandia, 2007; Matos y Da Ponte, 2008; Delgado, 2015).

Así, por ejemplo, existen estudios en los cuales se recomienda una mayor utilización del lenguaje verbal en combinación con otras formas de lenguaje durante las clases de Matemática, pues, ello da posibilidades, tanto a los docentes como a los estudiantes de que puedan tener oportunidad de aclarar, refutar o reformular tanto sus explicaciones como las de sus compañeros (Díaz, diciembre 2009; Lee, 2010; Delgado, 2015); en particular, se señala que acompañar el lenguaje escrito, por ejemplo, con el uso del lenguaje verbal permite mejorar las comprensiones matemática y lingüística, en comparación a si solo se utilizara uno solo de esos tipos de lenguaje (Díaz, diciembre 2009; Lee, 2010; Delgado, 2015).

De igual modo, como ya se ha dicho, a nivel de enseñanza de la Matemática en secundaria se reporta que el establecimiento de reglas sociales y límites en el uso del tiempo para trabajar en grupos pequeños de estudiantes, así como el contacto cara a cara entre diferentes estudiantes, el uso de términos propios del lenguaje matemático y de recursos didácticos que los representen gráficamente (utilizados como mediadores visuales) modifican los intercambios comunicativos gestados y favorece el establecimiento de comunicaciones efectivas dentro de los grupos de trabajo, así como, la adquisición del discurso matemático, y del lenguaje matemático, en particular (Ryve, Nilsson y Petterson, 2013).

También, se ha señalado que existen trabajos que hacen manifiesto que entre más representaciones semióticas puedan utilizar los estudiantes durante el aprendizaje de contenidos matemáticos, existirán más posibilidades de que estos puedan comprenderlos, incluso pueden pensarse en aquellos contenidos más elaborados y de mayor dificultad, como en el caso del tema de funciones matemáticas (Matos y Da Ponte, 2008; Díaz, diciembre, 2009; Fandiño, 2011; Andrade y Saraiva, 2012).

Esta situación en particular, como ya se ha explicado previamente, tiene mucho sentido, pues, es fácil de intuir. Dado que cada representación semiótica de

cualquier objeto matemático revela una o más características particulares de dicho objeto, es válido y consecuente concluir que entre más representaciones semióticas se poseen de un objeto matemático, se podrán comprender más características del mismo (Valdemoros, 2004; Matos y Da Ponte, 2008; Díaz, 2009; Andrade y Saraiva, 2012; Delgado, 2015, entre otros, son ejemplos concretos de estudios que ratifican tales consideraciones).

Asimismo, se señala que el lugar de lo comunicativo y del uso apropiado del lenguaje, debe ser prioritario si se quiere hablar de buena docencia. Al respecto, Muñoz-Catalán y Carrillo-Yáñez (2012) reportan que una buena docencia en Matemática, por ejemplo, a nivel de estudios universitarios se caracteriza por la puesta en práctica, de manera continua y consistente, de los siguientes elementos:

- Gestión oportuna del proceso comunicativo del docente hacia los estudiantes y de los estudiantes entre sí. Este elemento, en particular, entre otras cuestiones, promueve la conexión entre los diferentes contenidos matemáticos y la reflexión acerca de formas y situaciones que puedan llevar al establecimiento de dichas conexiones, y en consecuencia, a mejorar la comprensión de los contenidos.
- La constante y continua formulación de preguntas de información y reflexión acerca de los contenidos desarrollados, dado que favorecen un mejor proceso de construcción del conocimiento matemático.
- Organización de los contenidos del currículum con apoyo de la metodología de resolución de problemas como factor detonante y medio útil para la construcción de los conocimientos, pues, requiere de los estudiantes una mayor consciencia acerca de sus responsabilidades y de la necesidad de establecer sanas discusiones en la clase.

Así también, como formas de acceder al lenguaje matemático, existen recomendaciones para favorecer los procesos de comprensión lectora de los problemas matemáticos. Por ejemplo, entre estudiantes de primaria se dice que

dichos procesos tienden a la mejoría, siempre que dentro de las clases se promuevan y desarrollen medidas que les permitan a los estudiantes tener actitudes más positivas y conductas más activas ante la lectura, así como que se respeten la naturaleza y características de los estudiantes (Balaguer y Vidal, 2014).

Ejemplo de dichas medidas serían: 1. Permitir y promover el uso de marcadores de colores para subrayar –resaltar- los textos o hacer anotaciones extras en ellos, ya que, esto da soporte a la autorregulación de la comprensión de los estudiantes; y 2. Promover la relectura espontánea de los problemas matemáticos, tanto de forma individual como en grupos, pues, al parecer esta medida permite asegurar la comprensión de lo que se plantea en el problema, lo cual es una condición inicial para su resolución (Balaguer y Vidal, 2014).

Otra forma de acceder a la comprensión y el dominio del lenguaje matemático tiene que ver con la comprensión y adquisición de las definiciones que acompañan a los objetos matemáticos (Zamora, 2016). El National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) de los Estados Unidos, advierte que la comprensión de conceptos matemáticos es requisito esencial para gestionar lo que dicho Concejo denomina como *elaboración de la fluidez procedimental a partir de la comprensión*, la cual corresponde a una de las ocho características propias de lo que este ente considera como una enseñanza eficaz de las Matemáticas.

En relación con lo que se considera enseñanza eficaz de la Matemática se tiene que

Una enseñanza de las matemáticas efectiva logra la fluidez en los procedimientos basados en la comprensión conceptual, de manera que los estudiantes, con el tiempo, se vuelvan hábiles en el empleo flexible de procedimientos, a medida que resuelven problemas contextuales y matemáticos.” (NCTM, 2015, p.43).

En relación con lo anterior, se señala que resulta claro observar que para que se dé esa comprensión conceptual deben de gestionarse los conceptos de los

objetos matemáticos a partir de las definiciones asignadas a estos; de ahí, que en el aula de Matemática deban promoverse una socialización y cultura donde se considere que según sean las definiciones que se tengan acerca de los objetos matemáticos, así serán las actuaciones gestadas con dichos objetos (Zamora, 2016). Dado que las definiciones sirven, entre otras cuestiones, para que los estudiantes encuentren claridad y precisión al aprender términos (Hernández, 2009).

Otras formas de promover el conocimiento, la comprensión y adquisición del lenguaje matemático, y por tanto, de los contenidos matemáticos, estrechamente, están relacionadas con los intercambios comunicativos gestionados durante la mediación pedagógica del docente (Pimm, 1990; Alcalá, 2002; Lee, 2010; Fandiño, 2011). Al respecto, Lee (2010) brinda una serie de recomendaciones que ella misma implementó con sus estudiantes como parte de su investigación doctoral, y posteriormente, con profesores en servicio en su país (Inglaterra) durante un proceso de capacitación a docentes de secundaria.

Algunas de esas recomendaciones para promover el conocimiento, la comprensión y adquisición del lenguaje matemático, y por tanto, de los contenidos matemáticos, hechas a los docentes son las siguientes:

- Organizar la clase de forma que los estudiantes puedan hablar, verse, oírse con facilidad.
- Invitar a los estudiantes a expresar la comprensión que se tiene acerca de un concepto matemático, para hacerlos conscientes de sus conocimientos y con ello poder desarrollarlo y reorganizarlo.
- Dar espacio para que los estudiantes puedan expresar sus propias ideas acerca de los contenidos, con el propósito de que puedan ser escuchadas, reflexionadas, debatidas y dialogadas.
- Crear un contexto de lenguaje matemático, para que los estudiantes puedan ser inducidos a pensar acerca del ¿cómo se podría expresar una idea para que sea más clara?

- Permitir que los estudiantes puedan corregirse entre sí, incluso su redacción matemática.
- Solicitar a los estudiantes inventar nombres a los conceptos matemáticos, con el propósito de que puedan acercarse a los “nombres verdaderos” de tales conceptos.
- Crear conexiones entre los diferentes contenidos de distintas áreas del conocimiento matemático.

Por otra parte, algunas pocas cuestiones, entre otras tantas posibles, que deberían de restringirse para evitar confusiones y obstáculos al utilizar el lenguaje matemático serían:

- El uso de palabras indeterminadas o nombres inapropiados o incorrectos para referirse a objetos matemáticos determinados y específicos; dado que ello entorpece la comprensión de tales objetos y da espacio a errores conceptuales (Pimm, 1990; Lee, 2010).
- La sobre-utilización de analogías o metáforas para la explicación de contenidos matemáticos, pues, estas solo transmiten ideas limitadas de los mismos y contribuyen así a una comprensión reducida de tales contenidos, o a comparaciones inapropiadas de objetos matemáticos con elementos o eventos que poco o nada tienen que ver con la Matemática (Pimm, 1990; Díaz et al., 2009).

Por ejemplo, Díaz, Gutiérrez y Ordóñez (2009) reportan que el uso de la siguiente metáfora: *Recuerden que el dominio se determina de izquierda a derecha y el ámbito se busca de arriba a abajo*, dicha por un profesor que fue observado al momento de su investigación, promueve ideas equivocadas o incompletas, tal como: que el dominio y el ámbito de una función matemática se puede enunciar en un solo intervalo y que se cumple para todo tipo de funciones (pues, no se aclara si la función es continua o no).

- Uso reducido de los símbolos al hacerlos corresponder, casi de manera biunívoca, con ciertos objetos matemáticos; esto en particular, da paso a que

se confundan tales símbolos con el objeto matemático mismo; situación que da espacios a errores conceptuales y de comprensión (Pimm, 1990; Lee, 2010).

Finalmente, resulta importante aclarar que propiciar la comprensión y adquisición del lenguaje matemático, durante los procesos de enseñanza y aprendizaje de esta disciplina, en ningún modo significa que deba bajarse el nivel de dificultad a los contenidos matemáticos a desarrollar ni a la forma de desarrollarlos. Por el contrario, existen estudios que recomiendan que durante las clases se puedan programar y realizar actividades que involucren tareas exploración e investigación que signifiquen retos al estudiantes y planteen desafíos, sin que estos se lleguen a sentirse abrumados, y mediante las cuales se promueva, entre otras cuestiones, que el estudiante se responsabilice por su aprendizaje al enfrentarse con formas de re-construir el conocimiento distintas a las tradicionales (en las cuales el papel del docente es protagónico y el estudiante es sometido a la repetición mecánica y rutinaria de contenidos) (ejemplos de esos estudios son el trabajo de Matos y Da Ponte, 2008 y el trabajo de Ribeiro, Carrillo y Monteiro, 2012).

Se reitera que, un estudio con diez estudiantes de la Licenciatura en Matemáticas de la Universidad Luterana del Brasil (en el Estado de Canoas) advierte acerca del hecho de que ni siquiera los futuros docentes de secundaria de esta disciplina escapan de mostrar dificultad en el paso de una representación semiótica de un objeto matemático a otra representación, al tiempo que recalca que tales dificultades pueden ser superadas si se atienden de manera focalizada mediante programas de formación y capacitación (Dalle mole, Oliveira y Moreno; 2014).

La anterior situación, así como el tradicional y generalizado bajo rendimiento académico en Matemática, indistintamente, del nivel educativo en el que se esté, deberían llevar a la reflexión acerca de la necesidad de fomentar procesos de enseñanza y aprendizaje de la Matemática más integrales, en los cuales, entre otras cuestiones, se promuevan aprendizajes comunicativos más profundos y que favorezcan, predominantemente, la utilización del lenguaje (tanto matemático como no matemático, verbal y no verbal, oral o escrito, y otras tantas formas

posibles) como una herramienta de peso para la enseñanza y aprendizaje de los contenidos de esta materia.

Finalmente, solo resta decir, que resulta ineludible el admitir que el peso de la comunicación y el uso del lenguaje en el aula de la Matemática es de trascendental importancia. Debe considerarse, a la luz de lo expuesto en este trabajo, que una apropiada gestión de clase no es algo que deba verse como una cuestión muy lejana, inaccesible o inalcanzable. Por el contrario, como ya se ha dicho, son las pequeñas acciones, e incluso, las mínimas actitudes dentro del salón de clases las que han mostrado brindar la posibilidad de marcar una diferencia al enseñar y aprender esta disciplina.

# **VI. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES**

6.1 Conclusiones.

6.2 Recomendaciones.

## **6. Conclusiones y recomendaciones**

### **6.1 Conclusiones**

El presente trabajo ha pretendido, en términos generales, realizar una búsqueda, revisión, y consecuente, análisis de diferentes documentos de índole académico y científico, relacionados con las temáticas de la comunicación y el uso del lenguaje durante los procesos de enseñanza y aprendizaje de la Matemática, bajo una propuesta de investigación de tipo básico, con un diseño de investigación bibliográfico o documental.

Dicha pretensión ha buscado cumplir con el doble propósito de articular ideas y sistematizar hallazgos provenientes de los planteamientos, acerca de tales temas, hechos por diversos autores y especialistas en Didáctica de la Matemática y de otras áreas del saber, afines a la Educación Matemática. Ello, a su vez, para determinar semejanzas y diferencias en cuanto a la forma de estudiar los temas en cuestión y, además, poder identificar y establecer cuáles sean los principales aportes y consideraciones que al respecto podrían ser tomados en cuenta por los docentes en la labor con sus estudiantes.

Pues, esto último permitiría, también, la generación de insumos, documentos y otros posibles materiales de referencia y consulta, dirigidos a educadores de esta disciplina, tanto para su formación inicial como para su formación continua. Recursos y materiales que permitan incrementar el conocimiento acerca de la comunicación, el lenguaje y las implicaciones de ambos temas en la Educación Matemática.

Los hallazgos investigativos, en primer lugar, parecen indicar que a pesar de la relevancia del proceso de comunicación en el aula de Matemática y el importante papel del lenguaje en la enseñanza y aprendizaje de la disciplina, ambas temáticas han sido, seriamente, desatendidas; no solo a la hora de realizar investigación acerca de las mismas, sino aún más grave, en la formación de docentes y en el posterior ejercicio de la profesión.

En segundo lugar, y en relación con lo anterior, se detecta que no es posible establecer diferencias sustanciales acerca de la forma de investigar y teorizar las temáticas de la comunicación y el uso del lenguaje durante los procesos de enseñanza y aprendizaje de la Matemática. Es decir, no se detectan escuelas o corrientes de pensamiento, marcadamente, distintas en relación a dichas temáticas. En ese sentido la investigación queda abierta a nuevas revisiones y consecuentes hallazgos.

Si bien es cierto que algunos abordajes de dichas temáticas parecen más formales que otros –con una formalidad cercana a la rigurosidad matemática-, los planteamientos teóricos, en general, vienen a coincidir en la necesidad de que se dé mayor atención y focalización a tales temas; asimismo, vienen a coincidir en los presupuestos principales: la comunicación como un factor de peso en la enseñanza y aprendizaje de la disciplina matemática, y el uso del lenguaje como una herramienta trascendental para gestionar apropiados procesos de comunicación.

Una tercera conclusión a enunciar es la que tiene que ver con el trabajo importante que se hace, tanto en México como en Colombia, a nivel de investigación de las temáticas en cuestión; en ambos países parece que se han empezado a atender líneas de investigación relacionadas con la comunicación en Educación Matemática; líneas que desde hace mucho tiempo han debido atenderse; y se dice que han debido atenderse, pues, ante todo debe tenerse presente que la Educación Matemática avanzará hacia horizontes más prometedores, siempre que se haga investigación para mejorar cuestiones pertenecientes a ella. Al respecto, se señala que

El valor particular de la investigación científica en la educación es tal que capacitará a los educadores para desarrollar la clase de conocimientos sólida que caracteriza a otras profesiones y disciplinas, y que le asegurará a la educación una madurez y sentido de progreso del que carece en el presente (Cohen y Manion, 2002, p. 74).

En relación con lo anterior, finalmente, solo queda por recordar que la investigación en los contextos educativos más que importante y sustancial, debe ser ente rector de todo lo que ocurra en dichos contextos.

## **6.2 Recomendaciones**

En cuanto a las recomendaciones solo se señalará la necesidad de que aspectos como los reseñados en el presente trabajo puedan ser de amplio conocimiento y dominio, así como de asunción prioritaria, tanto por docentes de Matemática en formación como por docentes que están en el ejercicio de su profesión. Para lograr tales situaciones se recomienda la apertura de espacios de capacitación específica y focalizada en estas temáticas, así como la divulgación de estos aspectos, por medio de publicaciones en revistas y libros de textos. Pues, la experiencia en actividades de divulgación científica, al difundir algunas de las cuestiones planteadas en el presente documento, remarca la necesidad y disposición de los docentes por formarse en dichas temáticas.

