

UNIVERSIDAD DE COSTA RICA  
FACULTAD DE EDUCACION  
INSTITUTO DE INVESTIGACION PARA EL  
MEJORAMIENTO DE LA EDUCACION COSTARRICENSE  
(I.I.M.E.C.)

INFORME FINAL

PROYECTO DE INVESTIGACION

**"EL USO DE LA CALCULADORA EN LA TRANSICION DEL PENSAMIENTO  
CONCRETO AL PENSAMIENTO SEMI - CONCRETO Y SIMBOLICO EN LA  
MATEMATICA DE SEGUNDO Y CUARTO AÑOS DE LA EDUCACION GENERAL  
BASICA"**

Investigadores:

M.en C. Teresita Peralta Monge  
Dr. Rolando Berty Jackson  
Dr. Víctor Buján Delgado  
Dra. Ma. de los Angeles Jiménez Carrillo

Junio, 1991  
Ciudad Universitaria "Rodrigo Facio Brenes"

## PRESENTACION

"El uso de la calculadora en la transición del pensamiento concreto, al semi-concreto y al simbólico en la Matemática de Segundo y Cuarto años de la Educación General Básica", es una de las primeras investigaciones realizadas en el país, en donde se analiza el uso de la calculadora como medio de aprendizaje

El estudio demuestra que el uso de la calculadora junto con el empleo del material concreto constituye un apoyo en el desarrollo cognoscitivo del educando en primaria.

Siendo la calculadora, un instrumento de aprendizaje, accesible a los educandos, es importante que los docentes en la enseñanza de la Matemática, incorporen su uso a la cotidianidad del quehacer educativo que se lleva a cabo en el aula, en aras de facilitar las estrategias cognoscitivas que el educando necesita desarrollar en el aprendizaje de las Matemáticas.

Dra. Natalia Campos S.  
Directora  
Instituto de Investigación para el  
Mejoramiento de la Educación  
Costarricense  
I.I.M.E.C.

## TABLA DE CONTENIDOS

### Capítulo 1

Introducción.....	
.. 1	
Problemas .....	
. 7	
Hipótesis .....	
. 7	
Definición	
términos .....	8
Delimitaciones .....	
.. 9	

### Capítulo 2

Marco Teórico .....	
10	

### Capítulo 3

Metodología .....	
23	
Definición del tipo de investigación .....	
23	
Fuente de datos.....	
23	
Procedimiento .....	
24	
Instrumentos .....	
25	
Análisis de resultados .....	
26	

### Capítulo 4

Análisis y Resultados .....	
28	

## Capítulo 5

Conclusiones y recomendaciones .....	36
Conclusiones.....	38
Recomendaciones .....	40
Bibliografía .....	42
Anexos.....	46

## Capítulo 1

### INTRODUCCION

En relación con los problemas que presenta el aprendizaje de la matemática, Puig Adam (1958, p. 18) manifiesta:

"la Matemática ha constituido, tradicionalmente, la tortura de los estudiantes del mundo entero y la humanidad ha tolerado esta tortura para sus hijos como un sufrimiento inevitable para adquirir un conocimiento necesario, pero la enseñanza no debe ser nunca una tortura y no seríamos buenos profesores sino procuráramos, por todos los medios, transformar este sufrimiento en goce..."

Las palabras del maestro Puig Adam pueden ser aplicadas a la realidad de la enseñanza de la Matemática en nuestro país. Las estadísticas del Ministerio de Educación Pública señalan que en Costa Rica, a nivel de Primero y Segundo Ciclos de la Educación General Básica, la Matemática es la asignatura de más bajo rendimiento académico en los estudiantes y esta materia ha mantenido ese lugar en los últimos años. Al respecto, en el Diagnóstico Evaluativo de la Enseñanza de la Matemática en la Educación General Básica y Diversificada (Delgado, Esquivel y Peralta 1983), se aplicó a 1243 alumnos de cuarto grado una prueba para evaluar los conocimientos esenciales de Matemática adquiridos durante el Primer Ciclo. Esta muestra era representativa de toda la población

del país y se encontró que de veintiún objetivos que se dedujeron del programa de Matemática para ese nivel, sólo hay dominio de la suma de números naturales con uno y dos dígitos. Entre algunos de los veinte objetivos que los estudiantes no dominan están los relacionados con:

- La resolución de las operaciones básicas de suma, resta, multiplicación y división.
- La escritura de los números naturales hasta millares.
- El conocimiento de la posición de las unidades, decenas, centenas y unidades de millar (valor de posición).
- La relación de orden en el conjunto de los números naturales.

