INSTITUTO DE INVESTIGACION PARA EL MEJORAMIENTO DE LA EDUCACION COSTARRICENSE

INFORME FINAL Y OTROS DOCUMENTOS

PROYECTO DE INVESTIGACION Nº 724-89-025

PATRONES DE SOLUCION DE PROBLEMAS MULTIPLICATIVOS SIMPLES EN NIÑOS DE 7 A ~~7~~ 12 AÑOS

Licda. Jenny Oviedo G.
Dra. Zayra Méndez B.

UNIVERSIDAD DE COSTA RICA
FACULTAD DE EDUCACION

JULIO, 1992

INFORME FINAL

PATRONES DE SOLUCION DE PROBLEMAS MULTIPLICATIVOS SIMPLES EN NIÑOS DE 7 A 12 AÑOS (Nº 724-89-025)

Investigadoras:

Principal: Jenny Oviedo Gutiérrez, Escuela de Matemática e IIMEC

Responsable: Zayra Méndez Barrantes, IIMEC

En la redacción de este informe final, nos basaremos en una discusión sobre el cumplimiento de los objetivos que guían esta última etapa del proyecto. Se incluye una serie de publicaciones y documentos variados que se elaboran en el transcurso de esta fase final y que evidencian, además, la proyección académica y cultural del mismo.

Objetivos que guían la última etapa del proyecto:

1) Diseñar modificaciones al Programa de Computadora PROCECOM para analizar las tareas de "Mezcla" y "Pared".

2) Deducir nuevas implicaciones pedagógicas de los resultados del estudio.

3) Escribir con todo detalle los resultados obtenidos en el campo de la solución de problemas y de las posibles implicaciones pedagógicas que de ello se deriven.

4) Coordinar con el grupo de investigadores colombianos, con quien realizamos esta investigación, las labores de equipo y de intercambio de resultados.

Con relación a estos objetivos se puede señalar que:

I. No fue posible el logro del objetivo nº 1 ya que no se logró la colaboración del asistente de computación, señor Sergio Campos para completar el diseño del Programa PROCECOM. En vista de eso, se utilizó el Programa diseñado por el grupo de colegas colombianos con quienes se ha compartido este proyecto para analizar las tareas de MEZCLA Y PARED.

II. Con respecto al objetivo nº4, la investigadora Jenny Oviedo viajó a la Universidad del Valle en Colombia y se reunió con los profesores Mariela Orozco, María Eugenia Valencia y Evelio Bedoya en febrero de 1992. Durante esa visita se hizo un estudio de los análisis y resultados obtenidos por los dos equipos de investigación (colombiano y costarricenses). Surgieron ciertas dificultades por cuanto el equipo colombiano había cambiado un tanto el método de análisis acordado, por lo cual fue bastante difícil hacer las equivalencias entre ambos métodos. Además el equipo colombiano hace un análisis empleando un lenguaje más formal y nosotros usamos una descripción de los procedimientos empleando un lenguaje un tanto más asequible para los maestros, quienes son, al fin y al cabo, los que pueden hacer uso de nuestros resultados.

Así por ejemplo, en la comparación de los procedimientos encontrados por ambos equipos en el análisis de las tareas relativas al contexto Pared, las equivalencias obtenidas son las siguientes:

Métodos de Costa Rica	Métodos de Colombia
1	2
2	b
3	8
5	6
5.1	3
5.0	3
5.4	2
5.2	8
5.5	c
5.3	1
2.1	7

Como se observa, los procedimientos no son idénticos, algunos encontrados en Colombia no parecen estar presentes en alumnos costarricenses y recíprocamente algunos procedimientos de costarricenses no aparecen en niños de aquel país. Esto puede obedecer al empleo de muestras pequeñas en ambos paises, pero al estudiarse el fenómeno en grupos mas grandes las semejanzas podrían ser mayores.

El equipo colombiano nos entregó una copia del programa de computadora que están usando para analizar nuestros datos, lo que facilitaría la comparación de resultados entre ambos países. Esta labor se está haciendo. Actualmente nos encontramos en el proceso de redacción de un documento final relativo a esta comparación donde se dará el detalle de los procedimientos empleados por los niños de las dos naciones.

Se entregara una copia de este documento a la Vicerrectoría de Investigación en el momento apropiado.

Se incluye carta de la Dra. Orozco relativa al viaje de Jenny Oviedo a su Universidad.

Un resultado interesante de este estudio, una vez hechas las respectivas equivalencias, es la similitud en los procedimientos empleados por escolares de ambos países, a pesar de que provienen de ambientes socioculturales distintos.

Se desea destacar aquí lo que se considera como lo más importante de esta experiencia:

1. Poner a prueba tareas similares en muestras de niños de ambos países.

2. Realizar una investigación paralela entre colombianos y costarricenses.

3. El intercambio de ideas y experiencias entre ambos grupos de investigadores con el consecuente enriquecimiento para los dos.

4. Aunar esfuerzos para mejorar la enseñanza de la Matemática con el beneficio que para el desarrollo de ambos países se deriva de ello.

5. Crear un auditorio internacional.

6. Crear una academia internacional.

7. Compartir con colegas que pueden realizar una crítica constructiva de nuestro trabajo.

En el caso de las investigadoras costarricenses que participamos en este estudio, Zayra Méndez y Jenny Oviedo, esta experiencia ha sido muy enriquecedora proporcionándonos nuevos enfoques sobre la investigación en la enseñanza de la Matemática y todo esto ha dado ya sus frutos. Así, por medio de esta investigación las autoras han participado en numerosos Congresos, Simposios y Seminarios tanto nacionales como extranjeros.

Creemos que una experiencia tan valiosa debe continuarse ampliándose a otros investigadores de ambas universidades. Asimismo se recomienda la redación de un Convenio Marco entre la Universidad de COsta Rica y la del Valle.

III. Con relación al objetivo nº 2, en la etapa previa se había trabajado únicamente con el análisis de las tareas relativas a los problemas de "Compra y Venta". En estos problemas se había estudiado las respuestas de los niños a contextos diferentes, en función de una variación en el valor numérico de las cantidades involucradas. En ese momento se redactaron una serie de implicaciones pedagógicas basadas en esos resultados (ver Oviedo,J. y Méndez,Z. 1991).

Por otra parte, en la ponencia presentada en el Sexto Encuentro de Investigadores en Educación efectuada en San José en mayo de 1991 por las investigadoras de este proyecto, titulada **"Influencia del contexto en el procedimiento empleado por los niños al resolver problemas multiplicativos"**, se enfatiza en la influencia del contexto en el procedimiento empleado por los niños al resolver problemas multiplicativos. En este caso, la variación del contexto depende del contenido de las tareas (Pared, Compra-Venta y Mezcla) mientras que el valor numérico de los datos de los problemas se mantiene constante. Se logra confirmar las conclusiones e implicaciones pedagógicas ya discutidas en la etapa anterior. Se adjunta una copia de esta ponencia.

En esta fase final del estudio, también se analizan los **problemas de proporción** en los contextos de "Compra y Venta" y Mezcla"los que no habían sido estudiados anteriormente. Se adjunta copia de la ponencia " **Procedimientos para resolver problemas multiplicativos tipo proporción**" donde se hace el análisis de estos problemas. Este trabajo será presentado en este mes de julio (la reunión tiene lugar del 24 al 26) por la Lic. Oviedo en la **Sexta Reunión Centroamericana y del Caribe sobre Formación de Profesores e Investigación en Matemática Educativa** a celebrarse en Cuernavaca, México A partir de las conclusiones ahí presentadas se infieren algunas nuevas implicaciones pedagógicas:

3.1) En educandos de primer ciclo predomina el procedimiento de solución de índole aditiva en "Compra y Venta" o de compensación cualitativa en "Mezcla". De aquí se infiere la necesidad de no insistir en la enseñanza de la multiplicación en este grupo de alumnos, aunque sí se podría preparar el aprendizaje de esta operación matemática mediante ejercicios de conteo de dos en dos, tres en tres, etc.

3.2) Los alumnos de segundo ciclo sí emplean con frecuencia y de modo espontáneo los procedimientos multiplicativos, en particular los niños de quinto y sexto año de primaria. Se puede, por tanto, inferir que es el mejor momento en el desarrollo del alumno para el estudio de esta operación.

3.3) En las tareas de "Mezcla", no le es posible al estudiante recurrir a un procedimiento de conteo de unidades ya que éstas desaparecen al revolver el agua con el polvo, como sí se puede en el caso de Compra y Venta de Confites. Esto sin duda, es una de las razones de la mayor dificultad de estas tareas, las que son resueltas multiplicativamente sólo por alumnos de quinto y sexto año.

Una implicación pedagógica de este resultado sería la conveniencia de utilizar material concreto en la enseñanza de la Matemática en los tres o cuatro primeros años de la primaria. Si el alumno "olvida" el número de cucharaditas de polvo de naranja que se acaba de mezclar con el agua, con mayor razón se puede pensar que le sería difícil razonar sobre problemas aún más abstractos como son los que con frecuencia se presentan al escolar, en situaciones meramente verbales o con operaciones matemáticas escritas.

3.4) En todos los niveles escolares **hay algunos estudiantes excepcionalmente maduros.** Es el caso de un alumno de primer año que logró resolver bien los problemas de proporción en la tarea de "Mezcla" y de "Compra y Venta". Este niño inventa un procedimiento muy creativo, diferente al de todos los demás alumnos, demostrando con ello su capacidad de inventiva.

De aquí surge una importante implicación pedagógica en cuanto a **identificar desde los primeros niveles escolares estos niños talentosos para la Matemática.** Al no detectarlos se les da el mismo tratamiento que a otros alumnos menos maduros, con lo cual se malogra la evolución mental y creativa de estos niños que casi siempre terminan aburriéndose y perdiendo la motivación para esta materia escolar.

3.5) En la solución de problemas multiplicativos tipo proporción los niños se inclinan más a guiarse por el empleo de relaciones exactas, ya sean éstas internas o externas.

De esto se deriva una implicación pedagógica relativa a la presentación de problemas multiplicativos de proporción. **Sería aconsejable que en la presentación de los mismos a niños pequeños, contengan una relación exacta, ya sea interna o externa.** Conforme el aprendizaje avanza, se puede ir procediendo con relaciones inexactas.