# **VII. ASPECTOS VARIOS**

## 7. Aspectos varios

- 7.1 Desarrollo y ejecución del Proyecto
- 7.2 Divulgación y difusión.
- 7.3 Vinculaciones.
- 7.4 Trabajos de graduación y participación estudiantil.
- 7.5 Informe financiero.
- 7.6 Aspectos éticos.

## 7. Aspectos varios

### 7.1 Desarrollo y ejecución del Proyecto

En la *Tabla 5* se detallan los objetivos, metas e indicadores propuestos como guías al presente proyecto, así como las actividades realizadas, el avance en las mismas, las dificultades al desarrollarlas y las actividades pendientes, todo en relación con el avance de lo propuesto en tales objetivos.

**TABLA 5**

**ELEMENTOS A CONSIDERAR EN CUANTO AL NIVEL DE DESARROLLO DEL PROYECTO**

Objetivos específicos (OE), indicadores y metas	Actividades desarrolladas	Avance de las actividades (R, A, SC)*	Dificultades y formas de resolverlas	Actividades pendientes
<p><b>OE1:</b> Identificar escuelas de pensamiento y tendencias o corrientes educativas relacionadas con la comunicación y el lenguaje y las implicaciones de ambos [temas] en Educación Matemática.</p> <p><b>Metas OE1:</b> Clasificación de escuelas y tendencias, resultado de revisión bibliográfica. Conceptualización de comunicación y lenguaje, a partir de escuelas de pensamiento y tendencias educativas identificadas.</p> <p><b>Indicadores OE1:</b> Lista de escuelas de pensamiento y Tendencias educativas identificadas. Lista de conceptos de comunicación y lenguaje, según escuelas de pensamiento o tendencias educativas.</p>	<p><b>A1:</b> Sistematización de hallazgos relacionados con escuelas de pensamiento y tendencias o corrientes educativas relacionadas con la comunicación y el lenguaje y las implicaciones de ambos [temas] en Educación Matemática.</p>	<p><b>R</b></p>	<p>No detectó claridad en cuanto a las posiciones teóricas de los autores consultados.</p> <p>Debido a ello es que se ha planteado la sistematización de hallazgos según aparece en capítulos precedentes.</p>	<p>No hay.</p>

Objetivos específicos (OE), indicadores y metas	Actividades desarrolladas	Avance de las actividades (R, A, SC)*	Dificultades y formas de resolverlas	Actividades pendientes
<p><b>OE2:</b> Establecer los aportes a la labor docente, procedentes de los planteamientos acerca de comunicación, lenguaje e implicaciones de ambos [temas] en Educación Matemática.</p> <p><b>Meta OE2:</b> Enumeración de aportes, según escuelas de pensamiento y tendencias educativas.</p> <p><b>Indicador OE2:</b> Lista de aportes a la Educación Matemática, según escuelas de pensamiento o tendencias educativas.</p>	<p><b>A2:</b> Articulación de ideas y sistematización de los aportes a la labor docente, procedentes de los planteamientos acerca de la comunicación y el uso del lenguaje e implicaciones de ambos [temas] en Educación Matemática.</p>	R	Ninguna.	No hay.
<p><b>OE3:</b> Establecer pautas, normas y prácticas de enseñanza para la formación de educadores(as) matemáticos(as), procedentes de los planteamientos acerca de comunicación, lenguaje e implicaciones de ambos [temas] en Educación Matemática.</p> <p><b>Meta OE3:</b> Escritura de documento(s) acerca de comunicación y lenguaje e implicaciones de ambos en Educación Matemática.</p> <p><b>Indicador OE3:</b> Grado de acabado de documento(s) escrito(s).</p>	<p><b>A3:</b> Sistematización pautas, normas y prácticas de enseñanza para la formación de educadores(as) matemáticos(as), procedentes de los planteamientos acerca de comunicación, lenguaje e implicaciones de ambos [temas] en Educación Matemática.</p>	R	Ninguna.	No hay.

## 7.2 Divulgación y difusión

Como parte de la divulgación y difusión del Proyecto se ha participado en las siguientes actividades:

- Participación en el XI Festival Internacional de Matemática, realizado en San José, Costa Rica, los días 21, 22 y 23 de junio del 2018, en calidad de

Ponente, con la Conferencia *El papel del lenguaje en la Educación Matemática: Algunas consideraciones desde la Investigación Educativa*. El extenso de la ponencia presentada se incluye en el Anexo 7.1.

- Participación en el XI Festival Internacional de Matemática, realizado en San José, Costa Rica, los días 21, 22 y 23 de junio del 2018, en calidad de Ponente, con la Conferencia *La comunicación docente en el aula de Matemática: Algunas reflexiones a la luz de la investigación educativa*. El extenso de la ponencia presentada se incluye en el Anexo 7.2.
- Participación en las II Jornadas de Investigación en Ciencias Sociales, realizadas en la Ciudad de la Investigación de la Universidad de Costa Rica, los días 22, 23, 24 y 25 de abril del 2019, en calidad de Ponente, con la Conferencia *Algunas consideraciones para una concepción más comunicativa de la Educación Matemática: Reflexiones a la luz de los planteamientos de la investigación educativa*. No se incluye la ponencia presentada porque en dichas jornadas no se solicitó *el trabajo en extenso* de las mismas; sino que se extendió la invitación para presentar, próximamente, la ponencia en formato de artículo publicable, documento en el cual aún se trabaja.

### **7.3 Vinculaciones**

Hasta el momento, el Proyecto no tiene relación con alguna red académica nacional o internacional u otra instancia.

### **7.4 Trabajos de graduación y participación estudiantil**

Con el presente trabajo, la investigadora ha pretendido dar seguimiento a líneas de investigación sugeridas en su Trabajo Final de Graduación para optar al título de Licenciatura en Enseñanza de la Matemática y que están, directamente, relacionadas con el tema de interés doctoral por desarrollar en el Programa Latinoamericano de Doctorado en Educación de la Universidad, donde es estudiante.

Por otra parte, el Proyecto ha contado con el nombramiento de 5 horas estudiantes durante 10,5 meses a lo largo del 2017 y 10,5 meses durante el 2018,

con el propósito de que, en cada semestre, los estudiantes nombrados fungieran como asistentes de la investigadora a cargo y pudieran llevar a cabo las siguientes actividades:

- Acompañamiento en la búsqueda, selección y revisión de bibliografía relacionada con la temática de interés, tanto en español como en otros idiomas.
- Acompañamiento en la digitación de ideas y hallazgos relacionados con el Proyecto.
- Acompañamiento en la elaboración de tablas, cuadros, presentaciones y otros documentos afines con la investigación.

#### **7.5 Informe financiero.**

A continuación, se incluyen los informes financieros del Proyecto para los años 2017 y 2018, aportados por la jefatura administrativa del INIE.



**INFORME FINANCIERO**  
**PROYECTOS VICERRECTORÍA DE INVESTIGACIÓN**  
**PERIODO 2017**

UNIDAD: **INSTITUTO DE INVESTIGACIÓN EN EDUCACIÓN (INIE)**

Proyecto No: **724-B7-034**

Nombre del proyecto: **Comunicación, lenguaje y educación matemática**

Nombre responsable del proyecto: **Licda. Wendy Zamora Monge**

**INGRESOS**

PARTIDA	DETALLE	MONTO
6-02-02-01	Horas estudiante (05 horas x 10,5 meses)	279 037,50
	<b>TOTAL</b>	<b>279 037,50</b>

**EGRESOS**

CÓDIGO PARTIDA	NOMBRE DE LA PARTIDA	MONTO INGRESOS PRESUPUESTADOS REALES	MONTO EJECUTADO
6-02-02-01	Horas estudiante (05 horas x 10,5 meses)	217 626,05	¢217 626,05
	<b>TOTAL</b>	<b>¢217 626,05</b>	<b>¢217 626,05</b>
	<b>Excedente**</b>		<b>¢0,00</b>

\*\*Corresponde a la diferencia entre los ingresos reales menos los gastos reales del proyecto

**JUSTIFICACIÓN DEL GASTO POR PARTIDA**

PARTIDA	DESCRIPCIÓN GASTO	JUSTIFICACIÓN:
6-02-02-01	Horas estudiante (05 horas x 10,5 meses)	Designación No. 7595265. Ana Claudia Castro Dávila, del 13 de marzo al 8 de julio de 2017.
6-02-02-01	Horas estudiante (05 horas x 10,5 meses)	Designación No. 7608033. Adriana Zúñiga Agüero, del 7 de agosto al 25 de noviembre de 2017.
6-02-02-01	Horas estudiante (05 horas x 10,5 meses)	Designación No. 7608057. Adriana Zúñiga Agüero, del 27 de noviembre al 15 de diciembre de 2017.

Informe elaborado por:  
 Fecha: 11-12-2017

Licda. Sara Gamboa Umaña,  
 Jefa Administrativa, INIE





Universidad de Costa Rica  
Facultad de Educación  
Instituto de Investigación en Educación

**INFORME FINANCIERO**  
**PROYECTOS VICERRECTORÍA DE INVESTIGACIÓN**  
**PERIODO 2018**

UNIDAD: **INSTITUTO DE INVESTIGACIÓN EN EDUCACIÓN (INIE)**

Proyecto No. **724-B7-034**

Nombre del proyecto: **Comunicación, lenguaje y educación matemática**

Nombre responsable del proyecto: **Licda. Wendy Zamora Monge**

**INGRESOS**

PARTIDA	DETALLE	MONTO
6-02-02-02	Horas asistente (05 horas x 10,5 meses)	562 275,00
	<b>TOTAL</b>	<b>562 275,00</b>

**EGRESOS**

CÓDIGO PARTIDA	NOMBRE DE LA PARTIDA	MONTO INGRESOS PRESUPUESTADOS REALES	MONTO EJECUTADO
6-02-02-02	Horas asistente (05 horas x 10,5 meses)	570 576,58	ϕ547 410,87
	<b>TOTAL</b>	<b>ϕ570 576,58</b>	<b>ϕ547 410,87</b>
	<b>Excedente**</b>		<b>ϕ23 165,71</b>

\*\*Corresponde a la diferencia entre los ingresos reales menos los gastos reales del proyecto

**JUSTIFICACIÓN DEL GASTO POR PARTIDA**

PARTIDA	DESCRIPCIÓN GASTO	JUSTIFICACIÓN:
6-02-02-02	Horas asistente (05 horas x 10,5 meses)	Se designa a Marco Antonio Salazar Núñez, P-9 7615743, 7615752, 7615754, 7615755, 7624091, 7624095

Informe elaborado por:  
Fecha: 08-10-2018

  
Licda. Sara Gamboa Umaña,  
Jefa Administrativa, INIE



## 7.6 Aspectos éticos.

A continuación se incluye formulario solicitado.



UNIVERSIDAD DE COSTA RICA  
VICERRECTORÍA DE INVESTIGACIÓN  
COMITÉ ÉTICO CIENTÍFICO  
Teléfonos: (506) 2511-5006 Telefax: (506) 224-9367

Escuela de Formación Docente

### Aplicación para revisión continua o para cerrar el estudio\*

Por favor complete TODAS las secciones ya sea en el caso de revisión continua o cierre del estudio

Proyecto #: 724-B7-034

Fecha de expiración de la vigencia de la revisión inicial otorgada por el CEC: 31 de diciembre del 2018

Investigador(a) principal: Wendy Zamora Monge

Título de la investigación: Comunicación, Lenguaje y Educación Matemática.

#### 1. ESTADO DE LA INVESTIGACIÓN

Marque la opción que describe mejor el estado actual de esta investigación: El Proyecto NO involucra participantes

- A la fecha no se ha enrolado ningún participante.
- Continúa el reclutamiento de participantes nuevos / revisión de registros / recolección de muestras.
- Se acabó el reclutamiento, pero los participantes permanecen recibiendo intervenciones relacionadas con la investigación.
- Ya no se recluta más y los participantes completaron las intervenciones relacionadas con la investigación. El estudio permanece activo solamente para darles seguimiento a largo plazo.
- El reclutamiento se ha cerrado permanentemente, los participantes han completado todas las intervenciones relacionadas con el estudio y se ha completado el seguimiento a largo plazo. Las actividades de investigación remanentes se limitan a análisis de datos que puede requerir contacto con información sobre la que usted normalmente no tiene acceso, tal como registros médicos, académicos, especímenes de laboratorio, patología, etc.
- Estudio cerrado.** El reclutamiento y el seguimiento se han completado y no se anticipa un contacto futuro con los participantes / registros / especímenes, para obtener información a la que usted normalmente no tiene acceso. **Por favor adjunte un informe final, que incluya el total de participantes enrolados, las razones para cerrar el estudio y cualquier publicación relacionada con el mismo.**

#### 2. CANTIDAD DE PARTICIPANTES

Complete con la información correspondiente:

- A. Máximo número de participantes, a quienes se les va a solicitar consentimiento para participar y que el CEC aprobó previamente, por toda la vigencia de este estudio:
- B. Número total de participantes que han consentido a la fecha:

- C. Número total de participantes que luego de firmar el consentimiento, se han retirado por cuenta propia o han sido retirados por no satisfacer criterios de inclusión, a la fecha:
- D. Total que ha consentido desde la última revisión continua:
- E. Total que ha consentido pero se ha retirado por cuenta propia o han sido retirados por no satisfacer criterios de inclusión, desde la última revisión continua:

### 3. RESUMEN DEL AVANCE DENTRO DEL ÚLTIMO PERIODO DE APROBACIÓN DEL CEC

Conteste todas las preguntas, para las que no aplican a su estudio indique NO.

- A.  SI  NO ¿El estudio está en la fase de reclutamiento de participantes?
- B.  SI  NO ¿El estudio ha estado reclutando participantes? *Si la respuesta es NO, pero la de A. fue SI, incluya un resumen describiendo las razones por las cuales no se ha producido.*
- C.  SI  NO ¿Alguno de los participantes se ha retirado del estudio, ha sido sacado o se ha perdido? *Si la respuesta es SI, incluya un resumen narrativo describiendo las razones para esto.*
- D.  SI  NO ¿Algún participante se ha quejado de la investigación? *Si la respuesta es SI, incluya un resumen narrativo de las quejas recibidas.*
- E.  SI  NO ¿Se ha publicado literatura científica relevante para esta investigación, durante este periodo, que pueda alterar las apreciaciones iniciales de riesgos o de beneficios asociados a este estudio? *Si la respuesta es SI, adjunte copias de esta publicación y un resumen narrativo.*
- F.  SI  NO ¿Ha habido hallazgos preliminares, incluyendo informes interinos, manuscritos, resúmenes, publicaciones y hallazgos clínicos, que puedan tener impacto sobre el estudio? *Si la respuesta es SI, adjunte copias de estos informes y un resumen narrativo. Anote cualquier evento o descubrimiento que pueda alterar la razón riesgo/beneficio del estudio, incluyendo informes favorables.*
- G.  SI  NO ¿Se han realizado informes de avance del estudio como los que se envían a la Vicerrectoría de Investigación, a las agencias financiadoras y otros? *En caso afirmativo, adjunte las copias y un resumen narrativo.*
- H.  SI  NO ¿Se han realizado informes de avance del estudio por parte de otros investigadores participantes, fuera de la UCR, para enviar a sus respectivas instituciones (estudios multicéntricos y otros)? *En caso afirmativo, adjunte las copias y un resumen narrativo.*
- I.  SI  NO ¿Se ha descubierto alguna otra información relevante a este estudio, sobre todo relacionada con los posibles riesgos y beneficios asociados al mismo? *En caso afirmativo, adjunte copias de esta información y un resumen narrativo.*
- J.  SI  NO ¿Se ha detectado algún problema no anticipado, relacionado con riesgos para los participantes u otras personas, en la UCR o algún otro sitio donde se desarrolle el estudio? *En caso afirmativo, enumere y describa estos problemas en un resumen narrativo.*
- K.  SI  NO ¿Se han reportado al CEC todos los problemas no anticipados que conllevan riesgo para los participantes u otras personas, que requieren ser informados con prontitud? *Si la respuesta es negativa, envíe al CEC la información requerida antes de que transcurran 5 días hábiles. Indique si estos eventos o problemas cambiaron la razón riesgo/beneficio o requirieron cambios en el documento de consentimiento informado.*

- L. SI NO ¿El perfil de reacciones adversas experimentado por los participantes difiere del esperado? (reacción adversa/evento adverso significa cualquier acontecimiento desfavorable e indeseado, tanto serio como no serio, esperado o inesperado, relacionado o no con el estudio). *Si la respuesta es afirmativa, adjunte un resumen narrativo describiendo las diferencias entre el perfil de reacciones adversas esperado y el encontrado.*
- M. SI NO ¿Se ha asignado a un Comité Independiente de Monitorización de Datos la revisión periódica de los riesgos para los participantes? *Si la respuesta es afirmativa indique la frecuencia con que se realiza esta tarea y un resumen narrativo de sus informes.*
- N. SI NO ¿Los participantes han experimentado algún beneficio derivado del estudio? *En caso afirmativo, adjunte un resumen narrativo describiendo estos beneficios.*

#### 4. INFORMACIÓN SOBRE EL DOCUMENTO DE CONSENTIMIENTO INFORMADO

SI NO ¿El CEC requiere el uso de un documento escrito de consentimiento informado para la ejecución de este estudio?