En los años 1986 y 1988, en pruebas nacionales de conocimientos mínimos en Matemática, aplicadas a todos los estudiantes del país de tercero y sexto grados de la Educación General Básica, por el Instituto de Investigación para el Mejoramiento de la Educación Costarricense (IIMEC) y el Ministerio de Educación Pública se obtuvo como resultado que el porcentaje de estudiantes que presenta una calificación mayor o igual que 60, (siendo 60 la nota mínima para aprobar el curso según el Reglamento de Evaluación vigente), es de 50.7 en tercer grado y de 36.6 en sexto grado en la aplicación de 1986 y de 23.7 en sexto grado en la prueba aplicada a estudiantes de este nivel en 1987.

En relación con los métodos de enseñanza-aprendizaje de la Matemática, en Costa Rica, existen algunos estudios que señalan que cuando se introducen nuevos métodos que permiten a los estudiantes abandonar la rutina diaria tradicional de las clases de Matemática, se obtienen mejores resultados en el rendimiento de éstos. Jiménez (1977) llevó a cabo un estudio experimental para determinar los efectos de los juegos matemáticos sobre el rendimiento en Matemática en estudiantes de quinto grado de escuela primaria y encontró que cuando estos fueron expuestos a los juegos matemáticos, obtuvieron un rendimiento superior al obtenido por los estudiantes que continuaron recibiendo la asignatura en forma tradicional y además los primeros manifestaron, asimismo, una actitud más positiva hacia la Matemática. Méndez (1983) demostró en su investigación que el método del aprendizaje operatorio es más eficaz que el convencional en la construcción temprana de las nociones de conservación de longitud y de superficies en escolares costarricenses.

Méndez et al. (1983) comprobaron también que estudiantes de primer grado de escuela primaria que hicieron uso de juegos en la enseñanza de la Matemática, que despiertan el interés del estudiante y favorecen su interacción social, presentaron un rendimiento mayor en pruebas operatorias

piagetianas que el presentado por los estudiantes que no usaron estos juegos.

Preocupados por la enseñanza-aprendizaje de la Matemática, los autores de este trabajo, diseñaron esta investigación sobre el uso de la calculadora en la enseñanza de esta asignatura en la escuela primaria costarricense, considerando ésta como un recurso que podría mejorar el rendimiento académico de los estudiantes en Matemática.

El uso de la calculadora manual en la escuela primaria ha sido motivo de investigación por parte de educadores y especialistas en la enseñanza de la Matemática. Los resultados de estas investigaciones muestran que la calculadora permite a los estudiantes:

- Ahorrar tiempo que pueden dedicar a procesos mentales superiores, como por ejemplo, la resolución de problemas.
- Adquirir y reforzar conceptos matemáticos.
- Desarrollar actitudes positivas hacia la Matemática.

Existen algunas razones para considerar la introducción de la calculadora manual en la escuela primaria costarricense: una primera razón es de carácter psicopedagógico. La calculadora manual es un poderoso instrumento para enseñar procesos matemáticos fundamentales, como: descubrimiento de patrones, valor posicional, numeración expandida, límites a un valor intuitivo, numeración, estimación y otros. De lo anterior se desprende que, en contra de lo que generalmente se cree, el potencial educativo de la calculadora manual va mucho más allá de la simple ejecución de operaciones aritméticas fundamentales.

Investigaciones realizadas respaldan las afirmaciones anteriores, como Jones (1976), Sullivan (1976), Wheatley (1979), Myer (1980) y Werner (1980). Además, es importante observar que existen investigaciones que prueban que la calculadora es un medio que motiva y entusiasma a los niños por la Matemática (Beardsles, 1978).

Una segunda razón es de tipo socioeconómico. Es importante señalar que la notable reducción de los precios de las calculadoras en los últimos años hace posible que los niños de Costa Rica tengan acceso a este recurso educativo. La calculadora puede llegar en estos tiempos a manos de la mayoría de los niños, ya sea por compra personal o por compra institucional por parte de la escuela.