IV. Finalmente, con respecto al cumplimiento del objetivo nº3, se responde al mismo en la Conferencia Plenaria que la investigadora Jenny Oviedo de Valerio fue invitada a dar en la mencionada Reunión a celebrarse en México próximamente. Se titula "Solución de problemas: aspecto fundamental en la enseñanza de la Matemática". Se adjunta copia de la misma.

Se incluye copia del informe parcial anterior donde se detalla el cumplimiento de estos objetivos. Como se puede observar, se había logrado alcanzar parcialmente los objetivos 2 y 3.

Ciudad Universitaria "Rodrigo Facio",

15 de Diciembre de 1991

INFORME PARCIAL DEL PROYECTO DE INVESTIGACION:
"PATRONES DE SOLUCION DE PROBLEMAS MULTIPLICATIVOS
SIMPLES EN NIÑOS DE 7 a 12 AÑOS"
724-89-025

VIGENCIA: 1 ENERO AL 31 DE DICIEMBRE DE 1991 (Ampliación del periodo original).

INVESTIGADORAS:
Principal: Jenny Oviedo Gutiérrez
Responsable: Zayra Méndez

Sr. Dr. Primo Luis Chavarría
Vicerrector de Investigación
Universidad de Costa Rica.

Estimado señor vicerrector:

Por medio de la presente me permito brindarle un informe parcial de nuestro proyecto de investigación #724-89- 025.

1- Los objetivos que se deseaban obtener en esta ampliación del período de vigencia de este proyecto son: **a)** Diseñar modificaciones al programa de computadora Procecomp para analizar las tareas sobre "mezcla" y "pared", **b)** deducir otras implicaciones pedagógicas de los resultados, **c)** escribir con todo detalle los resultados obtenidos en el campo de la solución de problemas y en el campo de las posibles implicaciones pedagógicas y **ch)** coordinar con el gurpo de investigadores colombianos, con el cual realizamos en conjunto esta investigación, las labores de equipo y de intercambio de resultados.

Los objetivos b) y el c) prácticamente los hemos alcanzado con los trabajos "Mejoramiento de la Enseñanza de la Matemática", "Implicaciones Pedagógicas del Proyecto Patrones de Solución en Problemas Multiplicativos" y "Hacia una Nueva Metodología en la Enseñanza de la Matemática".

El primero de los tres trabajos mencionados fue aceptado para ser publicado en un número de la revista "Las Matemáticas y su Enseñanza", publicación costarricense que se edita con el auspicio de la U.C.R. (Adjunto fotocopia de la carta de aceptación y la versión definitiva de él).

El segundo trabajo, lo presentamos como una ponencia en la V Reunión Centroamericana y del Caribe sobre Formación de Profesores e Investigación en Matemática Educativa, realizada en Tegucigalpa, Honduras en el mes de julio de 1991. Fue publicado en las memorias de esta reunión. (Adjunto copia de la carta de aceptación y versión definitiva de él).

El tercer artículo lo presentamos como una ponencia en el Cuarto Congreso Centroamericano y del Caribe de Historia de la Ciencia y la Tecnología, que se realizó en San José en el mes de diciembre pasado. Fue publicado en las memorias de este congreso. (Adjunto copia de la carta de aceptación y versión definitiva de él).

Para alcanzar el objetivo ch) y en esta forma elaborar adecuadamente el informe final de este proyecto, los participantes colombianos y costarricenses hemos de efectuar una reunión de trabajo donde intercambiaremos resultados y redactaremos las conclusiones finales del proyecto. Esta reunión no la pudimos realizar a finales de 1991.

La Dra. Orozco, coordinadora del grupo investigador colombiano con el cual realizamos en conjunto la investigación, me ha invitado para reunirnos en Cali, Colombia, del 27 al 31 de enero de 1992. (Adjunto fotocopia de la invitación). Para asistir a esta reunión, estoy solicitando a través de su Vicerrectoría, en la Unidad de Seguimiento, el importe del tiquete de avión a Colombia, para lo cual espero contar con su anuencia.

Por lo anteriormente expuesto, le estoy solicitando, además, que la fecha de entrega del informe final de este proyecto, sea aplazada para después de esta reunión con los investigadores colombianos.

El objetivo a) no lo hemos terminado de alcanzar por las dificultades que hemos tenido con el especialista en computación que ha estado trabajando con nosotros en el proyecto. Por problemas personales y con sus trabajos, el Sr. Campos no ha tenido el tiempo, ni el ánimo necesario para completar con las modificaciones al programa que ha nos había diseñado. Como el periodo de vigencia de mi recontratación con la U.C.R. se extendió hasta el 24 de febrero de 1992 , espero lograr, antes de esa fecha, el objetivo a).

Otra labor realizada en el año 1991, en mi carácter de investigadora ha sido la evaluación, a solicitud de la Comisión de Credenciales de la Facultad de Ingeniería de la Universidad del Valle en Cali, Colombia, del artículo: "Procedimientos Modelo para Resolver Problemas Multiplicativos Tipo Proporcionalidad Simple", cuya autora es la Dra. María Eugenia V. de Abadía.

Sin otro particular por el momento, y esperando contar con su colaboración para poder coordinar la [illegible] de este proyecto, se despide de Ud. con toda [illegible] respeto,

J. E. de Valerio

[illegible] Coordinadora [illegible]
[illegible] Escuela de Matemática

CC/ Lic William Castillo, [illegible] a de Matemática
Dra. Natalia Campos, [illegible] l IIMEC
Dra. Zayra Méndez, [illegible] adora responsable.
Arch.

INFLUENCIA DEL CONTEXTO EN EL PRODEDIMIENTO EMPLEADO POR LOS NIÑOS AL RESOLVER PROBLEMAS MULTIPLICATIVOS

UNIVERSIDAD DE COSTA RICA
FACULTAD DE EDUCACION
IIMEC - ESCUELA DE MATEMATICA

Lic. Jenny Oviedo de Valerio Dra. Zayra Méndez

I. OBJETIVOS:

1) Estudiar los procedimientos que los niños emplean en la solución de problemas multiplicativos en tres contextos diferentes: compra y venta de confites, mezcla de agua y polvo de naranja y construcción de una pared.

2) Determinar la influencia de los distintos contextos en los procedimientos empleados por los niños en la solución de los mencionados problemas.

II. METODOLOGIA:

Se plantean los mismos problemas multiplicativos (problemas con los mismos valores numéricos) a una muestra de 60 escolares de 7 a 12 años de edad (10 en cada grupo etario) de un centro educativo del Area Metropolitana de San José. Los problemas corresponden a tres contextos diferentes:

1) compra y venta de confites

2) mezcla de polvo de naranja y agua para obtener distintas concentraciones de jugo.

3) construcción de una pared.

En cada contexto se presenta a los sujetos los mismos problemas o tareas. La información se obtiene por medio de entrevistas individuales, en que se plantea a cada sujeto problemas correspondientes a los tres contextos mencionados. Se realiza una videograbación de cada entrevista y para facilitar un análisis detallado de las producciones gestuales, verbales y en algunos casos escritas de los niños, se elabora posteriormente un protocolo para cada estudiante. A partir del protocolo se hace otro texto donde se categorizan y describen en lenguaje formal todas las actividades realizadas por el niño para lograr la solución del problema.

Aunque la investigación total abarcó varias tareas correspondientes a los tres contextos mencionados (Ver Oviedo y Méndez, 1990), para los propósitos de este trabajo, sólo analizaremos una tarea correspondiente a cada uno de los contextos.

2.1 TAREAS ANALIZADAS:

Las tres tareas analizadas en este trabajo, corresponden, la primera al contexto "compra y venta", la segunda al contexto "mezcla" y la tercera a contexto "pared", son las siguientes:

CONTEXTO COMPRA Y VENTA:

EN LA PULPERIA UN CONFITE VALE 3 COLONES. ¿CUANTO TENDRIAS QUE PAGARLE AL SEÑOR DE LA PULPERIA POR ESTOS CONFITES? (se le muestran 3 confites).

CONTEXTO MEZCLA:

HE HECHO UN JUGO DE NARANJA CON 1 VASITO DE AGUA Y 3 CUCHARADITAS DE POLVO DE NARANJA ¿CUANTAS CUCHARADITAS DE POLVO DE NARANJA DEBES AGREGAR A 3 VASITOS DE AGUA PARA QUE TU JUGO QUEDE DEL MISMO COLOR Y DEL MISMO SABOR QUE EL MIO?

CONTEXTO PARED:

CON BLOQUESITOS COMO ESTOS HE CONSTRUIDO ESTA PARED (SE LE MUESTRA UNA PARED 3X4 AL NIÑO) ¿CUANTOS DE ESTOS BLOQUESITOS NECESITAS PARA CONSTRUIR UNA PARED IGUA A LA MIA?

III. ANALISIS DE RESULTADOS:

El análisis de los procedimientos de solución de las tareas, se efectúa con criterio psicogenético. Se toma en cuenta tres momentos en la solución de los problemas (Ver Orozco, 1989):

a) qué hace el sujeto para resolver la tarea?,
b) cómo lo hace? y
c) cuando lo hace.

Para contestar a estas preguntas se consideran las siguientes etapas en el procedimiento de solución:

1) LA OBTENCION DE DATOS.
2) LA CONSERVACION DE DATOS.
3) EL MANEJO DE DATOS.
4) LA OPERACION REALIZADA.

La obtención y conservación de datos considera dos aspectos: qué datos obtiene y conserva el sujeto y cómo los obtiene y los conserva. El manejo de datos se refiere a la relación o correspondencia que el n8ño establece entre ellos y al tipo de manejo de los datos que puede ser concreto, visual o abstracto. La etapa de operación, por último, analiza el tipo de operación artmética que el niño realiza con los datos para obtener el resultado o valor de la incógnita, operación que puede consistir en estas tareas en una numeración, una adición, una multiplicación o una compensación cualitativa.