*En caso afirmativo, adjunte una copia del documento aprobado y sellado que ha estado en uso Y otra copia idéntica y limpia para volver a sellar una vez aprobada la revisión continua, para ser usado durante el siguiente periodo de aprobación (excepto si ya concluyó el reclutamiento).*

#### 5. INFORMACIÓN SOBRE CONTACTOS

##### Investigador principal:

Nombre: Wendy	Apellido: Zamora Monge	Cédula # 5 0332 0743	Unidad académica: Formación Docente
Teléfono:2511 8877	Celular:8998 7408	Fax:	Email: wendy.zamoramonge@ucr.ac.cr

##### Profesor(a) tutor(a) (complete si el investigador principal es estudiante):

Nombre:	Apellido:	Cédula #	Unidad académica:
Teléfono:	Celular:	Fax:	Email:

##### Persona encargada del contacto con el estudio (complete si el contacto primario no es alguno de los anteriores):

Nombre:	Apellido:	Cédula #	Unidad académica:
Teléfono:	Celular:	Fax:	Email:

6. DECLARACIÓN SOBRE CONFLICTOS DE INTERESES DEL INVESTIGADOR(A)

SI  NO ¿Se ha desarrollado algún nuevo conflicto de intereses para el investigador(a) principal o para el personal clave del estudio? *En caso afirmativo adjunte una narración detallada de las características del conflicto cuando los investigadores, personal clave o cualquier otra persona responsable del diseño, ejecución o reporte del estudio tiene un interés financiero en, o actúa en representación de, una entidad externa cuyos intereses financieros, pareciera razonable pensar, que podrían afectarse por la investigación.*

7. DECLARACIÓN DEL INVESTIGADOR PRINCIPAL

*Lea cuidadosamente esta declaración antes de firmar.*

Adicionalmente a las respuestas anteriores, yo confirmo que el documento de consentimiento informado en uso, aprobado por el CEC, ha sido firmado, fechado y guardado en mis archivos para cada participante enrolado en este estudio y una copia del mismo fue entregada a la persona que lo firmó como participante (cuando el uso de documento de consentimiento informado fue requerido). Asimismo confirmo que no se han realizado cambios en los procedimientos del estudio o en el documento de consentimiento sin previa aprobación por parte del CEC.



Firma del investigador(a) principal

30/06/19

Fecha

\*Adaptado de las fórmulas #1101 y #1129 del IRB de la Universidad de Vanderbilt.

# **VIII. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

## 8. Referencias bibliográficas

- Aguado, J. (2004). *Introducción a las Teorías de la Información y la Comunicación*. España: Editorial de la Universidad de Murcia.
- Aguilar, A., Cordero, V. y González, V. (1993). *Relación entre la Comunicación, la toma de decisiones del docente y su satisfacción con el Trabajo, en Instituciones Educativas Oficiales de Tercer Ciclo y Educación Diversificada en el Circuito "08" y "11" de la Subregión de San José*. (Tesis de Licenciatura inédita). Universidad de Costa Rica. San José, Costa Rica.
- Alcalá, M. (2002). *La construcción del lenguaje matemático*. Barcelona.
- Alvarado, G. (1999). *Proyecto para implementar un taller de capacitación sobre el proceso de comunicación como una herramienta que permita favorecer el logro de los objetivos institucionales en el Jardín de Niños El Piolín Alegre*. Memoria de Práctica Dirigida para optar por el Grado de Licenciatura en Ciencias de la Educación con Énfasis en Administración Educativa. Universidad de Costa Rica. San José, Costa Rica.
- Andrade, J. y Saraiva, M. (2012). Múltiplas representações: um contributo para a aprendizagem do conceito de função. *Revista Latinoamericana en Matemática Educativa*, 15(2), 137-169. Obtenido desde <http://web.a.ebscohost.com/ehost/pdfviewer/pdfviewer?sid=74ffdb72-5349-4878-8067-dafceab261d5%40sessionmgr4010yvid=1yhid=4201http://web.a.ebscohost.com/ehost/pdfviewer/pdfviewer?sid=74ffdb72-5349-4878-8067-dafceab261d5%40sessionmgr4010yvid=1yhid=4201>
- Ángulo, M. y Marín, M. (2013). La influencia de la comunicación educativa en la enseñanza de la matemática escolar, una mirada desde la teoría de Charles Sanders Peirce. *Scientia et Technica*, 18(4), 703-711. Obtenido desde <http://web.a.ebscohost.com.ezproxy.sibdi.ucr.ac.cr:2048/ehost/pdfviewer/pdfviewer?sid=1c90552e-b0ba-4c2d-9c80-69ba15dd3600%40sessionmgr4006yvid=1yhid=4212>
- Balaguer, M. y Vidal, S. (2014). Programa de lectura estratégica de los problemas matemáticos. *Revista de comunicación de la SEECI*, 18(33), 25-43. Obtenido desde [www.seeci.net/revista/index.php/seeci/article/download/37/pdf\\_30](http://www.seeci.net/revista/index.php/seeci/article/download/37/pdf_30)
- Bautista, N. (2011). *Proceso de la investigación cualitativa. Epistemología, metodología y aplicaciones*. Colombia: Editorial El Manual Moderno.
- Bruner, J. (1984). *Acción, pensamiento y lenguaje*. En Linaza, J. (Compilador). Madrid: Editorial Alianza Psicológica.

- Cabrera, A. y Laffita, P. (2002). La comunicación directa entre los estudiantes. Un recurso empleado en el desarrollo del proceso de enseñanza aprendizaje en el tema pruebas de hipótesis de la asignatura Bioestadística. *Revista Ciencias Matemáticas*, 20 (1). Obtenido desde <http://web.a.ebscohost.com.ezproxy.sibdi.ucr.ac.cr:2048/ehost/pdfviewer/pdfviewer?sid=bc01a7a0-1259-4009-a333-b4a84ad6509e%40sessionmgr4006&vid=1&hid=4212>
- Carneiro-Abrahão, M. (2008). El papel de la interacción en el aprendizaje de las matemáticas: relatos de los profesores. *Universitas Psychologica*, 7(3), 711-723. Obtenido desde <http://web.a.ebscohost.com.ezproxy.sibdi.ucr.ac.cr:2048/ehost/pdfviewer/pdfviewer?sid=12cb2554-fd29-4221-a1b1-c6c78f1bc238%40sessionmgr4009&vid=1&hid=4212>
- Castro, A., Méndez, M., Rojas, R. y Zamora, W. (2012). *Proceso de comunicación en el aula de Matemática*. (Memoria de Licenciatura sin publicar). Universidad de Costa Rica, San José, Costa Rica.
- Cohen, L. y Manion, L. (2002). *Métodos de investigación educativa* (2ª ed.). Madrid: La Muralla.
- Dallemole, J., Oliveira, C. y Moreno, L. (2014). Registros de representação semiótica e geometría Analítica: uma experiência com futuros professores. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 17(2), 131-163. Obtenido desde <http://web.b.ebscohost.com/ehost/pdfviewer/pdfviewer?sid=444100c1-5e62-46ae-a04d-5bf6742dca49%40sessionmgr120&vid=1&hid=102>
- De Freitas, E. (2013). What were you thinking? A Deleuzian/Guattarian analysis of communication in the mathematics classroom. *Educational Philosophy and Theory*, 45(3), 287-300. Obtenido desde <http://web.a.ebscohost.com/ehost/pdfviewer/pdfviewer?sid=688df1d0-aa63-4f09-93d7-9f40d5329c46%40sessionmgr4009&vid=1&hid=4106>
- Delgado, S. (2015). El papel del lenguaje en el aprendizaje de las matemáticas. *Panorama*, 9(16), 32-42. Obtenido desde <http://web.b.ebscohost.com/ehost/pdfviewer/pdfviewer?sid=84960051-9bc6-4407-8d04-b27c1e22f2fd%40sessionmgr101&vid=1&hid=102>
- Díaz, H. (diciembre, 2009). El lenguaje verbal como instrumento matemático. *Educación y educadores*, 12(3), 13-31. Obtenido desde <http://web.a.ebscohost.com.ezproxy.sibdi.ucr.ac.cr:2048/ehost/pdfviewer/pdfviewer?sid=30354a25-d351-4127-a97c-5e11c52b2bff%40sessionmgr4008&vid=1&hid=4212>

- Díaz, E., Gutiérrez, J. y Ordóñez, G. (2009). *Uso de metáforas en el discurso del aula de matemática. Una investigación realizada en tres grupos de 10º año de tres colegios de la capital*. Memoria de Seminario de Graduación para optar por el Grado de Licenciatura en Matemáticas. Universidad de Costa Rica. San José, Costa Rica.
- Espeleta, A. (2014). *Estilos de Enseñanza del Docente de Matemática de la Carrera de Enseñanza de la Matemática en la Universidad de Costa Rica*. (Tesis Doctoral sin publicar). Universidad de Costa Rica: San José, Costa Rica.
- Espeleta, A., Fonseca, A. y Zamora, W. (2016). *Estrategias y técnicas didácticas en educación matemática*. Informe final de investigación, Costa Rica: INIE-UCR.
- Espeleta, A. y Zamora, W. (2016). Estrategias didácticas y estilos docentes. En Murillo, M. (Ed.), *Memorias X Festival Internacional de Matemática* (pp. 51-62). Disponible en [http://www.cientec.or.cr/sites/default/files/articulos/libro\\_de\\_memorias\\_x\\_festival.pdf](http://www.cientec.or.cr/sites/default/files/articulos/libro_de_memorias_x_festival.pdf)
- Falsetti, M. y Rodríguez, M. (2005). Interacciones y aprendizaje en matemática preuniversitaria: ¿Qué perciben los alumnos? *RELIME*, 8 (2), 319-338. Obtenido desde <http://web.a.ebscohost.com.ezproxy.sibdi.ucr.ac.cr:2048/ehost/pdfviewer/pdfviewer?sid=30354a25-d351-4127-a97c-5e11c52b2bff%40sessionmgr4008yvid=1yhid=4212>
- Fandiño, M. (2011). *Múltiples aspectos del aprendizaje de la Matemática: Evaluar e intervenir en forma mirada y específica* [2a ed.]. Colombia: Cooperativa Editorial Magisterio.
- Flick, U. (2007). *Introducción a la investigación cualitativa*. Madrid: Morata.
- Forero-Saénz, A. (2008). Interacción y discurso en la clase de Matemáticas. *Universitas Psychologica*, 7(3), 787-805. Obtenido desde <http://web.a.ebscohost.com.ezproxy.sibdi.ucr.ac.cr:2048/ehost/pdfviewer/pdfviewer?sid=12cb2554-fd29-4221-a1b1-c6c78f1bc238%40sessionmgr4009yvid=1yhid=4212>
- Gutiérrez, F. (1993). *Pedagogía de la comunicación en la educación popular*. España: Editorial Popular
- Habermas, J. (1982). *Conocimiento e Interés*. Madrid: Taurus. Obtenido de <http://www.posgrado.unam.mx/musica/lecturas/LecturaIntroduccionInvestigacionMusical/epistemologia/Habermas-conocimi-interes.pdf>

- Herbel-Eisenmann, B., Johnson, K., Otten, S., Cirrillo, M. y Steele, M. (2015). Mapping talk about the mathematics register in a secondary mathematics teacher study group. *Journal of Mathematical Behavior*, 4(Part A), Obtenido desde <http://dx.doi.org/10.1016/j.jmathb.2014.09.003>
- Hernández, R. (2009). Mediación en el aula. *Recursos, estrategias y técnicas didácticas*. San José, Costa Rica: EUNED.
- Hernández, R., Fernández, C. y Baptista, P. (2010). *Metodología de la investigación* [5a Ed.]. México: McGraw Hill.
- Huang, J. y Normandia, B. (2007). Learning the language of mathematics: a study of a student writing. *International Journal of Applied Linguistics*, 17(3), 294-318. Obtenido desde <http://resolver.ebscohost.com.ezproxy.sibdi.ucr.ac.cr:2048/openurl?sid=EBS CO%3aa9hygenre=articleyissn=08026106yISBN=yvolume=17yissue=3ydate=20071101yspage=294ypages=294-318ytile=International+Journal+of+Applied+Linguisticsyatitle=Learning+the+language+of+mathematics%3a+a+study+of+student+writing.yaulast=Jingzi+Huangyid=DOI%3a10.1111%2fj.1473-4192.2007.00173.xysite=ftf-live>
- Jiménez, S. (3 de abril de 2019). Falta calidad en el MEP dice la UCR. Docentes enseñan mal Matemáticas. *Diario Extra*, p. 16.
- Latorre, A., Arnal, J. y del Rincón, D. (2005). *Bases metodológicas de la investigación educativa*. Barcelona, España: Ediciones Experiencia.
- Lee, C. (2010). *El lenguaje en el aprendizaje de las matemáticas*. Madrid: Ediciones Morata.
- Lomas, C. (1999). *Cómo enseñar a hacer cosas con las palabras. Teoría y práctica de la Educación Lingüística*. España: Ediciones Paidós.
- Luria, A., Leontiev, A. y Vygotski, L. (2011). *Psicología y pedagogía*. Cuarta edición. Madrid: Editorial Akal.
- Matos, A. y Da Ponte, J. (2008). O estudo de relações funcionais e o desenvolvimento do Conceito de variável em alunos do 8º ano. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 11(2), 195-231. Obtenido desde <http://web.b.ebscohost.com/ehost/pdfviewer/pdfviewer?sid=a4bbacbe-58a7-403c-986d-ff424d3d67cb%40sessionmgr102yvid=1yhid=102>
- Mena, P. (2006). *La Educación de la Matemática: Un valor encarcelado en la prisión del lenguaje formal*. (Tesis de Licenciatura sin publicar). Universidad de Costa Rica: San Ramón, Costa Rica.