Por otro lado, los especialistas en la enseñanza de la Matemática, al influjo de las ideas de Jean Piaget (1975), aceptan, en general, una teoría de la adquisición de los conceptos matemáticos,

según la cual el niño debería empezar manipulando objetos concretos, para pasar luego a la utilización de material representativo semi-concreto y finalmente alcanzar una tercera etapa a nivel simbólico. De acuerdo con esta teoría, la calculadora ocupa una posición muy particular al reunir propiedades del nivel concreto (el niño manipula la calculadora manual) y del nivel simbólico (la calculadora permite el tratamiento de los símbolos, de manera visual, cómoda, veloz y precisa).

La teoría del aprendizaje de Bruner, parece dar cabida también al uso de la calculadora. Bruner (1960), define tres sistemas de procesamiento de la información para representar al mundo. Los sistemas incluyen, el motor ("representación enactiva"), las imágenes ("representación icónica"), los símbolos ("representación simbólica").

Existe abundante literatura que justifica la manipulación inicial de objetos concretos realizada con el propósito final de alcanzar el nivel simbólico o abstracto. Sin embargo, la transición entre estos dos estadios necesita ser investigada. De acuerdo con los trabajos de Piaget (1966), Bruner (1960), Gagne (1970) y Dienes (1971), existen razones que fundamentan la hipótesis de que la calculadora podría contribuir a facilitar la transición del nivel concreto a los niveles semiconcreto y simbólico. Méndez et al. (1981), obtuvieron información que indica que la transición del nivel concreto al simbólico no llega a realizarse satisfactoriamente en casos de estudiantes costarricenses. Estos investigadores trabajaron con una muestra de 354 estudiantes de doce a trece años, y 270 estudiantes de quince a dieciséis años, de liceos del área metropolitana, procedentes de estratos socioeconómicos alto, medio y bajo. Detectaron que entre estos estudiantes predomina el pensamiento operatorio concreto sobre el pensamiento formal. La casi ausencia del pensamiento formal entre los liceístas indica que permanecen ligados a la realidad concreta inmediata, lo que limita su campo de actividad mental, así como la capacidad de plantearse hipótesis o de asumir una actitud científica ante un problema dado. Los autores del trabajo agregan además que:

"no se observa una evolución cognocitiva importante de los doce a los dieciséis años entre los cuatro grupos estudiados. El aparente mejoramiento que se da, en algunos casos, entre los doce y los trece años se traduce luego en un estancamiento e inclusive en un ritmo decreciente de evolución".

La investigación de la especialización hemisférica cerebral, también sugiere la conveniencia de la utilización de material concreto, semiconcreto y simbólico. Cada hemisferio se especializa en un tipo particular de procesamiento de la información. Lo que distingue a un hemisferio del otro no es tanto la naturaleza del material que procesa, sino más bien la forma en que

procesa ese material.

Kraft (1976) y Winstein (1980), han relacionado la teoría del desarrollo cognoscitivo de Piaget con la maduración del cerebro, basados en las estrategias de cambio de procesos del hemisferio derecho al izquierdo. La calculadora, que ofrece un enlace entre la sensación táctil y la representación simbólica, podría integrar los procesamientos hemisféricos. La participación de los dos hemisferios y la comunicación interhemisférica, pueden resultar en un desempeño de nivel más elevado (Wittrock, 1975) y mejorar así la creatividad (Bogen, 1976).

La conveniencia de ofrecer estrategias instruccionales que pongan en juego procesos mentales propios tanto del hemisferio izquierdo como del hemisferio derecho, tiene importantes implicaciones para la educación de estudiantes de diversidad cultural e intelectual.

En los Estados Unidos la investigación señala que los estudiantes privados culturalmente, tienden a usar con mayor frecuencia procesos propios del hemisferio derecho en sus tareas académicas y en su funcionamiento diario, más que los otros estudiantes (Bogen, DeZure, Ten Houten, 1972). Estos estudiantes se encuentran en desventaja en escuelas que ponen casi todo el peso de su trabajo en destrezas verbales y proposicionales del hemisferio izquierdo (Bogen, 1976; McGuiness, 1979). Estas escuelas no reconocen el estilo de aprendizaje de estos estudiantes ni les permiten crecer, dando lugar a que estos se enfrenten a la frustración y al fracaso. A este respecto Languis, Sanders y Tipps (1980), sugieren que el primer paso en la elaboración de un curriculum sea la aceptación del hecho de que los diferentes modos de conocer son formas legítimas de aprender.