Por cuestiones de espacio y en vista que es suficiente para los propósitos de este trabajo, se presenta aquí solamente los resultados relativos a la etapa de OPERACION REALIZADA desde dos puntos de vista:

1) las operaciones realizadas por los niños de acuerdo a criterio de edad o nivel escolar. (CUADRO 1)

2) las operaciones realizadas en el conjunto de la muestra (porcentaje de sujetos que presentan una de los siguientes tipos de operación: enumeración, adición, multiplicación o compensación cualitativa). (CUADRO 2)

3.1 ALGUNOS PROCEDIMIENTOS EMPLEADOS POR LOS NIÑOS

Algunos ejemplos de los procedimientos empleados por los niños en cada una de las tareas analizadas y su clasificación como de enumeración, adición, multiplicación o compensación cualitativa son los siguientes:

EN COMPRA Y VENTA:

USA ENUMERACION:

a) Conserva el número de confites en una mano y el precio en la otra mano. Cuenta con una mano:1,2,3 mueve un dedo de la otra mano. Repite el procedimiento anterior con el segundo dedo y dice: 4,5,6 . Lo repite con el tercer dedo y dice: 7,8,9.

b) Mirando los confites o no, toma 3 monedas, otras 3 y otras 3. Luego cuenta todas las monedas. Dice son 9.

USA ADICION:

c) Conserva mentalmente el precio de un confite y el número de confites. Dice: son 9. Porque 3 más 3 son 6 y más 3 son 9.

USA MULTIPLICACION:

d) Conserva mentalmente el precio de un confite y el número de confites. Dice son 9. Porque 3 por 3 son 9.

EN MEZCLA:

COMPENSA CUALITATIVAMENTE

e) Dice son 6. Porque usted echó un vasito y yo eché 3 vasitos.

USA ADICION:

f) Mirando su vaso dice: son 9. Porque son 3 por un vasito, 6 por 2 vasitos y 9 por tres vasitos.

USA MULTIPLICACION:

g) Mirando su vaso dice: son 9. Porque cada vaso tiene 3 cucharaditas y como son 3 vasitos, multiplico 3 por 3.

EN PARED:

USA ENUMERACION:

h) Toma la pared, señala con un dedo el primer bloquesito de la primera columna y señalando con otro dedo uno a uno los bloques de la primera columna dice: 1,2,3,4. Mueve el dedo al segundo bloque de la primera fila y señalando nuevemente uno a uno los bloques de la primera columno dice: 5,6,7,8. Repite el procedimiento con el tercer bloque de la primera fila, dice: 9,10,11,12.

USA ADICION:

i) Mirando la pared dice: son 12. Porque aquía hay 4 y aquí hay 3 (Señala los bloques de una columna y los de una fila de la pared, respectivamente). Lueto dice: 4 más 4 son 8 Y más 4 son 12.

USA MULTIPLICACION:

j) Mirando la pared dice: son 12. Porque aquí hay 4 y aquí hay 3 (Señala las fichas de una columna y las de la primero fila de la pared, respectivamente) y luego dice: 4 por 3 son 12.

Analizando todos los distintos procedimientos empleados por los niños en la solución de las tres tareas mencionadas antes, obtenemos el siguiente cuadro 1, donde de resume en porcentajes por nivel escolar, qué tipo de etapa final (Operación realizada para obtener el resultado) fue empleada por los niños de cada nivel escolar :

EVOLUCION DE LOS PROCEDIMIENTOS DE SOLUCION DE ACUERDO CON LA EDAD. (PORCENTAJE DE ALUMNOS DE DISTINTOS NIVELES ESCOLARES QUE PRESENTAN COMO ETAPA FINAL DEL PROCEDIMIENTO CADA UNA DE LAS DIFERENTES OPERACIONES ARITMETICAS)

EJEMPLO: CONTEXTO PARED

OPERACION /	NIVEL ESCOLAR					
	I	II	III	IV	V	VI
ENUMERACION	22%	22%	11%	0%	0%	0%
ADICION	78%	55,5%	22%	10%	10%	0%
MULTIPLICAC	0%	11%	55,5%	90%	90%	100%

CUADRO 1

Al analizar el CUADRO 1 se observa que la muestra de niños, al resolver la tarea cuyo contexto es "pared", muestra el siguiente comportamiento:

Un 22% de los niños de I y II nivel escolar y un 11% de los niños del III nivel emplean la enumeración, los niños de los otros niveles escolares no emplean la enumeración para resolver esta tarea.

Un 78% de los niños de I nivel escolar, un 55,5% de los niños de II nivel, un 22% de los del III nivel y un 10% de los niños de IV y V nivel emplean la adición, los niños de VI nivel no la emplean.

Un 11% de los niños de II nivel escolar, un 55,5% de los de III nivel, 90% de los niños de IV y V nivel y un 100% de los de VI nivel escolar emplean la multiplicación. Los niños de I nivel no emplean la multiplicación para resolver esta tarea.

En el siguiente CUADRO 2 se resume, en porcentajes del total de los niños de la muestra, el tipo de operación aritmética empleada por ellos al resolver las tres diferentes tareas, correspondientes cada una de ellas a cada uno de los contextos utilizados

INFLUENCIA DEL CONTEXTO EN EL PROCEDIMIENTO EMPLEADO POR LOS NIñOS AL RESOLVER PROBLEMAS MULTIPLICATIVOS. (PORCENTAJE DE NIñOS DE LA MUESTRA QUE EMPLEAN DETERMINADA ETAPA DE OPERACION DE ACUERDO CON EL CONTEXTO)

CONTEXTOS /	OPERACION REALIZADA			
	ENUMERAC.	ADICION	MULTIPLIC.	OTROS
COMP-VENTA	12,1 %	20.7%	67.2%	0 %
PARED	8,6%	27.6%	58,6%	5 %
MEZCLA	0 %	18 %	48 %	33 %

CUADRO 2

Al analizar el CUADRO 2 se observa que el total de la muestra tiene el siguiente comportamiento al resolver las tres tareas con contextos diferentes:

En la tarea cuyo contexto es "compra y venta", la enumeración la emplea un 12.1% de la muestra, la adición la emplea un 20.7% y la multiplicación la emplea 67.2% del total de niños de la muestra. Ningún niño emplea otro tipo de operación.

En la tarea cuyo contexto es "pared", la enumeración la emplea un 8,6% de la muestra, la adición un 27.6% y la multiplicación un 58,6% de la muestra. Un 5% usa otras operaciones (que no conducen al resultado correcto).

En la tarea cuyo contexto es "mezcla" un 18% de la muestra emplea la adición, un 48% emplea la multiplicación, un 33% emplea otro tipo de operación (que no conduce al resultado correcto). Ningún niño emplea la enumeración.

IV. CONCLUSIONES:

De lo analizado a propósito del CUADRO 1, se puede afirmar lo siguiente: los niños de I nivel escolar al resolver la tarea cuyo contexto es "pared", sólo emplean las operaciones "más elementales" de enumeración y adición. Algunos niños del II nivel (11%) ya usan la multiplicación, la mayoría (55,5%) emplea la adición para resolver el problema. La mayoría de los niños del III nivel (55,5%) usa la multiplicación para resolver el problema. En el IV y V niveles, sólo el 10% se apoya en la adición para resolver la tarea y un 90% lo hace en la multiplicación. Finalmente, en VI nivel, el 100% resuelve el problema empleando la multiplicación. Estos resultados permiten afirmar que:

Conclusión 1:

Se observa una jerarquía genética , es decir una génesis, desarrollo o construcción de los diferentes procedimientos

2

Con respecto al CUADRO 2, se observa que en el problema cuyo contexto es "compra y venta" de confites, predomina en la etapa final la operación de multiplicación (67,2%), la aditiva aparece en un 20,7% de los casos y la de enumeración sólo en un 12,1%. En "pared" la tendencia de la muestra es semejante a la observada en compra y venta, pero los porcentajes varían un poco: 58,6% en multiplicación, 27,6% en adición, 8,6% en enumeración y 5% emplea otro procedimiento. Finalmente en "mezcla" aparece un procedimiento diferente, la compensación cualitativa,y no está presente la enumeración. Los porcentajes encontrados son los siguientes: adición, 18%, multiplicación 48%, compensación cualitativa, 25% y otros un 9%. Todo esto permite afirmar que:

Conclusión 2:

Una variación en el contexto puede hacer variar el procedimiento empleado por los niños para resolver el problema.

2

Conclusión 3:

El contexto mezcla es "más difícil" para los niños de la muestra que los contextos compra y venta y pared.

2

V. BIBLIOGRAFIA:

Orozco, M. (1989). "Método para analizar procesos de solución en niños al resolver problemas multiplicativos". Memorias de la Tercera Reunión CC y del C. sobre formación de Profesores e Investigación en Matemática Educativa.

Oviedo, J. y Méndez, Z. (1990). "Patrones de Solución en Problemas Multiplicativos. Tareas de Compra y Venta". Memorias del Tercer Congreso Nacional de Matemática, San José, Costa Rica.

PROCEDIMIENTOS PARA RESOLVER PROBLEMAS MULTIPLICATIVOS TIPO PROPORCION

Jenny Oviedo de Valerio y Zayra Méndez

Escuela de Matemática-IIMEC. Universidad de Costa Rica.

RESUMEN

En este trabajo se estudian procedimientos que emplean niños de 7 a 12 años al resolver problemas multiplicativos tipo proporcionalidad. Se analizan tareas con dos contextos diferentes "compraventa" y "mezcla". Se comprueba que los problemas cuyo contexto es "mezcla" son más difíciles para los niños que cuando el contexto es "compraventa". Se verifica la hipótesis de Gómez Granell de que los niños al resolver este tipo de problemas se apoyan preferiblemente en la relación exacta ya sea esta interna o externa.

1. Introducción

Continuando con el estudio de los procedimientos empleados por los niños al resolver problemas multiplicativos planteado en anteriores publicaciones, ver Oviedo y Méndez (1990), (1991), Orozco (1990), aquí se analizan los procedimientos empleados por los niños al resolver problemas multiplicativos tipo proporción. Desde un punto de vista matemático, el enunciado de estos problemas es:

"A una colección cualquiera F_n de objetos se le ha asignado un valor $v(F_n)= v$. ¿Cuál es el valor de una colección F_k de objetos semejantes?".