- Mercer, N. y Edwards, D. (1988). *El conocimiento compartido*. España: Editorial Paidós Ibérica S.A.
- Mercer, N. (1997). *La construcción guiada del conocimiento: el habla de profesores y estudiantes*. España: Paidós.
- Mercer, N. (2001). *Palabras y mentes: Cómo usamos el lenguaje para pensar juntos*. Barcelona, España: Ediciones Paidós Ibérica S.A.
- Ministerio de Educación Pública (2012). *Programas de Estudio de Matemática*. San José, Costa Rica.
- Montero, M. y Quesada, I. (2011). Strategies of teaching-learning [Statistics] for the student of social Sciences. *Revista Investigación Operacional*, 32(2), 179-187. Obtenido desde <http://web.b.ebscohost.com/ehost/pdfviewer/pdfviewer?sid=5c2db7ef-018b-405e-9bca-319d1a5fbff2%40sessionmgr104yvid=1yhid=102>
- Muñoz, C., Andrade, M. y Cisneros, M. (2011). *Estrategias de interacción oral en el aula: Una didáctica del discurso educativo*. Bogotá: Magisterio.
- Muñoz-Catalán, M. y Carrillo-Yáñez, J. (2012). Buenas prácticas en la Universidad de Huelva: El conocimiento profesional en la acción del profesor de Matemáticas y su Didáctica. *Revista de Docencia Universitaria*, 10 (1), 177-198. Obtenido desde <http://wen.a.ebscohost.com.ezproxy.sibdi.ucr.ac.c:2048/ehost/pdfviewer/pdfviewer?sid=44c26abf-a2c4-4a20-8552-9892ce01cc0a%40sessionmgr4008yvid=1yhid=4212>
- National Council of Teachers of Mathematics (2015). *De los principios a la acción*. Para garantizar el éxito matemático para todos. Estados Unidos: NCTM.
- Olteanu, L. y Olteanu, C. (2013). Enhancing mathematics communication using critical aspects and dimension of variation. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 44(4), 513-522. Obtenido desde <http://web.b.ebscohost.com/ehost/pdfviewer/pdfviewer?sid=5cf70714-4ccb-4db7-812e-23a3ac5e6669%40sessionmgr102yvid=1yhid=123>
- Olteanu, L. (2015). Construction of tasks in order to develop and promote classroom communication in mathematics. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 46(2), 250-263. Obtenido desde <http://web.b.ebscohost.com/ehost/pdfviewer/pdfviewer?sid=5cf70714-4ccb-4db7-812e-23a3ac5e6669%40sessionmgr102yvid=1yhid=123>

- Ortí, A. (1995). *La confrontación de modelos y niveles epistemológicos en la génesis y la historia de la investigación social en Métodos y Técnicas cualitativas de investigación en ciencias sociales*. Madrid: Síntesis.
- Piaget, J., Mays, W. & Beth, W. (1959). *Psicología, lógica y comunicación. Epistemología genética e investigación psicológica*. Buenos Aires, Argentina: Editorial Nueva Visión.
- Pimm, D. (1990). *El lenguaje matemático en el aula*. Madrid: Morata.
- Quecedo, R. y Castaño, C. (2003). Introducción a la metodología de investigación cualitativa. *Revista de Psicodidáctica*, (14), 5-40. Obtenido desde <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=17501402>
- Real Academia de la Lengua Española (2018). *Diccionario de la Lengua Española*. Vigésimo Segunda Edición. Consultado en [www.rae.es](http://www.rae.es)
- Reséndiz, E. (2006). La variación y las explicaciones didácticas de los profesores en situación escolar. *Relime*, 9(3), 435-458. Obtenido desde <http://web.a.ebscohost.com/ehost/pdfviewer/pdfviewer?sid=a84642cb-fbfc-49f8-a7fd-db0be03619ed%40sessionmgr4007yvid=1yhid=4201>
- Ribeiro, C., Carrillo, J. y Monteiro, R. (2012). Cognições e tipo de comunicação do Professor de matemática. Exemplificação de um Modelo de análise num episódio dividido. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 15(1), 93-121. Obtenido desde <http://web.a.ebscohost.com.ezproxy.sibdi.ucr.ac.cr:2048/ehost/pdfviewer/pdfviewer?sid=d99c5ae3-32e3-40fb-9c03-8e7a17bd2fb3%40sessionmgr4009yvid=1yhid=4212>
- Rivera, M. (Octubre, 2013). *Estrategias comunicativas en el aprendizaje de los números racionales*. Trabajo presentado en Congreso Investigación y Pedagogía, Tunja (Perú).
- Rodríguez, I. (2005). *Técnicas de Investigación Documental*. México: Trillas.
- Ryve, A., Nilsson, P. y Pettersson, K. (2013). Analyzing effective communication in mathematics group work: The role of visual mediators and technical terms. *Educ Stud Math*, 82, 497-514. DOI 10.1007/s10649-012-9442-6
- Sabino, C. (1996). *El proceso de investigación*. Buenos Aires: Lumen-Hvmanitas.
- Salas, F., Rapalo, R. y Gil-Cantero, F. (2011). Fundamentos y desarrollo del pensamiento en educación. En J. M. Muñoz (coord.). *Temas relevantes en teoría de la educación*. Salamanca: AQUILAFUENTE, pp. 15-43.
- Standford, G. y Roark, A. (1981). *Interacción Humana en la educación*. México: Diana.

- Tojar, J. (2006). *Investigación cualitativa. Comprender y actuar*. Madrid: La Muralla.
- Tejedor, F. y Etxeberria, J. (2006). *Análisis inferencial de datos en educación*. Madrid: La Muralla.
- Valdemoros, M. (2004). Lenguaje, fracciones y reparto. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 7(3), 235-256. Obtenido desde <http://web.a.ebscohost.com.ezproxy.sibdi.ucr.ac.cr:2048/ehost/pdfviewer/pdfviewer?sid=e4689d9c-8680-4148-b052-22f2b7dc028f%40sessionmgr4007yvid=1yhid=4212>
- Vygotski, L. (1995). *Pensamiento y lenguaje*. Barcelona: Editorial Paidós.
- Watzlawick P, Beavin J. y Jackson. D. (1989, 7ªEd). *Teoría de la comunicación humana: interacciones, patologías y paradojas*. España: Herder.
- Yule, G. (2007, 3a Ed.). *El lenguaje*. España: Ediciones Akal.
- Zamora, W. (2016). En Matemática es importante tanto la teoría como la práctica: el papel de las definiciones. En Murillo, M. (Ed.), *Memorias X Festival Internacional de Matemática* (pp.44-50). San José, Costa Rica. ISBN 978-9968-641-33-3. Disponible en [http://www.cientec.or.cr/sites/default/files/articulos/libro\\_de\\_memorias\\_x\\_festival.pdf](http://www.cientec.or.cr/sites/default/files/articulos/libro_de_memorias_x_festival.pdf)

## **IX. ANEXOS**

9.1 PONENCIA 1: El papel del lenguaje en la Educación Matemática: algunas consideraciones desde la investigación educativa.

9.2 PONENCIA 2: La comunicación docente en el aula de matemática: algunas reflexiones a la luz de la investigación educativa.

## 9. ANEXOS

### 9.1 PONENCIA 1: *El papel del lenguaje en la Educación Matemática: algunas consideraciones desde la investigación educativa*

11 Festival Internacional de Matemática  
21 al 23 de junio, 2018, San José, Costa Rica

#### **El papel del lenguaje en la Educación Matemática: algunas consideraciones desde la investigación educativa<sup>i</sup>**

Licda. Wendy Zamora

Instituto de Investigación en Educación, Universidad de Costa Rica (INIE-UCR)  
wendy.zamoramonge@ucr.ac.cr / wendy.zamoracr@gmail.com

Educación Matemática, Didáctica de la Matemática, Comunicación pedagógica, Lenguaje, Enseñanza-Aprendizaje

#### **Resumen**

El presente trabajo busca clarificar y establecer algunas ideas que, aunque básicas suelen ser omitidas con facilidad, acerca del lenguaje y su papel fundamental en la enseñanza y aprendizaje de contenidos matemáticos. Se reflexiona acerca de qué se podría entender por lenguaje, en general, y qué por lenguaje matemático, en específico. Además, se establecen características consideradas como importantes e ineludibles del lenguaje matemático; y finalmente, se detallan algunos criterios y pautas que podrían servir como elementos importantes a considerar a la hora de utilizar el lenguaje matemático como una herramienta de peso en la Educación Matemática.

#### **1. Importancia del lenguaje en la enseñanza y aprendizaje de la Matemática**

Resulta claro señalar que el proceso educativo en buena medida se convierte en un proceso comunicativo en el cual el lenguaje ocupa un lugar de bastante relevancia (Mercer y Edwards, 1988; Gutiérrez, 1993; Mercer, 1997; Alvarado, 1999; Lomas, 1999; Mercer, 2001; Aguado, 2004). Resulta, también, fácil reconocer el papel desempeñado por la comunicación y el lenguaje –en especial, la buena comunicación y un apropiado uso del lenguaje- para lograr un mayor aprovechamiento de los procesos de enseñanza y aprendizaje (Carneiro-Abrahão, 2008; Forero-Saénz, 2008; Díaz, diciembre 2009; Lee, 2010; Muñoz, Andrade y Cisneros, 2011; Castro, Méndez, Rojas y Zamora, 2012; Muñoz-Catalán y Carrillo-Yáñez, 2012; Ribeiro, Carrillo y Monteiro, 2012; Ángulo y Marín, 2013; Ryve, Nilsson y Petterson, 2013; Delgado, 2015; Espeleta, Fonseca y Zamora, 2016, Espeleta y Zamora, 2016; entre otros). Lo anterior, se explica a partir de la

existencia de una relación íntima, profunda e intrínseca entre los pensamientos, las palabras y las acciones de las personas (Piaget, Mays y Beth, 1959; Standford y Roark, 1981; Bruner, 1984; Watzlawick, Beavin y Jackson 1989; Vygotsky, 1995; Luria, Leontiev y Vygotsky, 2011).

En particular, se señala que el lenguaje, entre todas las herramientas poseídas por el ser humano, constituye la herramienta sociocultural por excelencia, dado que, el lenguaje permite la construcción de las representaciones poseídas acerca de la realidad y de todo lo que hay en el mundo, al tiempo que, permite, también, la comunicación de dichas representaciones a los otros circundantes así como el acceso a las representaciones de los otros (Bruner, 1984; Vygotsky, 1995).

De ahí, la necesidad de utilizar el lenguaje (en sus distintos tipos) y diferentes formas de intercambios comunicativos para propiciar procesos de enseñanza y aprendizaje más significativos (Mercer y Edwards, 1988; Mercer, 1997; Mercer, 2001). Por ejemplo, se dice que debe prestarse mucha atención al papel del lenguaje y a todas sus funciones en todos los ámbitos y todas las actividades humanas, pues, desde las concepciones más tradicionales del lenguaje no se ha reconocido a plenitud, la que bien podría ser la función más importante de este: *ser instrumento para pensar colectivamente o interpensar* (Mercer, 2001).

El lenguaje tiene poderes y alcances, que aunque muchas veces han sido ignorados o subestimados, no dejan de ser trascendentales. Para el caso de los procesos de enseñanza y aprendizaje, por ejemplo, se dice que

Mediante el lenguaje no solo podemos compartir o intercambiar información: también podemos trabajar conjuntamente en ella. No solo podemos influir en las acciones de otros, sino también alterar sus comprensiones. Hablando con un enseñante podemos aprender; al oír una buena argumentación podemos “cambiar de parecer”... Mediante el examen cuidadoso de la función intelectual del lenguaje en la vida cotidiana, no sólo podremos llegar a una mejor comprensión de su empleo como instrumento para el pensamiento colectivo: también podremos llegar emplearlo con más eficacia (Mercer, 2001, p.11-12)

Para el caso concreto de la enseñanza y aprendizaje de la Matemática, diversos autores<sup>ii</sup> concuerdan en señalar la importancia no solo del lenguaje cotidiano, sino del lenguaje matemático mismo, tanto para el desarrollo de la disciplina misma como para acceder al conocimiento establecido en ella (Pimm 1990; Alcalá, 2002; Valdemoros, 2004; Reséndiz, 2009; Matos y Da Ponte, 2008; Díaz, Gutiérrez y Ordóñez, 2009; Lee, 2010; Fandiño, 2011; Andrade y Saraiva, 2012; Castro et al., 2012; Dallemole, Oliveira y Moreno, 2014; Zamora, 2014; Delgado, 2015), el lenguaje se convierte así en una herramienta privilegiada de comunicación y aprendizaje. Al respecto, se señala que

En suma, cuando hacemos matemáticas trabajamos con mediadores simbólicos escritos (números y otros signos), utilizamos una jerga especial (palabras, expresiones típicas) y una forma de hacer: primero conjeturas, a continuación buscamos estrategias de resolución (que llevamos a cabo utilizando un simbolismo específico), después verificamos, etc. Esa diversidad de signos y códigos operacionales que utilizamos al razonar para resolver una situación... forman una compleja red de significados: conforman un lenguaje. Y son las herramientas que, creadas por generaciones pasadas a lo largo de la historia y recreadas por nosotros en nuestro proceso de aprendizaje, utilizamos para razonar, idear, etc. para, en definitiva, el interrogante planteado. (Alcalá, 2002, p. 18).

Es decir, el lenguaje en la enseñanza y aprendizaje de la Matemática se convierte en un elemento de particular atención e interés, pues, es el medio que permite acceder a la gran variedad de objetos matemáticos y a la gran variedad de modos de ser y hacer de la disciplina. De ahí que, resulte conveniente, durante todo proceso de enseñanza alrededor de esta materia, que se prioricen aquellos aspectos y tareas que favorezcan los procesos de significación y simbolización y el manejo adecuado de signos y símbolos (Alcalá, 2002), así como todos aquellos aspectos que favorezcan un *aprendizaje comunicativo* de la disciplina (Fandiño, 2011), y en particular, que se favorezcan y promuevan ambientes de clases que conviertan el aula de Matemática en comunidades de *discurso matemático* (Lee, 2010).

En relación con el *aprendizaje comunicativo* de la Matemática, se señala que es un aspecto del aprendizaje matemático que ha sido olvidado muchas veces y hasta omitido, aunque, a partir del año 2000 han aumentado las investigaciones acerca del proceso comunicativo en el aula de Matemática (Fandiño, 2011).

También, se señala que el valor del aprendizaje comunicativo de la Matemática radica, sobre todo, porque con él se hace evidente –y más importante aún, posible- la capacidad de expresar ideas matemáticas, además de poder justificarlas, validarlas, presentar argumentos a su favor o en su contra, plantear demostraciones, y en general, mediante el aprendizaje comunicativo de la disciplina se hace posible la utilización de signos, símbolos, representaciones gráficas, dibujos, esquemas, e incluso, los gestos y todo lenguaje corporal para comunicarse acerca de la disciplina (Fandiño, 2011).

Es importante acotar que los planteamientos en relación con el aprendizaje comunicativo de la Matemática coinciden en mucho con los planteamientos relacionados con el hecho de convertir el aula de Matemática en una *comunidad de discurso matemático* propuestos por Lee (2010). Para esta autora, el aprendizaje de la disciplina en mucho tiene que ver con la comprensión y adquisición, así como el posterior dominio de lo que ella denomina el discurso matemático. Donde, *discurso matemático* es toda la gama del lenguaje que se pueda introducir y utilizar en una clase de Matemática al desarrollar contenidos propios de la disciplina.

Como parte de su tesis doctoral, la autora desarrolló una investigación con un grupo de estudiantes de secundaria a su cargo, la cual tenía como propósito principal fomentar las habilidades de estos para comprender, acceder y utilizar el lenguaje matemático como una herramienta para el aprendizaje eficaz de los contenidos; claramente, buscó transformar las clases tradicionales de Matemática (en las cuales, el profesor siempre acapara el dominio del discurso) por clases más incluyentes y participativas para todos los miembros de la clase.

Pues, la tesis principal de la autora planteaba que al promover clases donde se aumentaban las posibilidades de participación de los estudiantes en estas, se

aumentaba la posibilidad de que estos pudieran acceder, comprender y utilizar no solo el lenguaje matemático, sino la comprensión misma de otros contenidos matemáticos. Es decir, al aumentar el discurso de los estudiantes en la clase se aumenta el potencial de esto para aprender la disciplina así como la posibilidad de los docentes de colaborar en este proceso. Ya que, al hablar, y en fin, participar más los estudiantes, el significado de las palabras y de los conceptos puede ser debatido y ampliado, y de esa forma, se pueden tomar decisiones y hacer las modificaciones requeridas para avanzar en el proceso de enseñanza y aprendizaje.

## **2. Naturaleza del lenguaje matemático**

Hablar de qué se concibe como lenguaje no es fácil, pues, este al igual que la comunicación es un término complejo y polisémico, que será definido de maneras distintas según sea el encuadre filosófico, la ontología, la epistemología y la teleología de quienes se den a la tarea de dar una definición a dicho término. De manera básica, y con el propósito de ser breves, dado que se tiene una noción, al menos, práctica de lo que podría significar la palabra lenguaje, en el presente trabajo se entenderá por lenguaje la primera noción de este término brindada por la Real Academia Española (RAE), que señala que lenguaje es aquella “Facultad del ser humano de expresarse y comunicarse con los demás a través del sonido articulado o de otros sistemas de signos (RAE, 2018).

De igual modo se entenderá que el *lenguaje matemático* es esa forma concreta de utilizar símbolos, con un vocabulario especializado, preciso, con sintaxis propia, formal e impersonal, así como a las determinadas formas de razonar que acompañan y complementan a dicho sistema notacional (Pimm, 1990), que además posee varias características que le son propias debido a la naturaleza misma del conocimiento matemático. Algunas de esas características son las siguientes:

- Debido a la naturaleza abstracta de los objetos matemáticos, el proceso de comunicación para hablar acerca de tales objetos, demanda el uso de símbolos

y signos que complementen la emisión de los mensajes dados de manera oral (Díaz et al., 2009).