El estilo de aprendizaje del estudiante y su preferencia por un modo determinado de procesar la información, deben ser reconocidos y aprovechados por el maestro. Así se logrará que su aprendizaje pueda ser un proceso de integración de la actividad de los dos hemisferios del cerebro.

La investigación de Sawada (1982) considera el uso de la calculadora apropiado para estudiantes de diferentes estilos de aprendizaje. Su investigación indica que algunos estudiantes tienen dificultades para integrar información táctil con otros tipos de información sensorial. Al respecto, algunos estudiantes pueden obtener beneficios del uso de la calculadora ya que el trabajo con otra clase de material manipulativo puede no ser adecuado para ellos.

Berlin y White (1984) señalan que en los Estados Unidos ha habido aproximadamente



diez años de investigación sobre el uso de la calculadora en la enseñanza de la Matemática. Esta investigación se centró inicialmente, en el problema de si el uso de las calculadoras en el aula resultaría o no en una pérdida de destrezas y habilidades para llevar a cabo algoritmos de las operaciones aritméticas fundamentales. La investigación, además de no confirmar estos temores, determina que el uso de la calculadora ha resultado en un rendimiento semejante o superior en favor de los estudiantes que la usan, frente a los que no la usan (Roberts, 1980, Suydam, 1981, 1982, 1983). Estos resultados indican que la calculadora manual puede usarse en todos los grados, y el rendimiento de los alumnos no bajará; más bien, puede resultar mejorado con la utilización de este recurso. Además, señala que algunos contenidos matemáticos pueden enseñarse mejor cuando se usa la calculadora (Suydam, 1982).

La presente investigación plantea un modelo experimental en el que se formaron grupos experimentales y controles, integrados por estudiantes de tercero y quinto grados de escuelas primarias, para confrontar los resultados de éstos en su rendimiento en temas específicos de aritmética, actitud hacia la Matemática, discriminación, habilidad espacial y razonamiento de acuerdo con los diferentes tratamientos seguidos en estos grupos, diferenciándose estos tratamientos por el tipo de material usado en el desarrollo de las actividades: material concreto, calculadora y mezcla del uso de material concreto y calculadora.

### Problemas:

- 1.- ¿Existe diferencia significativa en el rendimiento académico presentado en los temas de numeración, valor posicional, reconocimiento, reproducción y extensión de patrones, por los estudiantes que participaron en la experiencia (grupos: sólo calculadora, calculadora y material concreto y sólo material concreto) y los estudiantes del grupo control?
- 2.- ¿Existe diferencia significativa en los resultados presentados en la prueba de actitud hacia la Matemática por los estudiantes que participaron en la experiencia (grupos: sólo calculadora, calculadora y material concreto y sólo material concreto) y los estudiantes del grupo control?
- 3.- ¿Existe diferencia significativa en los resultados presentados en la prueba de habilidad espacial por los estudiantes que participaron en la experiencia (grupos: sólo calculadora, calculadora y material concreto y sólo material concreto) y los estudiantes del grupo control?
- 4.- ¿Existe diferencia significativa en los resultados presentados en la prueba de procesos mentales por los estudiantes que participaron en la experiencia (grupos: sólo calculadora, calculadora y material concreto y sólo material concreto) y los estudiantes del grupo control?

### Hipótesis:

La hipótesis generadora de este estudio, considera que, si el uso de la calculadora manual en la enseñanza de la Matemática en la escuela primaria es un recurso que puede mejorar el rendimiento académico de los estudiantes en esta asignatura, entonces: "el rendimiento académico que presentan estudiantes que han desarrollado actividades con la calculadora en torno a la formación de determinados conceptos matemáticos, será igual o significativamente superior al rendimiento que presenten los estudiantes que han trabajado con material concreto".

Específicamente se plantearon las hipótesis siguientes:

- 1.- Los estudiantes que participaron en la experiencia, (grupos: sólo calculadora,

calculadora y material concreto y sólo material concreto) presentarán un rendimiento académico significativamente superior en los temas de numeración, valor posicional y reconocimiento, reproducción y extensión de patrones que los estudiantes del grupo control.

- 2.- Los estudiantes que participaron en la experiencia, (grupos: sólo calculadora, calculadora y material concreto y sólo material concreto) presentarán una actitud significativamente más alta hacia la Matemática que los estudiantes del grupo control.
- 3.- Los estudiantes que participaron en la experiencia, (grupos: sólo calculadora, calculadora y material concreto y sólo material concreto) presentarán resultados significativamente superiores en las sub-prueba de discriminación, habilidad espacial y razonamiento que los estudiantes del grupo control.