Esquemas cualitativo y cuantitativo de estos problemas son:

Esquema cualitativo:	Esquema cuantitativo:
F_n ------> $v(F_n)$	n ------> $v(n)$
F_k ------> x	k ------> x

donde los numerales n, k y v(n) son enteros positivos y representan datos conocidos del problema o tarea propuesta a los niños de la muestra. El símbolo x es la incógnita, esto es, la solución del problema y está dada por: $x = v(F_k) = k \cdot p$, siendo $p = v(1)$. A este valor p se le acostumbra llamar "la constante" o el valor de la unidad.

Se nota que p es la solución de un problema con estructura de proporcionalidad simple, donde la razón $v(n)/n$ se llama la "primera razón", x/k se llama la "segunda razón" y la solución del problema se podría obtener resolviendo la igualdad de razones:

$$v(n)/n = x/k$$

2. Procedimiento y metodología

Se analiza las conductas o producciones gestuales, verbales y escritas de los niños de una muestra de 7 a 12 años de edad ante tareas o problemas diseñados y seleccionados especialmente.

Los problemas le son propuestos a los niños en entrevistas individuales, que son filmadas para luego ser analizadas con todo detalle. Los niños disponen de material concreto en la solución de los problemas.

Del conjunto de problemas presentados, se estudia aquí sólo cuatro tareas correspondientes a problemas multiplicativos tipo proporcionalidad, dos cuyo contenido llamamos "compraventa" y dos cuyo contenidos llamamos "mezcla", así se puede observar la influencia del contexto en el procedimiento de solución.

Los enunciados esquemáticos de estas tareas para el contenido "compraventa" son las Tareas #7 y 8 y para "mezcla" las 9 y 10.

<u>Tarea #7:</u>

Dos confites valen 5 colones. ¿Cuánto valen 4 confites?

<u>Tarea #8:</u>

Los confites valen 6 colones. ¿Cuánto valen 3 confites?

<u>Tarea #9:</u>

He hecho un jugo con 2 vasitos de agua y 4 cucharaditas de polvo de naranja. ¿Cuántas cucharaditas de polvo de naranja debes agregar a 5 vasitos de agua para que tu jugo quede del mismo color y el mismo sabor que el mío?

<u>Tarea #10:</u>

He hecho un jugo con 2 vasitos de agua y 3 cucharaditas de polvo de naranja. ¿Cuántas cucharaditas de polvo de naranja debes agregar a 6 vasitos de agua para que tu jugo quede del mismo color y del mismo sabor que el mío?

Por razones de espacio, no se comenta la manera de llevar a cabo las entrevistas, de obtener los protocolos y de codificar la información. (Ver Oviedo y Méndez, 1990).

2.1 Método de Análisis:

Un análisis de los procedimientos de solución que emplean los niños al resolver problemas multiplicativos, en particular, los problemas de proporción, primero, debe tomar en cuenta el conjunto de términos formado por los valores numéricos que se le asignan a los objetos concretos sobre los que versa el problema. En segunda instancia, debe analizar las relaciones que entre esos términos realizan los niños, tercero, las operaciones que efectuan para calcular la incógnita y por último, debe tomarse en cuenta, la influencia del contexto experimental en el modo de solución que el niño adopta.

Por ejemplo, en la Tarea #10 los valores de los términos del problema son:

$n = 2$ $v(n) = 3$ $k = 6$ $x = v(6)$

2.2 Relaciones entre los términos:

Los procedimientos de solución que emplean los niños para encontrar el valor de la incógnita x, dependen de las relaciones que establecen con los valores de los otros términos, esto es, con n, $v(n)$ y k.

Las relaciones que los niños establecen entre los términos son:

n ------> v(n), k ------> x, n ------> k,

v(n) ------> x, n ------> x, k ------> v(n)

Por ejemplo en la Tarea #10 cuyo esquema cuantitativo es:

2 ------> 3

6 ------> x

los niños pueden emplear, además, las relaciones:

2 ------> 6, 3 ------> x, 2 ------> x y 6 ------> 3

Considerando la relación entre los términos de las razones que constituyen una proporción, Noelting (1980), llamó:

Relación Interna a la que se establece entre términos de la misma razón. Por ejemplo: n ------> v(n) y k ------> x son relaciones internas. Es decir, las relaciones internas son las que se establecen entre objetos de diferente tipo: agua y polvo de naranja en las tareas 9 y 10; confites y precio de los confites, en las tareas 7 y 8.

Relación Externa a la que se establece entre términos de razones diferentes, pero del mismo tipo, por ejemplo: n ------> k, v(n) ------> x, es decir, entre agua y agua o entre polvo de naranja y polvo de naranja en las tareas 9 y 10.

Las relaciones entre los valores numéricos de los términos pueden ser relaciones Exactas o Inexactas. Una relación, por ejemplo: n ------> v(n) es Exacta, si el cociente: n/v(n) o el cociente: v(n)/n es un entero positivo en caso contrario, se dice que es Inexacta.

Por ello, para observar la influencia del tipo de relación en el procedimiento empleado por los niños, las tareas escogidas se han diseñado así: en las tareas # 7 y #10 las relaciones internas son inexactas y las externas exactas y en las tareas #8 y #9 las relaciones internas son exactas y las externas son inexactas.

3. Análisis de Resultados

3.1 Procedimientos empleados por los niños en las tareas:

Para los propósitos del análisis que se desea hacer aquí de las relaciones empleadas por los niños al resolver las tareas mencionadas, para describir los procedimientos, se usa un lenguaje bastante informal, cercano al que utilizan los niños para describir las relaciones y operaciones que realizan para resolver los problemas.

Procedimientos Tarea #7

1.7 El niño hace dos grupos de confites, uno de un confite y otro de dos confites. Toma 5 monedas y luego otras cinco monedas y cuenta todas las monedas y dice son 10.

2.7 El niño hace dos grupos de confites, uno de un confite y otro de dos confites y dice son 10, porque 5 y 5 son 10 o 5 + 5 son 10.

3.7 El niño hace dos grupos de confites, uno de un confite y otro de dos confites y dice son 10, porque 5 x 2 = 10.

4.7 El niño mira los confites o los separa uno a uno y dice son 10, porque cada uno vale 2,5 colones y .mo 2,5 cuatro veces, me da 10 colones.

5.7 El niño mira los confites o los separa uno a uno y dice son 10, porque cada uno vale 2,5 colones y 2,5 x 4 = 10.

6.7 El niño le pone dos monedas a cada confite y luego cuenta las monedas y dice son 8, porque cada confite vale 2.

7.7 El niño mira los confites o los separa uno a uno y dice son 20 colones porque 5 + 5 + 5 + 5 = 20 o 5 x 4 = 20.

<u>Procedimientos Tarea #8</u>

1.8 El niño separa dos confites y 6 monedas, un confite y 3 monedas. Luego cuenta todas las monedas y dice son 9, porque dos confites valen 6 colones y un confite vale 3.

2.8 El niño hace dos grupos de confites, uno de un confite y otro de dos confites. Luego dice: dos valen 6, entonces, uno vale 3 (divido 6:3), entonces, los tres valen 6 + 3 = 9.

3.8 El niño mira o separa uno a uno los confites y dice: dos valen 6, entonces, uno vale 3 y los tres valdrán 3 + 3 + 3 = 9.

4.8 El niño mira o separa uno a uno los confites y dice: dos valen 6, entonces, uno vale 3 y los tres valdrán 3 x 3 = 9.

5.8 El niño le coloca 3 monedas a cada confite y contando las monedas dice son 9.

6.8 El niño dice son 18, porque 6 + 6 + 6 = 18 o 6 x 3 = 18.

7.8 Otro.

<u>Procedimientos Tarea # 9</u>

1.9 El niño dice: en dos vasos hay 4 cucharaditas, entonces, en un vaso hay 2 cucharaditas. Como son 5 vasos se deben poner 5 x 2 = 10 cucharaditas.

2.9 El niño dice: por 2 vasos serían 4 cucharaditas, por 4 vasos serían 8 cucharaditas. Por un vaso serían 2 cucharaditas. Entonces, por 5 vasos serían 8 + 2 = 10.

3.9 El niño dice son 20 pues 4 x 5 = 20 o 4 + 4 + 4 + 4 + 4 = 20.

4.9 El niño suma dos datos cualquiera del problema.

5.9 El niño compensa cualitativamente o usa los datos del problema que haya resuelto anteriormente.

6.9 El niño no intenta resolverlo.

<u>Procedimientos Tarea #10</u>

1.10 El niño dice: en 2 vasos hay 3 cucharaditas, entonces, en un vaso hay 1 y 1/2 cucharaditas (o 1,5). Como son 6 vasos se deben poner 1,5 x 6 = 9.

2.10 El niño dice: en 2 vasos hay 3 cucharaditas, entonces, en un vaso hay 1 y 1/2 cucharaditas (o 1,5). Como son 6 vasos se deben poner 9, suma 1,5 seis veces.

3.10 El niño dice: en 6 vasos hay 3 grupos de 2 vasos (divide 6:3) y a cada grupo le tocan 3 cucharaditas. Por eso pongo 3 x 3 = 9 cucharaditas. O dice: 6 es el triple de 2 por eso pongo el triple de cucharaditas, 3 x 3 = 9.

4.10 El niño dice: por 2 vasos serían 3 cucharaditas, más otros 2 vasos serían 6 y más otros dos vasos serían 9 cucharaditas.