- En dicho lenguaje se hace un uso generalizado de términos técnicos y términos con significado propio dentro del quehacer matemático (Pimm, 1990).
- Contar con palabras, términos o conceptos cargados de una importante profundidad de significación; esto es, en Matemática un solo concepto pueda hacer referencia o remitir a varias cualidades, características y funciones (Pimm, 1990). Piénsese en el caso, por ejemplo, de la palabra-concepto denominada *paralelogramo*.
- Tiene una importante relación con el lenguaje escrito, ya que el razonamiento matemático depende tanto de abreviaturas como de símbolos para poder ser comunicado (Pimm, 1990).
- En muchas ocasiones, los términos y símbolos del lenguaje matemático varían su significado de acuerdo al contexto en que son utilizados (Pimm, 1990).
- Busca la economía en el uso de las palabras para expresar las ideas matemáticas así como la no redundancia en el uso de los términos (Lee, 2010).
- Tiene preferencia por utilizar palabras sencillas y compactas (Lee, 2010).
- Cuando se utiliza debe dar la sensación de inamovilidad, inhumanidad (o impersonalidad) o independencia del contexto histórico-social en que se desenvuelvan las personas que lo utilizan (Lee, 2010).
- Hace uso de un estilo convencional que suele ser atemporal, conciso e impersonal (con uso frecuente de la voz pasiva al conjugar los verbos y la no utilización de pronombres personales) (Lee, 2010).
- Al ser utilizados demanda el uso del rigor y la formalidad matemáticos como señal de uso apropiado del mismo (Pimm, 1990).

En relación a esta última característica, es importante señalar que existen diferentes autores que afirman que se puede y debe promover la adquisición del lenguaje matemático, sin caer en los abusos y tropiezos generados por un apego excesivo a la rigurosidad y formalidad de la Matemática.

### **3. Criterios y pautas por considerar al utilizar el lenguaje matemático como herramienta para favorecer el aprendizaje de los estudiantes**

Resulta, como ha tratado de hacerse ver desde el inicio de este trabajo, necesario atender el uso del lenguaje (tanto matemático como cotidiano) como un factor relevante al desarrollar los procesos comunicativos en el aula, ya que, comunicación y uso del lenguaje son dos cuestiones, intrínsecamente, relacionadas entre sí, y que tienen amplias y profundas repercusiones en la comprensión y aprendizaje de los contenidos matemáticos, según sea la forma en que sean gestionados (Huang y Normandia, 2007; Matos y Da Ponte, 2008; Delgado, 2015).

Así, por ejemplo, existen estudios en los cuales se recomienda una mayor utilización del lenguaje verbal en combinación con otras formas de lenguaje durante las clases de Matemática, pues, ello da posibilidades, tanto a los docentes como a los estudiantes de que puedan tener oportunidad de aclarar, refutar o reformular tanto sus explicaciones como las de sus compañeros (Díaz, diciembre 2009, Delgado, 2015); en particular, se señala que acompañar el lenguaje escrito, por ejemplo, con el uso del lenguaje verbal permite mejorar las comprensiones matemática y lingüística, en comparación a si solo se utilizara uno solo de ellos (Díaz, 2009, Delgado, 2015).

De igual modo, se reporta, a nivel de enseñanza de la Matemática en secundaria, que el establecimiento de reglas sociales y límites en el uso del tiempo para trabajar en grupos pequeños de estudiantes, así como el contacto cara a cara, el uso de términos propios del lenguaje matemático y de recursos didácticos que los representen gráficamente (utilizados como mediadores visuales) modifican los intercambios comunicativos gestados y favorece el establecimiento de comunicaciones efectivas dentro de los grupos de trabajo, así como, la adquisición del discurso matemático (y del lenguaje matemático, en particular) (Ryve, Nilsson y Petterson, 2013).

También, existen trabajos que hacen manifiesto que entre más representaciones semióticas puedan utilizar los estudiantes durante el aprendizaje de contenidos matemáticos, existirán más posibilidades de que estos puedan comprenderlos, incluso aquellos contenidos más elaborados y de mayor dificultad, como en el

caso del tema de funciones matemáticas (Matos y Da Ponte, 2008; Díaz, diciembre, 2009; Fandiño, 2011; Andrade y Saraiva, 2012).

Esta situación en particular, tiene mucho sentido, pues, es fácil de intuir. Dado que cada representación semiótica de cualquier objeto matemático revela una o más características particulares de dicho objeto, es válido y consecuente concluir que entre más representaciones semióticas se poseen de un objeto matemático, se podrán comprender más características del mismo (Valdemoros, 2004; Matos y Da Ponte, 2008; Díaz, 2009; Andrade y Saraiva, 2012; Delgado, 2015, entre otros, son ejemplos concretos de estudios que ratifican tales consideraciones).

Asimismo, se señala que el lugar de lo comunicativo debe ser prioritario si se quiere hablar de buena docencia. Al respecto, Muñoz-Catalán y Carrillo-Yáñez (2012) reportan que una buena docencia en Matemática, por ejemplo, a nivel de estudios universitarios se caracteriza por la puesta en práctica, de manera continua y consistente, de los siguientes elementos:

- Gestión oportuna del proceso comunicativo del docente hacia los estudiantes y de los estudiantes entre sí. Este elemento, en particular, entre otras cuestiones, promueve la conexión entre los diferentes contenidos matemáticos y la reflexión acerca de formas y situaciones que puedan llevar al establecimiento de dichas conexiones, y en consecuencia, a mejorar la comprensión de los contenidos.
- La constante y continua formulación de preguntas de información y reflexión acerca de los contenidos desarrollados, dado que favorecen un mejor proceso de construcción del conocimiento matemático.
- Organización de los contenidos del currículum con apoyo de la metodología de resolución de problemas como factor detonante y medio útil para la construcción de los conocimientos, pues, requiere de los estudiantes una mayor consciencia acerca de sus responsabilidades y de la necesidad de establecer sanas discusiones en la clase.

Así también, como formas de acceder al lenguaje matemático, existen recomendaciones para favorecer los procesos de comprensión lectora de los problemas matemáticos, por ejemplo, entre estudiantes de primaria. Se dice que

dichos procesos tienden a la mejoría, siempre que dentro de las clases se promuevan y desarrollen medidas que les permitan a los estudiantes tener actitudes más positivas y conductas más activas ante la lectura, así como que se respeten la naturaleza y características de los estudiantes (Balaguer y Vidal, 2014).

Ejemplo de dichas medidas serían: 1. Permitir y promover el uso de marcadores de colores para subrayar los textos o hacer anotaciones extras en ellos, ya que, esto da soporte a la autorregulación de la comprensión del estudiantes; y 2. Promover la relectura espontánea de los problemas matemáticos, tanto de forma individual como en grupos, pues, al parecer esta medida permite asegurar la comprensión de lo que se plantea en el problema, lo cual es una condición inicial para su resolución (Balaguer y Vidal, 2014).

Otra forma de acceder a la comprensión y el dominio del lenguaje matemático tiene que ver con la comprensión y adquisición de las definiciones que acompañan a los objetos matemáticos (Zamora, 2016). El National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) de los Estados Unidos, advierte que la comprensión de conceptos matemáticos es requisito esencial para gestionar lo que dicho Concejo denomina como *elaboración de la fluidez procedimental a partir de la comprensión*, la cual corresponde a una de las ocho características propias de lo que este ente considera como una enseñanza eficaz de las Matemáticas<sup>iii</sup>. En relación con lo que se considera enseñanza eficaz se tiene que

Una enseñanza de las matemáticas efectiva logra la fluidez en los procedimientos basados en la comprensión conceptual, de manera que los estudiantes, con el tiempo, se vuelvan hábiles en el empleo flexible de procedimientos, a medida que resuelven problemas contextuales y matemáticos.” (NCTM, 2015, p.43).

En relación con lo anterior, se señala que resulta claro observar que para que se dé esa *comprensión conceptual* deben de gestionarse los conceptos de los objetos matemáticos a partir de las definiciones asignadas a estos; de ahí, que en

el aula de Matemática deban promoverse una socialización y cultura donde se considera que *según sean las definiciones que se tengan acerca de los objetos matemáticos, así serán las actuaciones gestadas con dichos objetos* (Zamora, 2016). Dado que las definiciones sirven, entre otras cuestiones, para que los estudiantes encuentren claridad y precisión al aprender términos (Hernández, 2009).

Otras formas de promover el conocimiento, la comprensión y adquisición del lenguaje matemático, y por tanto, de los contenidos matemáticos, estrechamente, están relacionadas con los intercambios comunicativos gestionados durante la mediación pedagógica del docente (Pimm, 1990; Alcalá, 2002; Lee, 2010; Fandiño, 2011). Al respecto, Lee (2010) brinda una serie de recomendaciones que ella misma implementó con sus estudiantes como parte de su investigación doctoral, y posteriormente, con profesores en servicio en su país (Inglaterra) durante un proceso de capacitación a docentes de secundaria. Algunas de esas recomendaciones a docentes son las siguientes:

- Organizar la clase de forma que los estudiantes puedan hablar, verse, oírse con facilidad.
- Invitar a los estudiantes a expresar la comprensión que se tuviera acerca de un concepto matemático, para hacerlos conscientes de sus conocimientos para poder desarrollarlo y reorganizarlo.
- Dar espacio para que los estudiantes puedan expresar sus propias ideas acerca de los contenidos, con el propósito de que puedan ser escuchadas, reflexionadas, debatidas y dialogadas.
- Crear un contexto de lenguaje matemático, para que los estudiantes puedan ser inducidos a pensar acerca del ¿cómo se podría expresar una idea para que sea más clara?
- Permitir que los estudiantes puedan corregirse entre sí, incluso su redacción matemática.
- Solicitar a los estudiantes inventar nombres a los conceptos matemáticos, con el propósito de que puedan acercarse a los “nombres verdaderos” de tales conceptos.

- Crear conexiones entre los diferentes contenidos de distintas áreas del conocimiento matemático.

Por otra parte, algunas pocas cuestiones, entre otras tantas posibles, que deberían de restringirse para evitar confusiones y obstáculos al utilizar el lenguaje matemático son:

- El uso de palabras indeterminadas o nombres inapropiados o incorrectos para referirse a objetos matemáticos determinados y específicos; dado que ello entorpece la comprensión de tales objetos y da espacio a errores conceptuales (Pimm, 1990; Lee, 2010).
- La sobre-utilización de analogías o metáforas para la explicación de contenidos matemáticos, pues, estas solo transmiten ideas limitadas de los mismos y contribuyen así a una comprensión reducida de tales contenidos, o a comparaciones inapropiadas de objetos matemáticos con elementos o eventos que poco o nada tienen que ver con la Matemática (Pimm, 1990; Díaz et al., 2009).

Por ejemplo, Díaz, Gutiérrez y Ordóñez (2009) reportan que el uso de la siguiente metáfora: *Recuerden que el dominio se determina de izquierda a derecha y el ámbito se busca de arriba a abajo*, dicha por un profesor que fue observado al momento de su investigación, promueve ideas equivocadas o incompletas, tal como: que el dominio y el ámbito de una función matemática se puede enunciar en un solo intervalo y que se cumple para todo tipo de funciones (pues, no se aclara si la función es continua o no).

- Uso reducido de los símbolos al hacerlos corresponder, casi de manera biunívoca, con ciertos objetos matemáticos; esto en particular, da paso a que se confundan tales símbolos con el objeto en sí, situación que da espacios a errores conceptuales y de comprensión (Pimm, 1990; Lee, 2010).

Finalmente, resulta importante aclarar que propiciar la comprensión y adquisición del lenguaje matemático, durante los procesos de enseñanza y aprendizaje de esta disciplina, en ningún modo significa que deba *bajarse el nivel* de dificultad a los contenidos matemáticos a desarrollar ni a la forma de desarrollarlos. Por el

contrario, existen estudios que recomiendan que durante las clases se puedan programar y realizar actividades que involucren tareas exploración e investigación que signifiquen retos al estudiantes y planteen desafíos, sin que estos se lleguen a sentirse abrumados, y mediante las cuales se promueva, entre otras cuestiones, que el estudiante se responsabilice por su aprendizaje al enfrentarse con formas de re-construir el conocimiento distintas a las tradicionales, en las cuales el papel del docente es protagónico y el estudiante es sometido a la repetición mecánica y rutinaria de contenidos (Matos y Da Ponte, 2008; Ribeiro, Carrillo y Monteiro, 2012).

#### **4. Reflexión final**

Un estudio con diez estudiantes de la Licenciatura en Matemáticas de la Universidad Luterana del Brasil (en el Estado de Canoas) advierte acerca del hecho de que ni siquiera los futuros docentes de secundaria de esta disciplina escapan de mostrar dificultad en el paso de una representación semiótica de un objeto matemático a otra representación, al tiempo que recalca que tales dificultades pueden ser superadas si se atienden de manera focalizada mediante programas de formación y capacitación (Dalle mole, Oliveira y Moreno; 2014).

La anterior situación, así como el tradicional y generalizado bajo rendimiento académico en Matemática, indistintamente, del nivel educativo en el que se esté, deberían llevar a la reflexión acerca de la necesidad de fomentar procesos de enseñanza y aprendizaje de la Matemática más integrales, en los cuales, entre otras cuestiones, se promuevan aprendizajes comunicativos más profundos y que favorezcan, predominantemente, la utilización del lenguaje (tanto matemático como no matemático, verbal y no verbal, oral o escrito, y otras tantas formas posibles) como una herramienta de peso para la enseñanza y aprendizaje de los contenidos de esta materia.

Finalmente, solo resta decir, que resulta ineludible el admitir que el peso de la comunicación y el uso del lenguaje en el aula de la Matemática es de trascendental importancia. Debe considerarse, a la luz de lo expuesto en este trabajo, que una apropiada gestión de clase no es algo que deba verse como una

cuestión muy lejana, inaccesible o inalcanzable. Por el contrario, son las pequeñas acciones, e incluso, las mínimas actitudes dentro del salón de clases las que han mostrado brindar la posibilidad de marcar una diferencia al enseñar y aprender esta disciplina.

## 5. Referencias Bibliográficas

- Aguado, J. (2004). *Introducción a las Teorías de la Información y la Comunicación*. España: Editorial de la Universidad de Murcia.
- Alcalá, M. (2002). *La construcción del lenguaje matemático*. Barcelona.
- Alvarado, G. (1999). *Proyecto para implementar un taller de capacitación sobre el proceso de comunicación como una herramienta que permita favorecer el logro de los objetivos institucionales en el Jardín de Niños El Piolín Alegre*. Memoria de Práctica Dirigida para optar por el Grado de Licenciatura en Ciencias de la Educación con Énfasis en Administración Educativa. Universidad de Costa Rica. San José, Costa Rica.
- Andrade, J. y Saraiva, M. (2012). Múltiplas representações: um contributo para a aprendizagem do conceito de função. *Revista Latinoamericana en Matemática Educativa*, 15(2), 137-169. Obtenido desde [http://web.a.ebscohost.com/ehost/pdfviewer/pdfviewer?sid=74ffdb72-5349-4878-8067-dafceab261d5%40sessionmgr4010yvid=1yhid=4201](http://web.a.ebscohost.com/ehost/pdfviewer/pdfviewer?sid=74ffdb72-5349-4878-8067-dafceab261d5%40sessionmgr4010yvid=1yhid=4201http://web.a.ebscohost.com/ehost/pdfviewer/pdfviewer?sid=74ffdb72-5349-4878-8067-dafceab261d5%40sessionmgr4010yvid=1yhid=4201)
- Balaguer, M. y Vidal, S. (2014). Programa de lectura estratégica de los problemas matemáticos. *Revista de comunicación de la SEECI*, 18(33), 25-43. Obtenido desde [www.seeci.net/revista/index.php/seeci/article/download/37/pdf\\_30](http://www.seeci.net/revista/index.php/seeci/article/download/37/pdf_30)
- Ángulo, M. y Marín, M. (2013). La influencia de la comunicación educativa en la enseñanza de la matemática escolar, una mirada desde la teoría de Charles Sanders Peirce. *Scientia et Technica*, 18(4), 703-711. Obtenido desde <http://web.a.ebscohost.com.ezproxy.sibdi.ucr.ac.cr:2048/ehost/pdfviewer/pdfviewer?sid=1c90552e-b0ba-4c2d-9c80-69ba15dd3600%40sessionmgr4006yvid=1yhid=4212>
- Bruner, J. (1984). *Acción, pensamiento y lenguaje*. En Linaza, J. (Compilador). Madrid: Editorial Alianza Psicológica.
- Carneiro-Abrahão, M. (2008). El papel de la interacción en el aprendizaje de las matemáticas: relatos de los profesores. *Universitas Psychologica*, 7(3), 711-723. Obtenido desde <http://web.a.ebscohost.com.ezproxy.sibdi.ucr.ac.cr:2048/ehost/pdfviewer/pdfviewer?sid=12cb2554-fd29-4221-a1b1-c6c78f1bc238%40sessionmgr4009yvid=1yhid=4212>
- Castro, A., Méndez, M., Rojas, R. y Zamora, W. (2012). *Proceso de comunicación en el aula de Matemática* (Memoria de Licenciatura sin publicar). Universidad de Costa Rica, San José, Costa Rica.
- Dallemole, J., Oliveira, C. y Moreno, L. (2014). Registros de representação semiótica e geometria Analítica: uma experiência com futuros professores. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 17(2), 131-163. Obtenido desde <http://web.b.ebscohost.com/ehost/pdfviewer/pdfviewer?sid=444100c1-5e62-46ae-a04d-5bf6742dca49%40sessionmgr120yvid=1yhid=102>
- Delgado, S. (2015). El papel del lenguaje en el aprendizaje de las matemáticas. *Panorama*, 9(16), 32-42. Obtenido desde <http://web.b.ebscohost.com/ehost/pdfviewer/pdfviewer?sid=84960051-9bc6-4407-8d04-b27c1e22f2fd%40sessionmgr101yvid=1yhid=102>