Otras hipótesis consideradas plantean la posibilidad de la existencia de una diferencia significativa en el rendimiento académico en determinados conceptos matemáticos que presenten estudiantes de diferente nivel (tercero o quinto grado), diferente tipo de escuela (pública o privada) y diferente sexo.

### Definición de Términos

Uso de la calculadora: En esta investigación se define como uso de la calculadora, la utilización que se haga de ésta como un medio para la formación y reforzamiento de conceptos matemáticos. Ejemplos de esta forma de utilización pueden verse en las actividades que se presentan en el anexo número uno.

Las calculadoras usadas son de las más sencillas que existen en el mercado, con el requisito de que tengan la función repetidora, según la cual al presionar un determinado número, por ejemplo el 5 y presionar luego el + y el =, o sea  $5, +, =, =, =, \dots$ , aparecerán en la pantalla los números 5, 10, 15, 20,...

Uso de material concreto: Al igual que en el caso del empleo de la calculadora, se define como uso de material concreto, la utilización que se haga de éste como un medio para la formación y reforzamiento de conceptos matemáticos. Ejemplos de esta forma de utilización pueden verse en las actividades que se presentan en el anexo número uno.

El material usado consistió en paletas de madera (de las que se usan para los helados) y se desarrollaron con éstas exactamente las mismas actividades que se realizaron con la calculadora.

Estudiantes: Alumnos pertenecientes al tercero y quinto grados de escuelas del Primero y Segundo Ciclos de la Educación General Básica.

Escuelas Públicas: Escuelas del Primero y Segundo Ciclos de la Educación General Básica, financiadas por el Estado, en las que la asistencia del estudiante es gratuita.

Escuelas Privadas: Escuelas del Primero y Segundo Ciclos de la Educación General Básica, en las que el estudiante debe pagar por su asistencia.

Delimitaciones:

- 1.- Se consideraron en este estudio solamente 153 estudiantes, pertenecientes al tercero y quinto grados de seis escuelas (tres públicas y tres privadas) de la Educación General Básica.
- 2.- Cada estudiante desarrolló treinta actividades; diez relacionadas con el concepto de numeración, diez sobre valor posicional y diez acerca de reconocimiento, reproducción y extensión de patrones.
- 3.- El grupo de estudiantes que participó se dividió en cuatro subgrupos. A cada uno de éstos se le aplicó un tratamiento diferente, siendo estos: sólo uso de la calculadora, uso de la calculadora y material concreto, sólo uso de material concreto y grupo control.

## Capítulo 2

### MARCO TEORICO

La diversidad de teorías en relación con el proceso de enseñanza -aprendizaje de la Matemática, hace que esta revisión bibliográfica considere diferentes concepciones en torno a este proceso y el uso de los materiales manipulativos y la calculadora en el continuo de la etapa concreta a la abstracta en el aprendizaje del estudiante.

En el mundo actual, la Matemática, tanto pura como aplicada, constituye un requisito previo insalvable para la comprensión y el acceso a la Ciencia. Tal comprensión de la Física, Química, Biología, Electrónica, Computación, etc., es, a su vez, requisito previo necesario para que un país, desarrollado o subdesarrollado, pueda llegar a contar con una tecnología científica moderna.

Dada la importancia de la Matemática en el mundo de la actualidad, es obvio que el plan de estudios de esta disciplina, desde la escuela primaria hasta la educación superior, debe ser diseñado con especial cuidado tomando en cuenta tres clases de objetivos: matemáticos, sociales y culturales (Flournoy, 1964).

De acuerdo con estos objetivos matemáticos, los niños deberían, en primer término, alcanzar preparación e interés por la resolución de problemas matemáticos. Además, deberían dominar los conceptos aritméticos y geométricos básicos; reconocer sus características estructurales; conocer sus propiedades fundamentales y comprender sus relaciones.

La escuela deberá esforzarse por conseguir que el estudiante desarrolle el gusto y el entusiasmo por la materia, así como la flexibilidad de pensamiento, curiosidad e independencia intelectual, pensamiento creativo pero ordenado, capacidad para formular juicios, y aptitud para analizar y generalizar.