5.10 El niño dice son 18 porque 3 x 6 = 18.

6.10 Otro. (Compensa cualitativamente, hace el doble de 6 como en el problema anterior, ect.).

7.10 El niño no intenta resolver el problema.

En los siguientes cuatro cuadros se resume el tipo de procedimientos empleados por el niño, la relación o relaciones en que se apoya este procedimiento y el porcentaje de niños que lo utilizan en cada una de las tareas:

Tarea # 7		
Proc.	**Relaciones**	**%**
1.7	externa exacta	3.5
2.7	externa exacta	60.7
3.7	externa exacta	14.2
4.7	interna enexacta	10.7
5.7	interna inexacta	5.3
6.7	interna inexacta	1.7
7.7	otra	3.5

Cuadro Nº 1

Tarea # 8		
Proc.	**Relaciones**	**%**
1.8	int. exac.-ext. inex.	1.7
2.8	int. exac.-ext. inex.	42.8
3.8	interna exacta	12.5
4.8	interna exacta	30.3
5.8	interna exacta	1.7
6.8	otra	5.3
7.8	otra	5.3

Cuadro Nº 2

Tarea # 9		
Proc.	**Relaciones**	**%**
1.9	interna exacta	40.0
2.9	int. exac.-ext. inex.	9.0
3.9	otra	16.3
4.9	otra	7.2
5.9	otra	14.5
6.9	no expresa ninguna	12.7

Cuadro Nº 3

Tarea # 10		
Proc.	**Relaciones**	**%**
1.10	interna inexacta	16.6
2.10	interna inexacta	1.8
3.10	externa exacta	18.5
4.10	externa exacta	16.6
5.10	otra	11.1
6.10	otra	9.2
7.10	no expresa ninguna	25.9

Cuadro Nº 4

En los cuadro anteriores se puede observar que:

La Tarea #7 es resuelta por el 94.8% de los sujetos, un 78.4% se apoya en la relación externa exacta y un 21.2% se apoya en la relación interna inexacta.

La Tarea #8 sólo un 10.6% no la resuelve bien, un 44.5% se apoya en una relación interna exacta, un 44.5% en un procedimiento que involucra dos relaciones una interna exacta y una externa inexacta.

La Tarea #9 un 51% no logra resolverla, un 40% utiliza una relación interna exacta y un 9% utiliza dos relaciones: la interna exacta y la externa inexacta.

La Tarea #10 es resuelta por un 53.8% de los niños. El 35.1% utiliza una relación externa exacta y un 18.4% utiliza una relación interna inexacta.

4. Conclusiones

1. Es evidente que las tareas 9 10 cuyo contexto es mezcla son mucho más difíciles que las tareas 7 y 8 cuyo contexto es compraventa. Esto obedece probablemente al hecho de que se trata de contextos diferentes uno de los cuales es "aritmético" (compraventa) y otro es "físico" (mezcla). En el primero, dada la naturaleza de los materiales concretos de tipo discreto (confites y monedas), los niños pueden recurrir constantemente a estos materiales para establecer las relaciones entre ellos. En el caso de los problemas físicos se trata de elementos que al hacer las mezclas se desaparece la discrecionalidad de las unidades de medida.

Esto comprueba nuevamente la influencia del contexto en la solución de problemas multiplicativos, conclusión a la que ya habíamos llegado analizando otras tareas de compra y venta tipo transformación lineal, ver Oviedo y Méndez (1991).

2. Con respecto al tipo de relaciones empleadas por los estudiantes en la solución de los problemas predomina en esta muestra el empleo de la relación exacta ya sea interna o externa. Estos resultados parecen confirmar la hipótesis de Gómez Granell (1987) que afirma: los niños al resolver los problemas donde no se conoce el valor de la constante v(1), esto es, problemas en los cuales n>1, ellos se apoyan en la relación exacta, independientemente de ser relaciones internas o externas, para resolver el problema, y no utilizando preferentemente la relación interna.

5. Bibliografía

Gómez Granell, C. (1987). "El Niño y la Resolución de Problemas Multiplicativos" Tesis de Doctorado Universidad de Barcelona.

Noelting, G. (1980). "The development of Proporcional reasoning and the ratio concept: Part 1- Differentiation of stages. Educational studies in Mathematics, 1980, 11, New York.

Orozco, M. (1989). "Método para analizar procesos de solución en niños al resolver Problemas Multiplicativos". Memorias III Reunión C.C. sobre F.P. e I.M.E., San José, Costa Rica.

Oviedo, J. y Méndez, Z., (1991). "Implicaciones Pedagógicas del Proyecto Patrones de Solución en Problemas Multiplicativos". Memoria de la V Reunión C.C. sobre F.P. e I.M.E., Tegucigalpa, Honduras.

Oviedo, J. y Méndez, Z., (1990). "Patrones de Solución en Problemas Multiplicativos. Tareas de Compra y Venta". Memorias del Tercer Congreso Nacional de Matemática, San José, Costa Rica.

SOLUCION DE PROBLEMAS: ASPECTO FUNDAMENTAL EN LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMATICAS

JENNY OVIEDO DE VALERIO
Escuela de Matemática-IIMEC
UNIVERSIDAD DE COSTA RICA

I. INTRODUCCION

Haciendo un análisis de los diferentes objetivos de la enseñanza de la matemática, considero de particular importancia aquellos que se refieren a favorecer las estructuras mentales de los educandos, a capacitarlos para el uso de la matemática en su vida cotidiana y al de hacer que las matemáticas constituyan un sistema de pensamiento que facilite la solución de problemas. En otras palabras, considero que la enseñanza de la matemática debe tener como objetivo fundamental el favorecer el desarrollo del razonamiento del alumno y a la vez, debe proporcionar las herramientas necesarias para resolver problemas de la vida diaria presente y futura de los estudiantes.

Sin embargo, de todos es conocido, que estos objetivos no son alcanzados por la mayor parte de la población estudiantil de nuestras escuelas de niveles básicos y medio básico, como se pone de manifiesto, en mi país, en varios diagnósticos realizados en el Instituto para el Mejoramiento de la Enseñanza de las Ciencias (IIMEC), (1986) y en otro tipo de estudios, como por ejemplo, el de Buján (1983), Oviedo y Méndez (1985), Arguedas y otros (1986), etc.

Son muchos los **factores** que influyen en estos resultados no satisfactorios en la enseñanza de la matemática y que han sido denunciados en revistas y seminarios en este campo. Entre ellos están:

Objetivos de la enseñanza de la matemática no bien entendidos o conocidos por los maestros y profesores de esta asignatura, programas no adecuados para la enseñanza, evaluación deficiente, pocas horas dedicadas a impartir lecciones de matemáticas, falta de hábitos de estudio de los educandos, falta de motivación para el estudio de las matemáticas, preparación insuficiente de un gran porcentaje de los educadores, metodologías inadecuadas para la enseñanza

falta de buenos textos, etc, etc.

En el artículo: "Mejoramiento de la Enseñanza de la Matemática", Oviedo y Méndez (1991), se analizan algunas de estas causas de fracaso y se proponen algunas sugerencias para este mejoramiento. Entre ellas:

"Capacitar a los maestros y profesores en ejercicio, tanto en técnicas metodológicas como en contenidos programáticos: Los maestros y profesores en ejercicio deben conocer las investigaciones más recientes en la enseñanza, aclarar concepciones epistemológicas, sobre las teorías del conocimiento y su relación con metodologías de enseñanza.

Ellos deben ser capaces de relacionar la enseñanza de la matemática con el estímulo al pensamiento crítico, la creatividad y la solución de problemas."

Por ello, el objetivo principal de este trabajo es dar a conocer ciertas ideas que se están implementando en el ámbito de la enseñanza de la matemática, resultado de trabajos de investigación realizados bajo un marco teórico constructivista por la autora con la colaboración de la Dra. Zayra Méndez en unos, en forma conjunta con investigadores colombianos (Orozco, Valencia y Bedoya) y españoles (Gómez Granell) en otros, y resultado de trabajos realizados por investigadores de otras latitudes: Vergnaud (1981); Kaimii (1982); Gómez-Granell (1983); Sastre (1976); Moreno (1983); Avila (1989); Wheatley (1990); Block, Martínez y Dávila (1989), etc.

II. ACERCA DE LA METODOLOGIA:

Metodología Tradicional:

Aunque, según diagnósticos del IIMEC (1986), en mi país, no existe una fundamentación teórico-práctica claramente definida que oriente a los docentes, sabemos que, la metodología más generalizada en nuestro medio ambiente para enseñar matemáticas es básicamente expositiva y de transmisión de conocimientos.

Es así como, por ejemplo, los maestros de nivel básico (primaria) le dan mucha importancia a la enseñanza del Sistema de Numeración, a la parte puramente mecánica de hacer sumas, las multiplicaciones y las otras operaciones aritméticas, a la memorización de reglas y definiciones y no dan la suficiente importancia a las acciones mentales que llevan al alumno a la "abstracción reflexiva", que es la base de la construcción lógico-matemática, según Piaget, (1975).

En este esquema de metodología tradicional, tampoco se le da debida importancia a la solución de problemas concretos de la vida cotidiana del niño, ya que al ser éste, un esquema de enseñanza primordialmente transmisivo: se transmite la teoría y luego se agrega un ejemplo que pretende establecer una relación con la realidad.

Por otro lado, la experiencia acumulada en muchos años como profesora de matemática, me permite afirmar, que aquellos alumnos, cuyo aprendizaje consiste básicamente en memorizar todas las reglas, teoremas, definiciones y "trucos" que el profesor les enseñó, muy poco tiempo después de un examen, han olvidado prácticamente todo lo memorizado. En otras palabras, con una enseñanza trasmisiva memorística, no se logra que los alumnos entiendan e interioricen los conceptos matemáticos, ni mucho menos que sean capaces de aplicarlos en la solución de problemas .

En contraposición a la **metodología tradicional**, que consiste básicamente en una transmisión de los contenidos establecidos en los programas, se encuentra la posición metodologicista, en la cual se insiste en la importancia del método, sobrevalorando la actividad del alumno como proceso de experiencia. Estas dos posiciones han dado lugar al llamado "conflicto pedagógico".

Actualmente, el movimiento educativo se inclina más por una concepción interdependiente entre contenidos y métodos, tomando en cuenta tanto a los objetivos propuestos, como al educando que va a adquirir los conocimientos. Esto es, en las nuevas metodologías, tal como lo expresa muy bien Gutiérrez (1988), "las estrategias metodológicas están muy relacionadas con lo que se **desea enseñar**, pero el **cómo se enseña** es tan importante como el contenido mismo."

Metodologías Constructivistas:

Las nuevas pedagogías científicas, como por ejemplo la Pedagogía Operatoria, basadas en los descubrimientos relativos a la manera cómo se desarrolla la inteligencia en el niño y en el adolescente, originados en los trabajos de Jean Piaget, Barbel Inhelder y sus colaboradores de la Escuela de Ginebra, desde hace algunos años se vienen aplicando al campo de la educación con magníficos resultados.