- Díaz, E., Gutiérrez, J. y Ordóñez, G. (2009). *Uso de metáforas en el discurso del aula de matemática. Una investigación realizada en tres grupos de 10º año de tres colegios de la capital*. Memoria de Seminario de Graduación para optar por el Grado de Licenciatura en Matemáticas. Universidad de Costa Rica. San José, Costa Rica.
- Díaz, H. (diciembre, 2009). El lenguaje verbal como instrumento matemático. *Educación y educadores*, 12(3), 13-31. Obtenido desde <http://web.a.ebscohost.com.ezproxy.sibdi.ucr.ac.cr:2048/ehost/pdfviewer/pdfviewer?sid=30354a25-d351-4127-a97c-5e11c52b2bff%40sessionmgr4008&vid=1&hid=4212>
- Espeleta, A., Fonseca, A. y Zamora, W. (2016). *Estrategias y técnicas didácticas en educación matemática*. Informe final de investigación, Costa Rica: INIE-UCR.
- Espeleta, A. y Zamora, W. (2016). Estrategias didácticas y estilos docentes. En Murillo, M. (Ed.), *Memorias X Festival Internacional de Matemática* (pp. 51-62). Disponible en [http://www.cientec.or.cr/sites/default/files/articulos/libro\\_de\\_memorias\\_x\\_festival.pdf](http://www.cientec.or.cr/sites/default/files/articulos/libro_de_memorias_x_festival.pdf)
- Fandiño, M. (2011). *Múltiples aspectos del aprendizaje de la Matemática: Evaluar e intervenir en forma mirada y específica* [2a ed.]. Colombia: Cooperativa Editorial Magisterio.
- Forero-Saénz, A. (2008). Interacción y discurso en la clase de Matemáticas. *Universitas Psychologica*, 7(3), 787-805. Obtenido desde <http://web.a.ebscohost.com.ezproxy.sibdi.ucr.ac.cr:2048/ehost/pdfviewer/pdfviewer?sid=12cb2554-fd29-4221-a1b1-c6c78f1bc238%40sessionmgr4009&vid=1&hid=4212>
- Gutiérrez, F. (1993). *Pedagogía de la comunicación en la educación popular*. España: Editorial Popular.
- Hernández, R. (2009). Mediación en el aula. *Recursos, estrategias y técnicas didácticas*. San José, Costa Rica: EUNED.
- Huang, J. y Normandia, B. (2007). Learning the language of mathematics: a study of a student writing. *International Journal of Applied Linguistics*, 17(3), 294-318. Obtenido desde <http://resolver.ebscohost.com.ezproxy.sibdi.ucr.ac.cr:2048/openurl?sid=EBSCO%3aa9hyge&nre=article&yissn=08026106&yISBN=yvolume=17&yissue=3&ydate=20071101&yispage=294&yispage=318&ytitle=International+Journal+of+Applied+Linguistics&ytitle=Learning+the+language+of+mathematics%3a+a+study+of+student+writing.&yauthor=Jingzi+Huang&ydoi=DOI%3a10.1111%2fj.1473-4192.2007.00173.x&yisite=ftf-live>
- Lee, C. (2010). *El lenguaje en el aprendizaje de las matemáticas*. Madrid: Ediciones Morata S.A.
- Lomas, C. (1999). *Cómo enseñar a hacer cosas con las palabras*. Teoría y práctica de la Educación Lingüística. España: Ediciones Paidós.
- Luria, A., Leontiev, A. y Vygotsky, L. (2011). *Psicología y pedagogía*. Cuarta edición. Madrid: Editorial Akal.
- National Council of Teachers of Mathematics (2015). *De los principios a la acción*. Para garantizar el éxito matemático para todos. Estados Unidos: NCTM.
- Matos, A. y Da Ponte, J. (2008). O estudo de relações funcionais e o desenvolvimento do Conceito de variável em alunos do 8º ano. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 11(2), 195-231. Obtenido desde <http://web.b.ebscohost.com/ehost/pdfviewer/pdfviewer?sid=a4bbacbe-58a7-403c-986d-ff424d3d67cb%40sessionmgr102&vid=1&hid=102>
- Mercer, N. y Edwards, D. (1988). *El conocimiento compartido*. España: Editorial Paidós Ibérica.
- Mercer, N. (1997). *La construcción guiada del conocimiento*. España: Editorial Paidós Ibérica.
- Mercer, N. (2001). *Palabras y mentes: Cómo usamos el lenguaje para pensar juntos*. Barcelona, España: Ediciones Paidós Ibérica.
- Muñoz, C., Andrade, M. y Cisneros, M. (2011). *Estrategias de interacción oral en el aula: Una didáctica del discurso educativo*. Bogotá: Magisterio.

- Muñoz-Catalán, M. y Carrillo-Yáñez, J. (2012). Buenas prácticas en la Universidad de Huelva: El conocimiento profesional en la acción del profesor de Matemáticas y su Didáctica. *Revista de Docencia Universitaria*, 10 (1), 177-198. Obtenido desde <http://wen.a.ebscohost.com.ezproxy.sibdi.ucr.ac.c:2048/ehost/pdfviewer/pdfviewer?sib=44c26abf-a2c4-4a20-8552-9892ce01cc0a%40sessionmgr4008yvid=1yhid=4212>
- Piaget, J., Mays, W. y Beth, W. (1959). *Psicología, lógica y comunicación. Epistemología genética e investigación psicológica*. Buenos Aires, Argentina: Editorial Nueva Visión.
- Pimm, D. (1990). *El lenguaje matemático en el aula*. Madrid: Morata.
- Real Academia de la Lengua Española (2018). *Diccionario de la Lengua Española*. Vigésimo Segunda Edición. Consultado en [www.rae.es](http://www.rae.es)
- Reséndiz, E. (2006). La variación y las explicaciones didácticas de los profesores en situación escolar. *Relime*, 9(3), 435-458. Obtenido desde <http://web.a.ebscohost.com/ehost/pdfviewer/pdfviewer?sid=a84642cb-fbfc-49f8-a7fd-db0be03619ed%40sessionmgr4007yvid=1yhid=4201>
- Ribeiro, C., Carrillo, J. y Monteiro, R. (2012). Cognições e tipo de comunicação do Professor de matemática. Exemplificação de um Modelo de análise num episódio dividido. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 15(1), 93-121. Obtenido desde <http://web.a.ebscohost.com.ezproxy.sibdi.ucr.ac.cr:2048/ehost/pdfviewer/pdfviewer?sid=d99c5ae3-32e3-40fb-9c03-8e7a17bd2fb3%40sessionmgr4009yvid=1yhid=4212>
- Ryve, A., Nilsson, P. y Pettersson, K. (2013). Analyzing effective communication in mathematics group work: The role of visual mediators and technical terms. *Educ Stud Math*, 82, 497-514. DOI 10.1007/s10649-012-9442-6
- Standford, G. y Roark, A. (1981). *Interacción Humana en la educación*. México: Diana.
- Valdemoros, M. (2004). Lenguaje, fracciones y reparto. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 7(3), 235-256. Obtenido desde <http://web.a.ebscohost.com.ezproxy.sibdi.ucr.ac.cr:2048/ehost/pdfviewer/pdfviewer?sid=e4689d9c-8680-4148-b052-22f2b7dc028f%40sessionmgr4007yvid=1yhid=4212>
- Vygotsky, L. (1995). *Pensamiento y lenguaje*. Barcelona: Editorial Paidós.
- Watzlawick P, Beavin J. y Jackson. D. (1989, 7ªEd). *Teoría de la comunicación humana: interacciones, patologías y paradojas*. España: Herder.
- Yule, G. (2007). *El lenguaje* (3a Ed.). España: Ediciones Akal.
- Zamora, W. (Setiembre, 2014). *La comunicación y el lenguaje. Algunas consideraciones para la concepción de la Educación Matemática*. I Encuentro Vygotski y su legado en la Investigación en América Latina. INIE-UCR, San José, Costa Rica.
- Zamora, W. (2016). *En Matemática es importante tanto la teoría como la práctica: el papel de las definiciones*. En Murillo, M. (Ed.), *Memorias X Festival Internacional de Matemática* (pp.44-50). San José, Costa Rica. Disponible en [http://www.cientec.or.cr/sites/default/files/articulos/libro\\_de\\_memorias\\_x\\_festival.pdf](http://www.cientec.or.cr/sites/default/files/articulos/libro_de_memorias_x_festival.pdf)
- National Council of Teachers of Mathematics (2015). *De los principios a la acción*. Para garantizar el éxito matemático para todos. Estados Unidos: NCTM.

## 9.2 PONENCIA 2: *La comunicación docente en el aula de matemática: algunas reflexiones a la luz de la investigación educativa*

11 Festival Internacional de Matemática  
21 al 23 de junio, 2018, San José, Costa Rica

### **La comunicación docente en el aula de Matemática: algunas reflexiones a la luz de la investigación educativa<sup>iv</sup>**

Licda. Wendy Zamora  
Instituto de Investigación en Educación, Universidad de Costa Rica (INIE-UCR)  
wendy.zamoramonge@ucr.ac.cr / wendy.zamoracr@gmail.com

Educación Matemática, Didáctica de la Matemática, Comunicación pedagógica, Lenguaje,  
Enseñanza-Aprendizaje

#### **Resumen**

El presente trabajo tiene como propósito primordial analizar el papel de la comunicación docente en el contexto del aula de Matemática, a partir de señalamientos y hallazgos investigativos. Ante todo, se busca remarcar la trascendencia de las prácticas comunicativas docentes en la enseñanza y aprendizaje de esta disciplina. Para ello, en un primer momento, se detallan los elementos propios de la acción comunicativa y aquellos factores que permiten un mayor aprovechamiento de los intercambios de esta índole. Al tiempo que, también, se señalan pautas y prácticas concretas y específicas que podrían contribuir al mejoramiento de la acción docente durante la enseñanza de diferentes contenidos matemáticos.

#### **1. A modo de Introducción: De la trascendencia de las prácticas comunicativas en el aula de Matemática**

Distintos autores<sup>v</sup>, a lo largo de la historia, han remarcado la importancia del proceso de comunicación en todos los ámbitos de la existencia y quehacer de los seres humanos (Standford y Roark, 1981; Bruner, 1984; Mercer y Edwards, 1988; Watzlawick, Beavin y Jackson, 1989; Pimm, 1990; Gutiérrez, 1993; Vygotsky, 1995; Mercer, 1997; Lomas, 1999; Mercer, 2001, Lee, 2010; Luria, Leontiev y Vygotsky, 2011; entre otros). En particular, por ejemplo, se subraya la importancia de los procesos comunicativos a lo largo de las diferentes etapas vitales, pues según se plantea, existe un innegable vínculo entre tales procesos y la conducta de los seres humanos en diferentes escenarios (Bruner, 1984; Watzlawick et al., 1989; Vygotsky, 1995; Mercer, 1997, 2001, entre otros).

Para el caso del ámbito educativo, el cual compete al presente trabajo, se reconoce el papel desempeñado por el lenguaje en los procesos educativos y el

valor de la comunicación para el planteamiento y desarrollo de los procesos de enseñanza y aprendizaje, sobre todo, se establece una profunda e intrínseca relación entre los pensamientos, las palabras y las acciones de las personas (Piaget, Mays y Beth, 1959; Bruner, 1984; Vygotsky, 1995; Luria, Leontiev y Vygotsky, 2011).

En cuanto al lenguaje se señala, por ejemplo, que entre todas las herramientas poseídas por el ser humano, esta es la herramienta sociocultural por excelencia, ya que, permite la construcción de las representaciones que se poseen acerca del mundo y de todo lo que hay en él, al tiempo que, mediante el mismo, se comunica a los otros circundantes dichas representaciones, además, de acceder a las representaciones de los otros (Bruner, 1984; Vygotsky, 1995).

En tanto que, en relación a la comunicación, se dice que al interior de las clases, entre grupos de estudiantes, esta adquiere la máxima importancia, dado que se convierte en el proceso mediante el cual los estudiantes son socializados y se apropian de los elementos de la cultura a la que son sometidos; y esto no solo en lo que a contenidos disciplinares se refiere, sino también, en relación cuestiones de índole ideológico (Luria, Leontiev y Vygotsky, 2011). Basta una cita de dichos autores para remarcar tales señalamientos,

[Pues] Una “clase” no es un grupo pasivo de oyentes poco interesados por un enseñante, sino, por el contrario, un “colectivo”, un grupo de personas que, interactuando entre sí, persiguen un único fin. La comunicación es considerada como un factor del desarrollo mental. [Pues en el] proceso de comunicación con los otros miembros del “colectivo” se construye un modo de ser... que después se interiorizará como ideología consciente... a través de este proceso... los “escolares” toman conciencia de la insuficiente claridad y precisión de sus conceptos, de las contradicciones que estos determinan, del hecho de que a menudo son inadecuados para interpretar nuevos aspectos de la realidad. (p.8)

Al respecto, solamente, quizá sea importante acotar que, en mucho, dentro de las aulas ocurre un proceso de socialización y apropiación de la cultura por parte de

los involucrados, del cual se hace imposible no participar o no verse permeado en algún modo por este, y que de ahí deba darse importancia, por parte de que quienes participen en el mismo, para estar conscientes de que esto ocurre, con el propósito de repensar las formas de interacción que se dan durante las clases.

Asimismo, se concibe la comunicación como un elemento trascendental de los distintos intercambios e interacciones gestados entre las personas, sobre toda, de aquellos que ocurren en los sectores, ámbitos y ambientes educativos (Standford y Roark, 1981). Se dice que existe una profunda, estrecha e importante vinculación entre la interacción de las personas (las cuales involucran intercambios comunicativos) y el aprendizaje significativo que estas puedan tener y los consecuentes alcances de los objetivos y las metas educativas que ellas pretendan alcanzar (Standford y Roark, 1981).

En relación con esta vinculación, se señala la necesidad de que en los salones de clase, y en todo ambiente educativo en general, se promuevan y desarrollen constantes y oportunos intercambios comunicativos, donde se ponga especial atención al uso que se hace del lenguaje (en cualquiera de sus manifestaciones: simbólico, escrito, verbal, no verbal, entre otros posibles) para comunicar y hacer manifiestas las ideas y representaciones que se poseen acerca del mundo y lo que en él existe (Mercer y Edwards, 1988; Pimm, 1990; Aguilar, Cordero y González, 1993; Mercer, 1997, 2001; Alvarado, 1999; Alcalá, 2002; Díaz, Gutiérrez y Ordóñez, 2009; Lee, 2010; entre otros).

En este punto, resulta importante señalar que desde la Didáctica de la Matemática, también, se reconoce la trascendencia del proceso comunicativo como un elemento de peso que atraviesa, interviene, y permea los procesos de enseñanza y de aprendizaje de los contenidos matemáticos (Pimm, 1990; Alcalá, 2002; Forero-Saénz, 2008; Carneiro-Abrahão, 2008; Díaz, 2009; Lee, 2010; Fandiño, 2011; Muños-Catalán y Carrillo-Yáñez, 2012; Ribeiro, Carrillo y Monteiro, 2012).