En relación con los objetivos sociales, el propósito social de la enseñanza de la Matemática en la escuela, tiene que ver con la aplicación de esta materia en la interpretación y en la resolución de situaciones cuantitativas de la vida diaria. La enseñanza de la Matemática se impone al contribuir de manera directa a hacer que la vida del ciudadano sea más efectiva, más productiva, inteligente y plena.

Los objetivos culturales tienen que ver con las razones estéticas para estudiar la Matemática. Esta asignatura debe estudiarse con amor porque, según (Russell, 1951)

"Contempladas en sus auténticos valores, las Matemáticas no sólo poseen verdad, sino suprema belleza una belleza fría y austera, como la de la escultura, que si no presenta atractivos para las partes más débiles de nuestra naturaleza y carece de las brillantes galas de la pintura o de la música, es sublimemente pura, y susceptible de una perfección severa que sólo el arte más grande puede exhibir".

El diseño de los planes de estudio y programas de Matemática en la educación primaria, debe realizarse teniendo en mente también las etapas del desarrollo del pensamiento en el niño. A continuación algunas consideraciones sobre esas etapas de desarrollo.

Según Kennedy (1980), las teorías del aprendizaje de las disciplinas mentales y estímulo-repuesta del siglo diecinueve y la primera parte del siglo veinte, cedieron lugar a la teoría del significado, expuesta por William Brownell hacia el año 1930. Esta teoría se basaba en la creencia de que los niños deben aprender no solamente los conceptos que constituyen el tema de su estudio, sino también, aquellos otros conceptos que sirven de base a ese tema en estudio. Esto, si se quiere que el aprendizaje sea permanente. Continúa Kennedy señalando que la discusión de Brownell sobre el aprendizaje, generó interés en poner a los niños a manipular materiales para que formaran los conceptos necesarios en el aprendizaje de la Matemática.

Kennedy señala además que estudios sobre el aprendizaje humano realizados por Piaget (1952) y Skemp (1982), han llevado a la conclusión de que todos los individuos pasan por etapas a medida que maduran. Piaget señaló que el desarrollo cognoscitivo ocurre en cuatro etapas que son:

- Etapa sensoriomotriz, de cero a dos años.
- Etapa preoperacional, de dos a siete años.
- Etapa de las operaciones concretas, de siete a once años.
- Etapa de las operaciones formales, de once años en adelante.

Los dos investigadores mencionados, consideraron que los materiales que se pueden manipular son importantes auxiliares del aprendizaje en esas cuatro etapas. Las imágenes mentales y

las ideas abstractas de los estudiantes están basadas en sus experiencias, y en sus vivencias. De tal manera que los estudiantes que ven y manipulan una variedad de objetos, tienen imágenes mentales más claras y pueden representar mejor las ideas abstractas que aquellos cuya experiencia en la manipulación de objetos concretos es pobre.

Kennedy agrega que el aprendizaje está gobernado por un sistema de dos niveles. En el primer nivel, la manipulación de los objetos dentro y fuera de los ambientes escolares ofrece al estudiante las actividades físicas que forman la base para un aprendizaje continuado y la internalización de ideas. En el segundo nivel, las actividades se formulan con base en el primer nivel y son mentales en lugar de físicas.

Dienes (1970) promueve el uso de materiales manipulativos por parte de los niños. Describe el uso de bloques multibase y de otros materiales para desarrollar el concepto de número en los niños. Sugiere usar modelos múltiples en lugar de una única representación del concepto.

Más recientemente, Heddens (1986) se ha cuestionado ¿Cómo pueden los maestros ayudar a sus estudiantes a hacer la transición del uso de materiales manipulativos al uso del símbolo matemático? Insiste este autor en que muchos estudiantes tienen dificultades en la comprensión de la Matemática porque no pueden hacer una conexión entre el mundo físico y el mundo abstracto.

Heddens cita la proposición hecha por Underhill en relación con la existencia de un estadio semi-concreto, que se da entre el nivel concreto y el abstracto, pero va más allá y divide este estadio semi-concreto en dos niveles; uno, el semi-concreto, y el otro el semi-abstracto, determinando así los niveles: concreto, semi-concreto, semi-abstracto y abstracto.

En el nivel semi-concreto hay representaciones de las situaciones reales, por ejemplo: una fotografía en lugar de la mesa misma. El nivel semi-abstracto incluye la representación simbólica de los objetos concretos, pero los símbolos no se parecen a los objetos que representan. Por ejemplo: usar \* \* \* para representar tres carros.