De acuerdo al modelo de Piaget sobre el funcionamiento cognoscitivo, el sujeto es el constructor de sus conocimientos, de su saber. En esta construcción se produce una constante interacción entre el sujeto y el medio que lo rodea, de lo cual se deriva la importancia de la influencia positiva o negativa de la familia y de la escuela en el desarrollo mental del niño.

Al respecto, Sastre (1976), una de las creadoras de la Pedagogía Operatoria, nos dice: "La construcción de la inteligencia es pues un proceso, a través del cual el individuo interpreta la realidad que le rodea, realidad que desempeña una doble función en cuanto que constituye el factor estimulante de la acción del sujeto y a la vez regula las asimilaciones deformantes que éste le impone, obligándole

06.01.00
131

a modificarse y a elaborar nuevas interpretaciones que se adecúen más a las leyes que rigen dicha realidad."

Por otra parte, afirman Basedas y Sellares (1983) que como todo conocimiento supone un proceso de construcción mental, producto de la interacción de las ideas elaboradas espontáneamente por el niño sobre una noción y lo que se le ha enseñado acerca de ella, al enseñar se debe tomar en cuenta este proceso y analizar no sólo el grado de dificultad de los contenidos que se deseen transmitir, sino también las posibilidades intelectuales de los alumnos para adquirir esos contenidos.

Por eso, bajo este marco teórico, en la Pedagogía Operatoria, el papel del maestro es, dice Gómez Granell (1983), "respetando los intereses del grupo, proponer las situaciones más adecuadas para que mediante la búsqueda de soluciones, la discusión y la contrastación de las mismas, cometiendo errores y superándolos, inventando y creando, se pueda dar esta construcción." Ideas semejantes a estas son las que se tratan de aplicar en la enseñanza de la matemática particularmente en lo relativo a la solución de problemas.

En mi país, algunas educadoras e investigadoras en enseñanza de la matemática han realizado experiencias positivas empleando este tipo de aprendizaje en la enseñanza de la matemática de primer año escolar. Por ejemplo, Méndez y Pereira (1985).

III.LA SOLUCION DE PROBLEMAS EN LA ENSEÑANZA DE LA MATEMATICA

Según el enfoque constructivista de la enseñanza de la matemática, se puede afirmar, que la enseñanza de esta asignatura, sobre todo en el nivel básico, debe partir de experiencias concretas, de situaciones problemáticas que se le presentan a los niños en su vida diaria.

Es un hecho, que el enfrentar a los niños a problemas que les sean interesantes y que requieran para su solución herramientas matemáticas, constituye una buena motivación para el estudio de la matemática. De esta manera, ellos se dan cuenta de la utilidad de la matemática y por tanto de la necesidad de su estudio.

Por ejemplo, para un niño de escuela primaria no tiene mucho sentido aprender a hacer multiplicaciones, pero sí le motivará este estudio, el saber que multiplicando, él puede calcular, rápidamente, cuanto tiene que pagar por unos caramelos que compra en la tienda.

Los Problemas como un medio para conseguir el aprendizaje:

Todo lo mencionado hasta el momento, nos hace pensar que la solución de problemas puede contribuir no sólo a estimular el razonamiento y el espíritu crítico de los educandos sino a favorecer su motivación por aprender matemática.

Es más, estoy de acuerdo con Avila (1990), en que uno de los errores metodológicos más frecuentes de los profesores o maestros, es considerar la solución de problemas sólo como un **fin** del aprendizaje de la matemática y no como un **medio** para conseguir este aprendizaje.

Con la idea anterior, lo que se quiere expresar es, que los conceptos y operaciones matemáticas básicas debieran ser construidos, captados en forma natural por los niños y adolescentes, a través de la solución de problemas. De esta manera, es que el estudiante llegará a comprender el significado práctico de las operaciones, esto es, que una operación matemática sirve para representar una amplia gama de situaciones y acciones que se le presentan a diario.

Así, por ejemplo, los estudiantes de nivel básico, resolviendo problemas aditivos, aprenden que la operación de sumar, puede representar acciones tan diversas como: ganar, aumentar, entrar, agregar, etc. y que por medio de la resta se pueden representar acciones como: perder, disminuir, salir, separar, etc., que es al fin y al cabo, la manera en que el niño aplica estos conceptos matemáticos al resolver sus problemas cotidianos, aún antes de entrar a la escuela primaria.

Por ello, el contenido de estos problemas, sobre todo para la enseñanza de escolares, debe ser muy concreto, estar ligado estrechamente a situaciones de su vida cotidiana.

Con respecto al argumento anterior, nos ha inspirado, también, la afirmación de Vergnaud, (1981), en el sentido de que las tareas que los niños realizan en la escuela no debieran ser , en su esencia, diferentes a las que ellos afrontan en su vida corriente. Agrega este autor, que el proceso que se realiza al resolver un problema y que consiste en analizar una situación, representarla, operar sobre esta situación para encontrar la solución, aplicar la solución encontrada, volver a empezar si es el caso, es el proceso que se sigue fundamentalmente en la vida y no sólo en la escuela.

Si por otra parte, aceptamos que el objetivo final de la enseñanza de las matemáticas es el capacitar al estudiante para que pueda resolver problemas, tal como fue defendido por las autoras Oviedo y Méndez en el artículo sobre el mejoramiento de de la enseñanza de la matemática, ya mencionado, debemos preguntarnos:

¿Cuál es la manera más conveniente de fundamentar la enseñanza de las matemáticas principalmente en la solución de problemas?

¿Cómo podemos desarrollar las habilidades, capacidades y las actitudes en los alumnos para resolver problemas?

Una respuesta obvia a la segunda pregunta será, por supuesto, como lo afirma Avila (1989), que esto se logrará resolviendo problemas. Por supuesto, que los problemas planteados a los alumnos deben reunir ciertas características que comentaremos más adelante en este trabajo. Muchos son los factores que deben ser tomados en cuenta para que la práctica de solución de problemas sirva para lograr los objetivos metodológicos propuestos.

En este trabajo daremos respuestas a los dos interrogantes planteados, basadas en las investigaciones inspiradas en la epistemología genética, mencionadas en la sección I.

Según los seguidores de metodologías cuya base es el construccionismo, como Gómez Granell, (1983), "el niño debe construir sobre datos reales los contenidos matemáticos y esto exigirá por nuestra parte conocer detalladamente cuáles son los procedimientos expontáneos que el niño desarrolla cuando debe resolver por sí mismo las situaciones problemáticas que la adquisición de dichos contenidos plantea."

En otras palabras, si se quiere implementar en forma adecuada una metodología basada en la solución de problemas, es necesario, por un lado conocer cómo es que los niños resuelven los diferentes tipos de problemas. Así se pueden valorar las características y el grado de dificultad de los contenidos que se desea el niño elabore. Por otro lado, se debe dar énfasis al aspecto de que el estudio de los diferentes contenidos de las matemáticas escolares, pueden ser introducidos mediante un problema que se le plantea a los estudiantes.

Desde esta perspectiva, un grupo de colegas costarricenses, colombianos y la doctora española Gómez Granell, realizamos un estudio sobre la manera en que estudiantes del nivel básico resuelven problemas multiplicativos, cuyas conclusiones tienen implicaciones pedagógicas útiles en el desarrollo y preparación de las lecciones sobre solución de problemas. (Oviedo y Méndez, 1991):

Conclusiones:

1- Se observa una jerarquía genética o evolución en los procedimientos de solución. Es decir, se observa una génesis, desarrollo o construcción de los diferentes procedimientos de solución.

Por ejemplo, al resolver un problema como el siguiente: Un confite vale 3 pesos, ¿cuánto valen 7 confites?, se observa que los niños más pequeños de la muestra, emplean procedimientos "más elementales": el niño sólo obtiene y conserva un dato (el precio de un confite) y luego emplea enumeración para obtener la solución del problema (el precio de varios confites. Los niños mayorcitos, emplean procedimientos "más complejos", como por ejemplo: el niño sí puede obtener y conservar los dos datos del problema (el precio y el número de confites) y luego emplea operaciones aditivas o multiplicativas para obtener el resultado del problema.

2- Una variación en el contexto puede hacer variar el procedimiento empleado por los niños para resolver el problema.

En otras palabras, ante un mismo tipo de problema, una variación en el contexto, que puede consistir en una variación en el contenido del problema o en mantener el mismo contenido y usar diferentes valores numéricos, puede provocar en los niños procedimientos de solución diferentes.

Por ejemplo, en la investigación se observa que algunos niños, al resolver problemas cuyo contexto llamamos "mezcla", más difíciles que los tipo "compra y venta", vuelven a usar procedimientos de solución más elementales, que ya habían superado en la solución de problemas cuyo contexto es "compra y venta". (Oviedo y Méndez, 1991 y 1992).

Implicaciones Pedagógicas:

Consideramos que la primera conclusión tiene las siguientes implicaciones pedagógicas:

a) El maestro o profesor debe conocer esta génesis para no exigir el mismo tipo de solución a todos los niños, al resolver un determinado problema. Es decir, no se debe esperar que niños de diferentes edades o niveles escolares, resuelvan de la misma manera un determinado problema.

b) Conociendo esta génesis o construcción del procedimiento, el maestro debe anticipar que un mismo niño va a pasar desde las etapas "más elementales", a las etapas "más complejas" de solución y por lo tanto, no debe presionarlo para que desde un principio vaya a emplear procedimientos muy elaborados.

c) Así mismo, el educador debe anticipar que en un mismo grupo puede haber alumnos con diferentes estructuras o niveles mentales, lo que va a condicionar otras tantas formas de solución ante un mismo problema.
Sin embargo, como se comprueba en la experiencia, al

resolver un problema, existe una manera más usual de proceder a una determinada edad, aspecto que debe ser tomado muy en cuenta por el maestro, para ayudar a los alumnos que presenten un ritmo de aprendizaje más lento.