Aunque, de igual modo, se reconoce que desde el campo de la investigación educativa relacionado con dichos procesos, el estudio de la comunicación en el

aula de Matemática ha sido un factor desatendido, no solo como objeto de estudio, sino como elemento de peso durante las mediaciones pedagógicas de los docentes, y ello a pesar de que debería de ser una temática que debe abordarse con rigor y profundidad, no solo por la importancia que se le pueda adjudicar, sino porque la disciplina misma posee particularidades a nivel de lenguaje y otras características propias, ante las cuales los estudiantes suelen mostrar dificultad (Pimm, 1990; Alcalá, 2002; Lee, 2010, Fandiño, 2011).

Al respecto, en relación con la importancia de atender la investigación de los intercambios comunicativos durante las clases de Matemática, existen autores que ven en ello posibilidades de encontrar herramientas no solo para reflexionar acerca de los problemas durante la enseñanza y el aprendizaje, sino también, para gestionar soluciones a aquello que genera o converge en bajo rendimiento académico, una cuestión frecuente en esta materia en los distintos niveles de los sistemas educativos (Pimm, 1990; Alcalá, 2002; Reséndiz, 2006; Forero-Saénz, 2008; Carneiro-Abrahão, 2008; Díaz, 2009; Lee, 2010; Fandiño, 2011; Andrade y Saraiva, 2012; Muños-Catalán y Carrillo-Yáñez, 2012; Ribeiro, Carrillo y Monteiro, 2012; Ángulo y Marín, 2013; Ryve, Nilson y Petterson, 2013; Delgado, 2015).

Así por ejemplo, entre otras cuestiones, se ha señalado que cabe concebir el aula de Matemática más allá de un recinto donde se encuentran docente y estudiantes que llevan a cabo ciertos tipos tradicionales de intercambios comunicativos, y más concebirla como una comunidad de discurso matemático<sup>vi</sup>, donde todos y cada uno de los intercambios comunicativos cobra particular relevancia, pues, bien ejecutados dichos intercambios, podrían propiciar y promover la adquisición de dicho tipo de discurso, lo que en consecuencia, podría dar a los estudiantes más y mejores herramientas y posibilidades para apropiarse de los contenidos matemáticos (Lee, 2010).

## **2. Elementos propios de la acción comunicativa en el aula de Matemática**

Cuando las personas piensan en Matemática, usualmente, sus pensamientos, ideas y verbalizaciones acerca de esta disciplina tienen que ver, en su mayoría con números, cálculos aritméticos, uso de algoritmos, resolución de situaciones

problemáticas con aplicación de fórmulas, definiciones y propiedades (axiomas, teoremas y otros enunciados propios de la disciplina), entre otras cuestiones; en particular, podrían pensar en una concepción de la Matemática que podría denominarse *matemática algorítmica*; lo cual proviene y deviene de una asunción de la Matemática como una disciplina ya acabada, cuyos contenidos ya están más que establecidos, y que por lo tanto, solo deben enseñarse mediante una transmisión y repetición mecánica de algoritmos, tal cuales, que deben ser aprendidos “al pie de la letra”, para posteriormente, utilizarlos en diferentes situaciones de la vida.

Sin embargo, dada la naturaleza misma de esta disciplina, y desde la Didáctica de la Matemática, se establece que tales posturas resultan inapropiadas y distan bastante de lo que bien podría ser un provechoso proceso de enseñanza y aprendizaje de los contenidos matemáticos, pues, este va más allá de ser, meramente, algorítmico, además de busca sobrepasar el hecho de que se puedan repetir cálculos o replicar procedimientos con reglas, mecánicamente, aprendidas. Al respecto, se hace conveniente considerar los planteamientos de Fandiño (2010), quien señala que,

... salta a la vista de todos los docentes el hecho que un aprendizaje concluso con éxito en matemática es de considerarse una óptima combinación de aprendizajes específicos y diferentes. En matemática, de hecho, no basta haber construido un concepto, sino que es necesario saberlo usar para efectuar cálculos o dar respuestas a ejercicios; combinarlo con otros o con estrategias oportunas para resolver problemas; es necesario saber explicar a sí mismo y a los otros el concepto construido o la estrategia seguida; se requiere un uso sapiente de las transformaciones semióticas que permiten pasar de una representación a otra. (p.15)

Desde esta postura la autora deduce que existen distintos tipos de aprendizaje, mientras se da la comprensión y aprehensión de los contenidos matemáticos. En particular, para esta autora plantea que existen los siguientes cinco tipos de aprendizaje,

El aprendizaje de la matemática comprende como mínimo 5 tipologías de aprendizajes diferentes, aunque no libre de superposiciones: aprendizaje conceptual (noética); aprendizaje algorítmico (calcular, operar, efectuar, solucionar, ...); aprendizaje de estrategias (resolver, conjeturar, deducir, inducir, ...); aprendizaje comunicativo (definir, argumentar, demostrar, validar, enunciar, ...); aprendizaje y gestión de las representaciones semióticas (tratar, convertir, traducir, representar, interpretar, ...). (Fandiño, 2010, p.17)

Dichos planteamientos evidencian que resulta conveniente ir más allá de cualquier concepción tradicional acerca de la Matemática y acerca de cómo se desarrollan (o cómo se deberían de desarrollar) los procesos de enseñanza y aprendizaje de los contenidos propios de esta disciplina. De hecho, dichos planteamientos dejan al descubierto que cualquier concepción de la Matemática y de los procesos educativos relacionados con la misma, debe ser muchísimo más integral y abarcar elementos, tradicionalmente, omitidos o subestimados. Lo cual, a su vez, devendría en abordajes más completos y potentes a la hora de buscar entender y enfrentar el fracaso escolar y sus elementos afines.

En este punto, y dado el objetivo principal del presente trabajo, el cual tiene que ver con analizar el papel de la comunicación docente en el contexto del aula Matemática, a partir de señalamientos y hallazgos investigativos, resulta pertinente agregar, en relación con esta tipología planteada por Fandiño (2010) que, según esta misma autora, el *aprendizaje comunicativo* ha sido uno de los más olvidados, subestimados y omitidos de todos los tipos de aprendizaje propuestos, y ello a pesar de que desde el año 2 000 a la fecha, se han notado crecientes sensibilización e interés en relación con dicha temática.

En ese sentido, entonces, resulta válido señalar, a modo de síntesis, que en el aula de Matemática se aprenden más allá de reglas, fórmulas, algoritmos y cualquier otra cuestión que se considere como “recetas mecánicas”. Según señala Lee (2010), se enseñan y aprenden formas de ser, de vivir, de ver, y en general, formas de comunicar la Matemática y el discurso con ella asociado<sup>vii</sup>. Al respecto,

entonces, cabe señalar todos aquellos elementos propios de la acción comunicativa del aula de Matemática que podrían fomentar y promover el desarrollo de las clases en dicha disciplina como comunidades de discurso matemático (al decir de Lee, 2010), donde se gesten *aprendizajes comunicativos* (entre otros aprendizajes posibles, tal y como plantea, Fandiño, 2011).

Al respecto, y en primer lugar, cabría decir que el término *comunicación* es complejo y polisémico, pues, se utiliza en una amplia variedad de contextos y con una muy grande variedad de sentidos (Aguado, 2004). Por ejemplo, se denomina comunicación a los siguientes fenómenos: un gesto, la descarga sináptica entre dos neuronas, el texto impreso en una página, los intercambios de una ameba con su ecosistema, el color llamativo de algunos reptiles e insectos, una campaña política en unas elecciones, el servicio de correo, entre otros posibles (Aguado, 2004).

Dicha complejidad y variedad de usos, en mucho se debe a que, en efecto, la comunicación puede ser concebida desde muy distintos puntos de vista, según sea la dimensión que de ella se desea resaltar y según sean la cosmovisión, los enfoques filosóficos, las posturas teóricas, entre otras cuestiones, de quienes se ocupen de teorizar acerca de la misma (Aguado, 2004). Como ejemplo de lo anterior, podrían señalarse algunas de las tantas posturas teóricas posibles acerca de dicho concepto:

- La concepción “tradicional” de la comunicación como un proceso de transmisión de pensamientos, ideas y conocimientos entre dos o más personas, que cuenta con los siguientes elementos: emisor, receptor, mensaje, canal, código y realimentación; se concibe como un proceso en el cual el mensaje que se transmite es más importante que la forma en que se transmite.
- El planteamiento de Edwards y Mercer (1988), para quienes la comunicación es una experiencia compartida por medio del discurso, el cual permite que se dé la continuidad de experiencias entre las personas involucradas en dicho compartir, donde las experiencias compartidas devienen en mayor tamaño a las experiencias individuales de cada participante.

- La postura de Watzlawick et al. (1989) quienes hablan de la comunicación como un sistema interaccional fundamentado en los siguientes cinco axiomas: 1. Es imposible dejar de comunicarse. 2. La comunicación tienen un aspecto de contenido y un aspecto relacional. 3. La comunicación se compone de un intercambio de secuencias de comunicación. 4. La comunicación humana tiene una comunicación digital y una comunicación analógica. 5. Las interacciones comunicativas pueden ser simétricas y complementarias.
- El planteamiento de Castro, Méndez, Rojas y Zamora (2012), quienes fundamentados en los planteamientos de Standford y Roark (1981) señalan que la comunicación puede ser concebida “como un proceso mediante el cual se transmiten ideas, acciones y conceptos, a través de interacciones que involucran el intercambio de actitudes, sentimientos, creencias, conductas” (p.49) .

En segundo lugar, debe señalarse que para convertir el aula de Matemática en una comunidad de discurso matemático, donde pueda darse, también, un aprendizaje comunicativo de la Matemática, entre otros aprendizajes posibles, se requiere que se reconfiguren todas las concepciones tradicionales acerca de la enseñanza y aprendizaje de esta disciplina, sobre todo, aquellas que asuman este proceso como una mera transacción mecánica, memorística y algorítmica de conocimientos matemáticos.

En su lugar, deberá trabajarse en asumir un enfoque de enseñanza y aprendizaje de la disciplina “más comunicativo” (Zamora, setiembre 2014). Dicha asunción requerirá, entre otras cuestiones que, constantemente, se reflexione acerca de las respuestas a las siguientes interrogantes:

- *¿Qué se quiere y qué se debe comunicar en la clase de Matemática?* Dicha interrogante apela a que se preste atención a la pertinencia de los contenidos matemáticos por desarrollar.
- *¿Para qué comunicar tal o cual mensaje durante la clase?* En este caso se reclama atender propósitos y objetivos de los mensajes emitidos durante la clase.

- *¿A quién se dirigen los intercambios comunicativos y mensajes en la clase?* La respuesta a esta pregunta requiere que se dé una apropiada caracterización del público receptor.
- *¿Son suficientes las palabras y los gestos utilizados para que se entiendan los mensajes emitidos?* Aquí habrá que valorar la claridad y pertinencia de lo que se pretende comunicar.
- Y finalmente, *¿Cuál(es) podría(n) ser el(los) efecto(s) de comunicarse o emitir ciertos mensajes?*, entre otras cuestiones.

### **3. Factores que permiten un mayor aprovechamiento de los intercambios comunicativos**

Entre los principales factores que permiten un mayor aprovechamiento de los intercambios comunicativos que se gestan durante las lecciones de Matemática están: el lenguaje, y en particular el lenguaje matemático, utilizado para el desarrollo de los contenidos de la disciplina, así como el contexto y la continuidad propios de los intercambios comunicativos gestados durante las clases.

Entonces, en primer lugar, debe señalarse que para enseñar Matemática es conveniente propiciar el mejor de los usos tanto del lenguaje cotidiano como del lenguaje matemático, pues, para aprender los contenidos de esta disciplina se hace menester, ineludiblemente, comprender y aprehender el lenguaje matemático en cualquiera de sus formas y representaciones (Pimm, 1990; Alcalá, 2002; Valdemoros, 2004; Reséndiz, 2006; Matos y Da Ponte, 2008; Díaz, diciembre 2009; Lee, 2010; Andrade y Saraiva, 2012; Castro et. al., 2012; Ribeiro, Carrillo y Monteiro, 2012; Delgado, 2015; Zamora, 2016).

Es decir, se requiere aprender a operar y trabajar con símbolos, signos, palabras, conceptos, con diferentes representaciones semióticas de los objetos matemáticos (desarrollar la capacidad de pasar de una representación a otra es, particularmente, importante y necesario), con la sintaxis y las definiciones propias de la disciplina matemática, entre otros elementos del lenguaje del matemático que conviene sean dominados, pues, la posibilidad de acceder y comprender a dicho lenguaje, brinda mayores oportunidades de aprehender los contenidos de esta disciplina (Pimm, 1990; Alcalá, 2002; Valdemoros, 2004; Reséndiz, 2006;

Matos y Da Ponte, 2008; Díaz, diciembre 2009; Lee, 2010; Andrade y Saraiva, 2012; Castro et. al., 2012; Ribeiro, Carrillo y Monteiro, 2012; Delgado, 2015).

En segundo lugar, se debe cuidar que durante los intercambios comunicativos en el aula de Matemática, se tenga presente la importancia de la continuidad de las conversaciones matemáticas gestionadas durante las clases. A partir de los planteamientos de Mercer (1997), Castro et al. (2012) señalan que la continuidad de las conversaciones matemáticas tendría que ver con la concatenación de unas con otras, mientras se desarrollan los contenidos en cada clase, se remarca el hecho de que dicha concatenación es debida a que el conocimiento matemático suele desarrollarse y re-construirse de manera continua, progresiva y gradual. Por tanto, resulta conveniente que, hasta donde sea posible, los estudiantes tengan acceso a conversaciones matemáticas completas sobre cada uno de los objetos matemáticos a los que debería de acceder.

En tercer lugar, deberá atenderse el papel del contexto en las conversaciones matemáticas. Nuevamente, y a partir de los planteamientos de Mercer (1997), Castro et al (2012) señalan que el contexto de una conversación va más allá de referirse, únicamente, a aquellos objetos, lugares y circunstancias en los que se presenta una determinada conversación, pues, el contexto incluiría, también, a aquellos elementos que están más allá del habla y que contribuyen a la comprensión de dicha conversación. Por ejemplo, en las conversaciones matemáticas donde se involucre la etiqueta " $x =$ " debería de tenerse presente y aclararse a los estudiantes la gran variedad y múltiples usos de dicha etiqueta, los cuales varían en función del contexto matemático en que sea utilizada.

#### **4. Algunas pautas y prácticas concretas que contribuyen al mejoramiento de la enseñanza de contenidos matemáticos**

Puede afirmarse que el acto educativo es, desde donde quiera que se le mire, en primer lugar y ante todo, un acto comunicativo, en el cual las relaciones entre docente y estudiantes y estudiantes con estudiantes, claramente, son relaciones entre locutores con otros interlocutores, relaciones de las cuales, a su vez, es posible generar procesos de enseñanza y aprendizaje, según sean las

interacciones e intercambios comunicativos que se gestados (Muños, Andrade y Cisneros, 2011).

Ante dicha posibilidad, resulta evidente que cabe pensar el aula de Matemática como un lugar donde podrían seguirse una serie de pautas y aplicarse algunas prácticas concretas que permitan llevar a cabo apropiados usos del lenguaje e intercambios comunicativos que devengan en un mejor y mayor aprovechamiento de los procesos de aprendizaje de dicha disciplina (Mercer y Edwards, 1988; Pimm, 1990; Alcalá, 2002; Mercer, 1997; Mercer, 2001; Lee, 2010; Zamora, setiembre, 2014; Espeleta, Fonseca y Zamora, 2016; Espeleta y Zamora, 2016).

Algunas pautas y prácticas concretas, por ejemplo, utilizadas por Clare Lee (2010) en un grupo de estudiantes a su cargo, con el propósito de “convertir” su clase en una comunidad de discurso matemático, y además consignadas como parte de su investigación doctoral, que resultaron de utilidad para el desarrollo de contenidos matemáticos, y en consecuencia, propiciaron un mejor rendimiento académico son las siguientes:

- Hacer del aula de Matemática un lugar donde los estudiantes se sientan en armonía y confianza, sin temor a ser juzgados “de entrada” como tontos o no aptos para el aprendizaje de esta disciplina.
- El docente siempre debe ocupar la figura de director del proceso de enseñanza, quien decidirá cómo proceder durante las clases y cuáles estrategias y técnicas de enseñanza implementar, según los requerimientos de los estudiantes y de los contenidos a desarrollar.
- Brindar a los estudiantes oportunidades y espacios durante la clase para que puedan exteriorizar las concepciones e ideas que poseen acerca de distintos conceptos y nociones matemáticos. Espacios donde los estudiantes puedan discutir con el docente y con sus pares los significados poseídos acerca de distintos objetos matemáticos, así como ideas previas, preconcepciones y hasta juicios a priori y prejuicios.
- Propiciar espacios donde, también, se puedan discutir distintas estrategias y formas de resolución a situaciones problemáticas, y a la vez, se familiarice al

estudiante con las formas en que suelen pensar los matemáticos para llegar dichas soluciones, y cuando se el caso, para escoger “las mejores soluciones”.