Heddens (1986) insiste en la existencia de una brecha en el continuo entre el pensamiento concreto y el abstracto y que es tarea del maestro ayudar a los niños a superarla. Los estudiantes deben interiorizar el conocimiento a nivel concreto y progresar sistemáticamente a lo largo del continuo hasta llegar a la representación abstracta del conocimiento.

Para Piaget existen dos procesos de interacción entre la realidad y la mente, que son: los procesos de acomodamiento y los procesos de asimilación, y él se refiere a la relación entre estos dos procesos como "equilibrio".

Más recientemente todavía, Berlín y White (1987), elaboraron un modelo de instrucción que integra el uso de la calculadora. El modelo tiene dos dimensiones: el representativo (concreto, semiconcreto y abstracto), y el del grado de movimiento (manipulable, animado, estático). Señalan los autores que las dimensiones son consecuentes con las teorías del aprendizaje; que el aprendizaje progresa a lo largo de un continuo representativo desde lo concreto a lo semiconcreto y a lo abstracto. En la práctica educativa, este continuo se ha traducido como la manipulación de objetos concretos, representaciones pictóricas, y símbolos.



MODELO GENERAL DE INSTRUCCION

		CONCRETO	SEMI-CONCRETO	ABSTRACTO
M O D E L O	E S T A T I C O	A  CONCRETO ESTATICO (exposiciones de objetos)	B  SEMI-CONCRETO ESTATICO (fotografías, diagramas, diapositivas)	C  ABSTRACTO ESTATICO (textos escritos, gráficos)
	A N I M A D O	D  CONCRETO ANIMADO (demostración del maestro con objetos concretos)	E  SEMI-CONCRETO ANIMADO (televisión, películas, filmintas, videocintas)	F  ABSTRACTO ANIMADO (calculadora, proyección con retroproyector)
	M A N I P U L A D O	G  CONCRETO MANIPULADO (el estudiante usa objetos concretos)	H  SEMI-CONCRETO MANIPULADO (simulaciones con gráficas en el computador)	I  ABSTRACTO MANIPULADO (el estudiante usa la calculadora)

N I V E L    R E P R E S E N T A T I V O

La dimensión de representatividad, describe un continuo que va desde lo concreto a lo abstracto. En el nivel concreto se incluyen actividades de aprendizaje que permiten la manipulación de los objetos físicos. El nivel semi-concreto incluye fotografías, dibujos o imágenes. El nivel abstracto pone a los estudiantes en contacto con ideas y descripciones verbales. En este nivel se incluirían los símbolos y fórmulas matemáticas, dibujos e imágenes.

Según Berlín y White (1987), la dimensión de movimiento forma un continuo que va desde la manipulación hasta la forma estática. La manipulación es una condición de cambio observable en la que los estudiantes interactúan activamente con los materiales y tienen grado de control sobre ese cambio. Estos manipulan objetos, imágenes como por ejemplo, las simulaciones en una computadora y símbolos como el teclado de una calculadora. En la animación se puede observar el cambio, pero éste tiene elementos que no pueden ser controlados por los estudiantes, como son: la extensión del cambio y los factores que influyen sobre él. El estudiante observa el movimiento de los objetos, imágenes, símbolos. En la condición estática, los cambios no se observan directamente. Por ejemplo, en casos donde el estudiante observa objetos estacionarios, ilustraciones, palabras impresas o símbolos.

El estudio que aquí se presenta hace énfasis en el nivel abstracto en la celda I del manipulado, el cual conjuga lo manipulable con lo abstracto, y un material de enseñanza que reúne los atributos de estos dos ejes, es la calculadora.

Para Kennedy (1983), materiales manipulables son objetos que atraen a varios sentidos y que pueden tocarse y moverse de un lado a otro. Por su parte Young (1983), define estos materiales como objetos que representan ideas matemáticas que pueden ser abstraídas mediante la manipulación física con esos objetos.

El uso de estos materiales en la enseñanza lleva implícita la idea de que los estudiantes deben poder tocarlos y moverlos de un lado a otro. No es suficiente que estos observen una demostración con el material; el hecho de tocarlos (manipularlos) les permite experimentar patrones y relaciones que son esenciales en el aprendizaje de la Matemática.