Las implicaciones pedagógicas que se pueden derivar de la segunda conclusión son las siguientes:

d) El maestro o profesor debe estar consciente del hecho de que al variar el contexto a un determinado tipo de problema, el alumno puede presentar un aparente retroceso en su búsqueda de solución. Esto no significa que el alumno haya olvidado el procedimiento que empleó en un contexto más simple, sino que se ve obligado a reconstruirlos al enfrentarse a contextos más complejos.

e) El maestro o profesor no debe indicar el procedimiento que el alumno debe usar para resolver los problemas propuestos, ya que dependiendo de su nivel de razonamiento y del contexto de los problemas, el niño empleará uno u otro método para resolverlos. La labor del educador debe consistir en favorecer la expresión expontánea del procedimiento de solución natural del alumno.

Como síntesis final de nuestro estudio, se puede decir que la existencia de variados procedimientos para resolver un mismo problema, alerta aleducador sobre el daño que puede producir en los alumnos un tipo de lección que consista en una repetición mecánica de procedimientos para resolver problemas. No todos los niños siguen la misma receta de pasos preestablecidos por el maestro para buscar una solución a un determinado problema y por lo tanto querer encasillarlos en algo estereotipado, es contrario a su evolución expontánea y creativa.

IV. IMPLEMENTACION DE LA METODOLOGIA

Una metodología constructivista de la enseñanza de la matemática basada fundamentalmente en la solución de problemas, debe tomar en cuenta dos aspectos importantes:

El primero es el relativo a la naturaleza o características de los problemas, esto es, qué tipo de problemas proponer a los alumnos de los diferentes niveles escolares y el segundo, es el relativo a la manera en que se debe conducir una clase o lección de solución de problemas.

Características de los Problemas:

Con respecto al primer aspecto, esto es, la naturaleza de los problemas, se puede decir, que estos deben reunir ciertas características:

1- los problemas propuestos a los niños deben implicarles un cierto **reto**, un cierto conflicto, en otras palabras, deben constituir una verdadera situación problemática;

2- deben conllevar una **cierta finalidad**, esto es, que su solución signifique una manera de conocer mejor su medio ambiente, o de explicar las cosas que suceden a su alrededor;

3- los problemas propuestos a los alumnos de nivel básico (escuela primaria), tomando en cuenta las características concretas de su pensamiento, deben referirse a **situaciones concretas** de la vida cotidiana; para el nivel básico medio, los problemas deben referirse a situaciones interesantes para los adolescentes, que respondan a sus intereses e inquietudes;

4- los problemas de un mismo tipo, deben referirse a una amplia gama de **contextos**, de este modo el niño se verá enfrentado a situaciones que lo retan en su capacidad reflexiva y creativa;

5- los problemas presentados en una lección no deben responder a un mismo esquema de razonamiento. Por ejemplo, en la escuela primaria (nivel básico), al resolver problemas aditivos, no limitarse al tipo de problemas que obedece al siguiente esquema: teniendo una cantidad inicial agregar o quitar otra y preguntar cuánto da el resultado. Esta práctica tiene el inconveniente de provocar en los alumnos respuestas mecánicas, más o menos estereotipadas para las que no hay que razonar mucho y con lo cual se pierde el objetivo principal que todo ejercicio mental debe plantear al niño.

¿Cómo Conducir una Lección de Solución de Problemas?

En cuanto al segundo aspecto a considerar, el relativo a la manera o forma de conducir una lección de solución de problemas, es muy importante que el educador tome en cuenta los aspectos que ya hemos señalado en la sección anterior, como consecuencias pedagógicas de la investigación realizada por la autora sobre problemas multiplicativos (Oviedo y Méndez, 1991), como son:

Al presentar un problema se debe estimular al niño o adolescente a hacer sus propios planteamientos, a descubrir las hipótesis en que se basará su procedimiento o forma de resolver el problema. Con esta actitud, el educador respeta la psicogénesis y espontaneidad que debe caracterizar toda situación educativa. Además, los niños y adolescentes necesitan experiencias sobre las cuales ellos puedan reflexionar y por ello la práctica de procedimientos mostrados por el maestro no proporciona esta oportunidad.

Como una alternativa de conducción de una lección de solución de problemas, el pedagogo norteamericano Wheatley (1990), recomienda poner a trabajar a los alumnos en grupos de cuatro o cinco, y cada grupo discute el mismo problema. Según su experiencia, de esta manera las preguntas surgen naturalmente de los miembros de cada grupo y no es el maestro el que artificialmente las inventa.

Después de que los grupos finalizan la solución de los problemas propuestos, presentan a todos los alumnos de la clase los resultados obtenidos. Afirma este autor, que cuando los educandos llevan a cabo esta labor, están ansiosos de retar y ampliar las afirmaciones hechas por los demás estudiantes. Su interés primordial es mostrar qué meta han alcanzado y no quedar bien con el profesor.

De acuerdo a lo afirmado, Wheatley señala, que el clima que debe prevaler en una lección donde se discute un determinado concepto o tema, debe de ser tal, que los alumnos perciban las preguntas que el profesor les hace, como una acción para facilitar el aprendizaje y no para evaluar cuánto ellos saben en ese momento.

Este método, dice el autor, es diferente al llamado "enseñando descubriendo" donde usualmente el maestro se para frente a la clase ordenada en hileras de alumnos y propone un problema y luego comienza a hacer preguntas que conduzcan a los alumnos a encontrar la solución.

En el método "enseñando descubriendo", entonces, el profesor actúa como un filtro: selecciona respuestas, rechaza otras y elabora la solución del problema sólo sobre las respuestas de ciertos estudiantes, acción que tiene las siguientes desventajas: los alumnos, rápidamente centran su atención en preguntarse ¿qué es lo que su profesor desea que contesten? y no en pensar cuáles relaciones matemáticas pueden ellos mismos establecer. Ellos saben que el maestro tiene una fórmula o relación en mente y el método de solución, su labor se limita, entonces, a adivinar qué es lo que el profesor está pensando.

El tipo de discurso que Wheatley propone, consiste fundamentalmente en que los estudiantes compartan sus métodos de solución, sus conjeturas y sus puntos de vista. Para ello el maestro debe ayudar y orientar la discusión en los grupos, usando en cada discusión las ideas que a los alumnos de cada grupo se les ha ocurrido. De esta discusión grupal surgen las correcciones expontáneas si los estudiantes han seguido un razonamiento erróneo.

Defiende este autor, que la clase debe transformarse en un forum donde los alumnos construyen las explicaciones para su propio razonamiento. Explicando a sus compañeros cómo ellos entienden un problema, los estudiantes elaboran y refinan su propio pensamiento y profundizan su entendimiento. Así, la discusión en clase facilita el aprendizaje y promociona la autoevaluación.

El argumento anterior se basa en el hecho conocido de que cuando una persona, ya sea joven o adulta, se ve en la situación de expresar sus pensamientos en palabras, se siente estimulada para su análisis y organización. Al respecto, Cummings (1971) ha expresado, además, que la discusión es valiosa, porque nos pone a escuchar y a comunicar nuestras ideas. Escuchando, tratando de ver las cosas desde otros puntos de vista, es que las personas alcanzan su comprensión o entendimiento

Este tipo de lección de solución de problemas tiene la ventaja de que, como lo afirma Kaimii (1982) , aquellos alumnos que se acostumbran a poner en práctica sus propias ideas, llegarán a construir las estructuras intelectuales que les permitan desarrollar una visión real del mundo y a ser autónomos, es decir, individuos que toman sus propias decisiones.

Otras recomendaciones para desarrollar una lección de solución de problemas:

Creo que es también muy importante analizar las recomendaciones que nos aportan los investigadores mexicanos Block, Martínez y Dávila (1990) con respecto a la manera de conducir una lección de solución de problemas, los supuestos que se deben establecer y al tipo de problemas que se les puede proponer a los alumnos.

Los supuestos que estos autores manejan son los siguientes:

1- Para resolver un problema no es necesario recibir previamente información acerca de cómo se resuelve.
Es decir, según estos autores, los alumnos siempre tienen recursos adquiridos en su experiencia previa para abordar un problema significativo para ellos.

2- El proceso de resolver un problema incluye ensayar un procedimiento, rectificar errores, adaptar creativamente recurso conocidos. Si el maestro indica previamente cómo se resuelve el problema, impide la realización de este proceso.

3- Un problema puede ser resuelto con distintos procedimientos y no con uno solo.

4- Un problema puede implicar la puesta en juego de varios conocimientos matemáticos y no de uno solo.

Las medidas para apoyar a los niños en la solución de problemas, que recomiendan los autores, son las siguientes:

a- No dar indicaciones previas y plantear problemas con frecuencia.
Según los autores, esta medida incluye el no enseñar previamente a resolver el problema, a que el maestro no resuelva antes un problema modelo. También incluye el no guiar en la resolución, no dar orientación sobre la operación que se puede utilizar y procurar no usar siempre palabras "clave" en la redacción de los problemas.
En cuanto a la medida de plantear problemas con frecuencia, está basada en el supuesto de que intentando resolver problemas, es que se aprende a resolver problemas.

b- Comentar el enunciado del problema antes de la resolución de éste.
Este comentario es necesario para segurarse de que los alumnos comprendan lo que plantea el problema, los términos utilizados, las relaciones que se establecen entre los datos, ¿qué es lo que se busca?

c- Pedir a los alumnos un resultado aproximado, esto es, una estimación, antes de que inicien la búsqueda del resultado exacto.
Se desea conseguir con esta estimación, que los alumnos reflexionen sobre la relación entre los datos, antes de que centren su atención en los cálculos que deben hacer para obtener el resultado. Además, afirman Block y compañeros: "la estimación favorece la ejercitación de un tipo especial de cálculo mental, con frecuencia requerido en la vida cotidiana."

d- Organizar la confrontación colectiva.
Después de que la mayoría de los alumnos ha resuelto el problema, es necesario una confrontación colectiva, que según los autores tiene los siguientes fines:

Al conocer las diferentes maneras de resolver un problema los mismos alumnos pueden decidir si hay una solución más simple, mejor que todas las demás. De esta manera los alumnos van aprendiendo a socializar sus conocimientos, a expresar sus ideas.

Además, la participación de los alumnos en la decisión de cuáles procedimientos son correctos y cuáles no, involucra a los alumnos en un análisis de los errores y los conduce indirectamente a la demostración de los procedimientos correctos.