- El docente será quién inicie el discurso en el aula, al tiempo que, poco a poco, induce y capacita a los estudiantes para que den seguimiento a la continuidad de dichos discursos. Esta capacitación consiste en propiciar, en los estudiantes, la adquisición de un vocabulario concreto, así como medios de expresión, frases, sintaxis, simbología y otros elementos propios de la materia.
- El aula deberá ser organizada de tal forma que los estudiantes y el docente tengan la posibilidad de verse, escucharse y hablarse, unos con otros sin dificultad alguna y sin tener que levantar la voz.
- Desarrollar trabajos de grupos donde los estudiantes sean conscientes de que conforman equipos, y que por lo tanto, es importante la participación y trabajo de todos los miembros de dicho equipo, además del diálogo y la conversación entre sí, más allá de la mera competencia o inactividad.
- Incluir en los discursos de la clase, hasta dónde sea posible, a todos los estudiantes, que cada cual sienta que es importante como miembro de dicha comunidad. Que se sea consciente de que existe la oportunidad de evacuar dudas y de plantear preguntas acerca de los contenidos desarrollados, y que nada negativo ocurre si dan respuestas equivocadas, pues, estas más bien dejan entrever cuál es la comprensión que se tiene y lo que, realmente, necesitan saber.
- Crear un ambiente de lenguaje matemático, donde se invite siempre a los estudiantes a pensar ¿cómo expresar tal o cual idea para que sea más clara? Y con ello acceder a la exactitud del lenguaje matemático.
- Crear conexiones entre diferentes contenidos de distintas ramas matemáticas.

Antes del cierre del presente trabajo, resulta necesario recordar que, estas son algunas pocas de las muchas pautas y prácticas básicas y concretas, existentes, que permitirían entre otras cuestiones, convertir el aula en comunidades de discurso matemático, donde se gesten aprendizajes comunicativos (entre otros posibles).

## 5. A modo de cierre

Básicamente, se ha tenido la pretensión de articular algunas ideas en torno a la comunicación en el aula de Matemática, a partir de hallazgos y conocimientos sistematizados desde la investigación educativa relacionada con la temática. Dadas las limitaciones del espacio, apenas y se ha dado una “breve pincelada” de lo que la investigación educativa ha dicho al respecto. Sin embargo, y a pesar de la brevedad, queda manifiesto no solo la trascendencia de los intercambios comunicativos gestados durante la mediación pedagógica, sino también, la necesidad de replantearse las formas en que suelen enseñarse los contenidos matemáticos. Parece claro que, haría falta la puesta en práctica de enfoques de enseñanza más comunicativos, donde se privilegie un uso apropiado del lenguaje (del lenguaje matemático en particular) y de los intercambios comunicativos.

Pero, para llevar a cabo replanteamientos de los enfoques de enseñanza de la disciplina matemática, claro está, que habrá que revisar todos aquellos elementos alrededor de la enseñanza, en particular, habrá que buscar nuevas respuesta a las siguientes tres interrogantes: ¿Qué enseñar? ¿Cómo enseñar? ¿Para qué enseñar? Pues, según Salas, Rapalo y Gil (2011) cualquier planteamiento de nuevas concepciones y enfoques educativos demanda que se gestionen elementos de tipo ontológicos, epistemológicos-teóricos y éticos-axiológicos.

## 6. Referencias Bibliográficas

- Aguado, J. (2004). *Introducción a las Teorías de la Información y la Comunicación*. España: Editorial de la Universidad de Murcia.
- Aguilar, A., Cordero, V. y González, V. (1993). *Relación entre la Comunicación, la toma de decisiones del docente y su satisfacción con el Trabajo, en Instituciones Educativas Oficiales de Tercer Ciclo y Educación Diversificada en el Circuito “08” y “11” de la Subregión de San José*. Memoria de Seminario de Graduación para optar por el Grado de Licenciatura en Ciencias de la Educación con Énfasis en Administración Educativa. Universidad de Costa Rica. San José, Costa Rica.
- Alcalá, M. (2002). *La construcción del lenguaje matemático*. Barcelona.
- Alvarado, G. (1999). *Proyecto para implementar un taller de capacitación sobre el proceso de comunicación como una herramienta que permita favorecer el logro de los objetivos institucionales en el Jardín de Niños El Piolín Alegre*. Memoria de Práctica Dirigida para optar por el Grado de Licenciatura en Ciencias de la Educación con Énfasis en Administración Educativa. Universidad de Costa Rica. San José, Costa Rica.
- Andrade, J. y Saraiva, M. (2012). Múltiplas representações: um contributo para a aprendizagem do conceito de função. *Revista Latinoamericana en Matemática Educativa*, 15(2), 137-169. Obtenido desde <http://web.a.ebscohost.com/ehost/pdfviewer/pdfviewer?sid=74ffdb72-5349-4878-8067->

- dafceab261d5%40sessionmgr4010yvid=1yhid=4201http://web.a.ebscohost.com/ehost/pdfviewer/pdfviewer?sid=74ffdb72-5349-4878-8067-dafceab261d5%40sessionmgr4010yvid=1yhid=4201
- Ángulo, M. y Marín, M. (2013). La influencia de la comunicación educativa en la enseñanza de la matemática escolar, una mirada desde la teoría de Charles Sanders Peirce. *Scientia et Technica*, 18(4), 703-711. Obtenido desde <http://web.a.ebscohost.com.ezproxy.sibdi.ucr.ac.cr:2048/ehost/pdfviewer/pdfviewer?sid=1c90552e-b0ba-4c2d-9c80-69ba15dd3600%40sessionmgr4006yvid=1yhid=4212>
- Bruner, J. (1984). *Acción, pensamiento y lenguaje*. En Linaza, J. (Compilador). Madrid: Editorial Alianza Psicológica.
- Carneiro-Abrahão, M. (2008). El papel de la interacción en el aprendizaje de las matemáticas: relatos de los profesores. *Universitas Psychologica*, 7(3), 711-723. Obtenido desde <http://web.a.ebscohost.com.ezproxy.sibdi.ucr.ac.cr:2048/ehost/pdfviewer/pdfviewer?sid=12cb2554-fd29-4221-a1b1-c6c78f1bc238%40sessionmgr4009yvid=1yhid=4212>
- Castro, A., Méndez, M., Rojas, R. y Zamora, W. (2012). *Proceso de comunicación en el aula de Matemática* (Memoria de Licenciatura sin publicar). Universidad de Costa Rica, San José, Costa Rica.
- Delgado, S. (2015). El papel del lenguaje en el aprendizaje de las matemáticas. *Panorama*, 9(16), 32-42. Obtenido desde <http://web.b.ebscohost.com/ehost/pdfviewer/pdfviewer?sid=84960051-9bc6-4407-8d04-b27c1e22f2fd%40sessionmgr101yvid=1yhid=102>
- Díaz, E., Gutiérrez, J. y Ordóñez, G. (2009). *Uso de metáforas en el discurso del aula de matemática. Una investigación realizada en tres grupos de 10º año de tres colegios de la capital*. Memoria de Seminario de Graduación para optar por el Grado de Licenciatura en Matemáticas. Universidad de Costa Rica. San José, Costa Rica.
- Díaz, H. (diciembre, 2009). El lenguaje verbal como instrumento matemático. *Educación y educadores*, 12(3), 13-31. Obtenido desde <http://web.a.ebscohost.com.ezproxy.sibdi.ucr.ac.cr:2048/ehost/pdfviewer/pdfviewer?sid=30354a25-d351-4127-a97c-5e11c52b2bff%40sessionmgr4008yvid=1yhid=4212>
- Espeleta, A., Fonseca, A. y Zamora, W. (2016). *Estrategias y técnicas didácticas en educación matemática*. Informe final de investigación, Costa Rica: INIE-UCR.
- Espeleta, A. y Zamora, W. (2016). Estrategias didácticas y estilos docentes. En Murillo, M. (Ed.), *Memorias X Festival Internacional de Matemática* (pp. 51-62). Disponible en [http://www.cientec.or.cr/sites/default/files/articulos/libro\\_de\\_memorias\\_x\\_festival.pdf](http://www.cientec.or.cr/sites/default/files/articulos/libro_de_memorias_x_festival.pdf)
- Fandiño, M. (2011). *Múltiples aspectos del aprendizaje de la Matemática: Evaluar e intervenir en forma mirada y específica* [2a ed.]. Colombia: Cooperativa Editorial Magisterio.
- Forero-Saenz, A. (2008). Interacción y discurso en la clase de Matemáticas. *Universitas Psychologica*, 7(3), 787-805. Obtenido desde <http://web.a.ebscohost.com.ezproxy.sibdi.ucr.ac.cr:2048/ehost/pdfviewer/pdfviewer?sid=12cb2554-fd29-4221-a1b1-c6c78f1bc238%40sessionmgr4009yvid=1yhid=4212>
- Gutiérrez, F. (1993). *Pedagogía de la comunicación en la educación popular*. España: Editorial Popular.
- Lee, C. (2010). *El lenguaje en el aprendizaje de las matemáticas*. Madrid: Ediciones Morata S.A.
- Lomas, C. (1999). *Cómo enseñar a hacer cosas con las palabras*. Teoría y práctica de la Educación Lingüística. España: Ediciones Paidós.
- Luria, A., Leontiev, A. & Vygotsky, L. (2011). *Psicología y pedagogía*. Cuarta edición. Madrid: Editorial Akal.
- Matos, A. y Da Ponte, J. (2008). O estudo de relações funcionais e o desenvolvimento do Conceito de variável em alunos do 8º ano. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 11(2), 195-231. Obtenido desde <http://web.b.ebscohost.com/ehost/pdfviewer/pdfviewer?sid=a4bbacbe-58a7-403c-986d-ff424d3d67cb%40sessionmgr102yvid=1yhid=102>
- Mercer, N. y Edwards, D. (1988). *El conocimiento compartido*. España: Editorial Paidós Ibérica.
- Mercer, N. (1997). *La construcción guiada del conocimiento*. España: Editorial Paidós Ibérica.

- Mercer, N. (2001). *Palabras y mentes: Cómo usamos el lenguaje para pensar juntos*. Barcelona, España: Ediciones Paidós Ibérica.
- Muñoz, C., Andrade, M. y Cisneros, M. (2011). *Estrategias de interacción oral en el aula: Una didáctica del discurso educativo*. Bogotá: Magisterio.
- Muñoz-Catalán, M. y Carrillo-Yáñez, J. (2012). Buenas prácticas en la Universidad de Huelva: El conocimiento profesional en la acción del profesor de Matemáticas y su Didáctica. *Revista de Docencia Universitaria*, 10 (1), 177-198. Obtenido desde <http://wen.a.ebscohost.com.ezproxy.sibdi.ucr.ac.c:2048/ehost/pdfviewer/pdfviewer?sib=44c26abf-a2c4-4a20-8552-9892ce01cc0a%40sessionmgr4008yvid=1yhid=4212>
- Piaget, J., Mays, W. & Beth, W. (1959). *Psicología, lógica y comunicación. Epistemología genética e investigación psicológica*. Buenos Aires, Argentina: Editorial Nueva Visión.
- Pimm, D. (1990). *El lenguaje matemático en el aula*. Madrid: Morata.
- Reséndiz, E. (2006). La variación y las explicaciones didácticas de los profesores en situación escolar. *Relime*, 9(3), 435-458. Obtenido desde <http://web.a.ebscohost.com/ehost/pdfviewer/pdfviewer?sid=a84642cb-fbfc-49f8-a7fd-db0be03619ed%40sessionmgr4007yvid=1yhid=4201>
- Ribeiro, C., Carrillo, J. y Monteiro, R. (2012). Cognições e tipo de comunicação do Professor de matemática. Exemplificação de um Modelo de análise num episódio dividido. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 15(1), 93-121. Obtenido desde <http://web.a.ebscohost.com.ezproxy.sibdi.ucr.ac.cr:2048/ehost/pdfviewer/pdfviewer?sid=d99c5ae3-32e3-40fb-9c03-8e7a17bd2fb3%40sessionmgr4009yvid=1yhid=4212>
- Ryve, A., Nilsson, P. y Pettersson, K. (2013). Analyzing effective communication in mathematics group work: The role of visual mediators and technical terms. *Educ Stud Math*, 82, 497-514. DOI 10.1007/s10649-012-9442-6
- Salas, F., Rapalo, R. y Gil-Cantero, F. (2011). Fundamentos y desarrollo del pensamiento en educación. En J. M. Muñoz (coord.). *Temas relevantes en teoría de la educación*. Salamanca: AQUILAFUENTE, pp. 15-43.
- Standford, G. y Roark, A. (1981). *Interacción Humana en la educación*. México: Diana.
- Valdemoros, M. (2004). Lenguaje, fracciones y reparto. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 7(3), 235-256. Obtenido desde <http://web.a.ebscohost.com.ezproxy.sibdi.ucr.ac.cr:2048/ehost/pdfviewer/pdfviewer?sid=e4689d9c-8680-4148-b052-22f2b7dc028f%40sessionmgr4007yvid=1yhid=4212>
- Vygotsky, L. (1995). *Pensamiento y lenguaje*. Barcelona: Editorial Paidós.
- Watzlawick P, Beavin J. y Jackson. D. (1989, 7ªEd). *Teoría de la comunicación humana: interacciones, patologías y paradojas*. España: Herder.
- Yule, G. (2007). *El lenguaje* (3a Ed.). España: Ediciones Akal.
- Zamora, W. (Setiembre, 2014). *La comunicación y el lenguaje. Algunas consideraciones para la concepción de la Educación Matemática*. I Encuentro Vygotski y su legado en la Investigación en América Latina. INIE-UCR, San José, Costa Rica.
- Zamora, W. (2016). En Matemática es importante tanto la teoría como la práctica: el papel de las definiciones. En Murillo, M. (Ed.), *Memorias X Festival Internacional de Matemática* (pp.44-50). San José, Costa Rica. ISBN 978-9968-641-33-3. Disponible en [http://www.cientec.or.cr/sites/default/files/articulos/libro\\_de\\_memorias\\_x\\_festival.pdf](http://www.cientec.or.cr/sites/default/files/articulos/libro_de_memorias_x_festival.pdf)

<sup>i</sup> Por cuestiones de extensión, el presente trabajo busca, apenas, mostrar tan solo algunos resultados preliminares del Proyecto de Investigación *INIE 724-B7-034 Comunicación, Lenguaje y Educación Matemática*, en desarrollo para el Instituto de Investigación en Educación de la Universidad de Costa Rica; en particular, los resultados relacionados con el tema del papel del lenguaje en la enseñanza y aprendizaje de la Matemática. Debido a la complejidad y profundidad de los planteamientos de algunos autores, y a la poca extensión del documento presente, se ha decidido omitir los planteamientos y el amplio trabajo en la temática de autores como Bruno D'Amore, Juan Godino, Ricardo Cantoral, entre otros.

---

<sup>ii</sup> En el presente trabajo se tomará el masculino en su acepción original de plural neutro, como forma de lenguaje inclusivo.

<sup>iii</sup> Según el NCTM de los Estados Unidos estas ocho características propias de una enseñanza eficaz de las Matemáticas deberían orientar la labor docente de planificación, preparación e implementación de estrategias didácticas.

<sup>iv</sup> Por cuestiones de extensión, el presente trabajo busca, apenas, mostrar algunos resultados preliminares del Proyecto de Investigación *INIE 724-B7-034 Comunicación, Lenguaje y Educación Matemática*, en desarrollo para el Instituto de Investigación en Educación de la Universidad de Costa Rica y relacionados con el tema de la comunicación en el aula de Matemática.

<sup>v</sup> En el presente trabajo se tomará el masculino en su acepción original de plural neutro, como forma de lenguaje inclusivo.

<sup>vi</sup> Según Lee (2010) se puede considerar “*discurso matemático*” a toda la gama del lenguaje que se pueda introducir y utilizar en una clase al desarrollar contenidos de la Matemática.