Dicho de otra manera, esta discusión favorece no sólo que los alumnos aprendan a expresar sus ideas, sino también, a realizar demostraciones que apoyen sus puntos de vista.

En cuanto a las características de los problemas que se deben plantear a los alumnos, los autores recomiendan lo siguiente:

a- Plantear problemas en los cuales los contextos sean bien variados: problemas de la vida cotidiana, ficticios, matemáticos, juegos, etc.

b- Variar la forma de presentación : a través de un texto, oralmente, con material gráfico, con material concreto, etc.

c- Plantear problemas sin preguntas, donde se busca que los alumnos las formulen. Plantear problemas con exceso de datos o en los cuales hacen falta datos. Plantear problemas que admiten una o varias respuestas. Problemas en los que las respuestass pueden no ser numéricas.

V. CONCLUSIONES

Del análisis hecho sobre las directrices que recomiendan pedagogos de diferentes latitudes, que se basan en enfoques constructivistas de la enseñanza de la matemática, en particular en lo relativo a la solución de problemas, se encuentran aspectos de las metodologías comunes a todos ellos. Algunas semejanzas son:

En cuanto a la naturaleza de los problemas:

Hay consenso en que las características de los problemas sean las señaladas en la sección IV de este trabajo, estas son:

1) que constituyan un reto para el alumno,
2) que tengan una cierta finalidad,
3) que sean concretos (sobre todo a nivel de primaria),

4) que se refieran a diferentes contextos y
5) que respondan a diferentes esquemas de razonamiento.

En cuanto a la manera de conducir una lección de solución de problemas:

Las semejanzas son pricipalmente tres:

1) Estimular al alumno para que haga sus propios planteamientos, a descubrir las hipótesis en que basará su procedimiento. El maestro no debe indicar la manera de resolver los problemas.

2) Discutir las soluciones a un mismo problema encontradas por cada uno de los alumnos o por grupos de ellos. Con esta confrontación de ideas se busca elaborar y refinar el razonamiento de los educandos. Esta discusión facilita el aprendizaje y la autoevaluación de los alumnos.

3) Variar el rol del educador a ser un facilitador del aprendizaje, proveyendo un ambiente rico intelectualmente en el cual los individuos puedan construir sus propias ideas. Para hacer esta labor el educador debe: a) entender el razonamiento del estudiante en problemas centrados en su medio ambiente, b) analizar el contenido de las principales ideas y relaciones que los alumnos deben establecer al resolver un problema y c) escoger problemas que estimulen al estudiante a hacer importantes construcciones.

Con respecto a este último aspecto, es necesario aclarar lo siguiente:

En las pedagogías constructivistas, el educador es esencialmente un facilitador del aprendizaje. Esto no disminuye su importancia, por el contrario, se requiere una actitud más reflexiva de su parte para estructurar un medio ambiente rico en oportunidades de aprendizaje, negociar metas y normas sociales, así como diseñar las tareas apropiadas.

De todo lo reseñado anteriormente, también se puede concluir que:

Una metodología basada en la solución de problemas parece ser una respuesta positiva al fracaso, en general, de las metodologías tradicionales de la enseñanza de la matemática.

La implementación de esta metodología es bastante ardua, pues antes deben vencerse algunos obstáculos, como son:

a) Restructurar los objetivos y contenidos de los programas de matemáticas en los diferentes niveles de la enseñanza.

b) Diseñar y coleccionar problemas que reunan las características mencionadas anteriormente que sirvan de modelo a los maestros en los diferentes niveles escolares y para los diferente conceptos matemáticos del programa.

c) Realizar una labor de convencimiento entre maestros, profesores y autoridades educativas, de que estas ideas facilitan el aprendizaje de los conceptos matemáticos y entonces lleven a la práctica este tipo de metodología. Esto implicaría cambiar la manera tradicional de impartir las lecciones de matemáticas y por ende, cambiar el rol del educador en el aula escolar.

d) Capacitar a maestros y profesores en esta nueva metodología de enseñanza de las matemáticas.

Como puede apreciarse, la labor a realizar para poner en práctica estas nuevas ideas metodológicas es mucha y requiere del concurso de muchos investigadores en enseñanza de las matemáticas, de autoridades educativas, pero sobre todo de los maestros que piensen que estas ideas son buenas y que pueden llegar a fructificar en una mejor enseñanza.

Todos y cada uno de los maestros y profesores pueden contribuir, dada su valiosa experiencia, en el diseño de problemas y en la implementación de esta nueva metodología. Si logramos un mejor aprendizaje de las matemáticas por parte de nuestros alumnos, estaremos contribuyendo al progreso y desarrollo de nuestro países.

VI. BIBLIOGRAFIA

Avila,R.,(1990),**"Diseño de una Metodología para la Enseñanza de la Matemática a través de Problemas."** Memorias de la Cuarta Reunión Centroam. y del Caribe sobre Form. de Prof. e Investigación en Matemática Educativa, Acapulco, México.

Arguedas y otros.(1987),**"Estudio descriptivo del desarrollo cognoscitivo de los alumnos de sexto año de Primaria y el grado de dominio de los contenidos del programa de Matemática de sexto año de la Educación General Básica"**. Tesis de Licenciatura, Universidad de Costa Rica, Costa Rica.

Basedas,M. y Sellares,R.,(1983),**"La Construcción de Sistemas de Numeración en la Historia y en los Niños"**. Pedagogía Operatoria, Un enfoque Constructivista en la Educación., Editorial LAIA, Barcelona, España.

Block,D., Dávila,M. y Martínez,P.,(1990), **"Los Algoritmos en la Resolución de Problemas: Concepciones de los Maestros"**. Memorias de la Cuarta Reunión Centroam. y del Caribe sobre Formac. de Profesores e Investigación en Matemática Educativa, Acapulco, México.

Buján,V.,(1985).**"Resolución de Problemas de Matemáticas en Costa Rica"**. Educación,Vol.9, Nos.1-2, Universidad de Costa Rica, Costa Rica.

Cummings, S.,(1971),**"Comunication for Education"**. Scranton, PA: Intext Educational Publishers.

Gómez Granell,C.(1983),**"Procesos Cognoscitivos en el Aprendizaje de la Multiplicación"**. Pedagogía Operatoria, un enfoque constructivista de la educación." Editorial LAIA, Barcelona, España.

Gutiérrez,L., (1988), **"Las Estrategias Metodológicas y la Enseñanza de la Matemática"**. Memorias de la Segunda Reunión Centroamericana y del Caribe sobre Formac. de Prof. e Invest. en Matemática Educativa, Ciudad de Guatemala, Guatemala.

IIMEC, (1986). **"Diagnósticos Evaluativos en la Enseñanza de Ciencias Generales, Español, Estudios Sociales: Resumen de las principales conclusiones"**. Universidad de Costa Rica.

Kaimii,C., (1982), **"Number in preschool and kindergarten: Educational Implications of Piaget's theory."** National Education for the Education of Yours Children.Washington D.C

Lemoyne,G. y Conne,F. (1989), **"La resolución de problemas en la enseñanza de las matemáticas. Informe de una experiencia con maestros de primaria"**. Memorias de la XIII Conferencia Internacional del PME, Francia.

Méndez,Z y Pereira,Z., (1985). **"Estudios Psicogenéticos sobre el Proceso de Enseñanza-Aprendizaje de la Matemática"**. Publicación de UCR-MEP, San José, Costa Rica.

Moreno,M.,(1983), **"Qué es la Pedagogía Operatoria?"**. Pedagogía Operatoria, un un enfoque constructivista en la educación. Editorial LAIA, Barcelona, ESpaña.

Oviedo,J. y Méndez,Z.,(1990).,**"Patrones de Solución en Problemas Multiplicativos. Tareas de Compra y Venta"**. Las Matemáticas en Costa Rica: Memorias del Tercer Congreso Nacional de Matemática, San José, Costa Rica.

Oviedo,J. y Méndez,Z.,(1991), **"Implicaciones Pedagógicas del Proyecto Patrones de Solución en Problemas Multiplicativos".** Memorias Quinta Reunión Centroam. y del Car. sobre Formac. de Prof, en Invest. en Matem. Educativa, Tegucigalpa, Honduras.

Oviedo,J. y Méndez,Z., (1991), **"Mejoramiento de la Enseñanza de las Matemáticas".** Las Matemáticas y su Enseñanza. 7(3):21-28, San José, Costa Rica.

Sastre,G., (1976), **"Docencia Universitaria y Actividad Creadora".** Edita Instituto de Ciencia de la Educación de la Universidad Autónoma de Barcelona, España.

Piaget,J., (1975), **"Introducción a la Epistemología Genética. El Pensamiento Matemático".** Paidos, Buenos Aires, Argentina.

Vergnaud,F.,(1981), **"L'Enfant, la Mathématique et la réalité."** Collection Exploration Recherches en Sciences de l'Education. Peter Lang, Berna, Suiza.

Wheatley,G., (1990), **" Constructivism in Teacher Education".** Florida State University. Documento fotocopiado.

UNIVERSIDAD DEL VALLE

DEPENDENCIA: FACULTAD DE EDUCACION - DEPARTAMENTO DE PSICOLOGIA

Cali, Febrero 12 de 1992

Señor
Jefe del Departamento
de Matemáticas
San José, Costa Rica

Durante la semana del 27 al 31 de Enero de 1992, la Dra. Jenny de Valerio trabajó con el equipo que, en la Universidad del Valle adelanta la investigación **"Patrones de Solución a Problemas Multiplicativos"**.

El trabajo se desarrolló dentro del horario previsto y nos permitió:

1. Discutir los resultados de los dos proyectos
2. Traducir las categorías de análisis adoptadas por el equipo Costarricense al modelo desarrollado por el equipo Colombiano.

Estos desarrollos nos llevaron a convenir la realización de un artículo conjunto, entre la Dra. De Valerio y algunos miembros del equipo de Cali, que dé cuenta de los resultados obtenidos en las dos ciudades.

Cordialmente,

Mariela Orozco Hormaza

MARIELA OROZCO HORMAZA
Investigadora Principal

Lucero F.