Entre las investigaciones realizadas en relación con el uso de los materiales manipulativos, Fennema (1972), encontró que los resultados obtenidos en su investigación tienden a apoyar la hipótesis de que un ambiente de aprendizaje que tiene modelos representativos al nivel de desarrollo cognoscitivo de los estudiantes, facilita más el aprendizaje que un ambiente que ignora su nivel de desarrollo. Esta autora apoya el uso de muchos materiales manipulables en los primeros niveles de aprendizaje, con un uso decreciente a medida que los niños pueden usar los conceptos en forma más simbólica. Cabe señalar, sin embargo, que Kennedy (1983) insiste en que los materiales manipulables deben usarse en todas las edades escolares, (primaria y secundaria).

Suydam (1986) hace énfasis en un meta-análisis realizado por Perham (1983) sobre el uso de materiales manipulables y su relación con el rendimiento en la Matemática escolar. Revisó sesenta y cuatro estudios en los que se comparaba el uso y el no uso de materiales manipulables con el rendimiento académico en la Matemática. El efecto promedio de los estudios señaló que los estudiantes que usaron materiales manipulables obtuvieron un puntaje que representa el percentil ochenta y cinco, mientras que los que no usaron los materiales obtuvieron un promedio que representa el percentil cincuenta. Se concluyó que los materiales manipulativos tienen un efecto positivo en el rendimiento académico en Matemática.

Suydam (1986) señala además que el uso de materiales manipulables en temas como contar, valor de posición, operaciones básicas, medición, geometría, fracciones y resolución de problemas, ha recibido mucha atención recientemente. Agrega Suydam que Canny (1984) encontró para estudiantes de cuarto grado que el aprovechamiento en la resolución de problemas, había resultado especialmente alto cuando se usaron materiales manipulables.

Para Driscoll (1984) la investigación indica que un uso inteligente de los materiales concretos ayuda a los estudiantes a comprender los conceptos relacionados con las fracciones y que además produce actitudes positivas hacia la asignatura.

Berlin y White (1987) en su revisión de trabajos e investigaciones llevadas a cabo en relación con materiales concretos manipulables indican que son varios los propósitos por los cuales deben usarse estos materiales: despertar o ampliar el interés (motivar); ilustrar conceptos o mostrar principios (aclarar); proporcionar práctica en las operaciones aritméticas fundamentales, mostrar mejores métodos de trabajo (afirmar destrezas); ampliar el vocabulario y brindar información nueva (extensión del conocimiento); resumir o repasar (referencia); mostrar los pasos de un proceso (guía); mostrar relaciones entre temas (correlación); ampliar un punto de vista (visión general); proporcionar placer o diversión (recreación); proporcionar práctica de liderazgo en seguir a otro líder (desarrollar la sociabilización); incrementar interés iniciativa (crecimiento individual); y despertar la imaginación, obtener nuevos resultados, patrones y combinaciones (creatividad y originalidad).

Hynes (1986) se plantea la pregunta siguiente: ¿Cuáles son las características más importantes de los materiales manipulables más eficaces?. Sugiere el autor una serie de criterios pedagógicos y físicos para su selección, que a continuación se exponen:

- Ofrecen una clara representación de las ideas matemáticas.
- Es apropiado para el nivel de desarrollo del estudiante.
- Responde al interés de los estudiantes.
- Es multisensorial (estimula a varios sentidos a la vez).

Como criterios físicos sugiere que el material sea durable, atractivo, simple, fácil de almacenar y de bajo costo.

Berlin y White (1987) ofrecen una serie de criterios para evaluar el material concreto manipulable. Estos materiales deben: aplicarse a los principios que ilustran, tener relación con el libro de texto o con el currículo, ser consistentes con el tratamiento que el maestro da al tema, poseer bases para la abstracción, constituirse en ayuda didáctica y no sólo para ilustrar una actividad cuyo propósito sea simplemente pasar el tiempo, responder a las expectativas que el maestro tiene en cuanto al tiempo de preparación y comprensión de las demostraciones, poder usarse para ilustrar conceptos distintos, usarse en varios niveles escolares, satisfacer las diferencias individuales, usarse en forma individual o en grupo, permitir manipulación individual, multisensorial (visual, auditiva, táctil y kinestésica).

Hembree (1986) llevó a cabo un meta-análisis sobre los efectos del uso de la calculadora en la enseñanza de la Matemática desde pre-escolar hasta el duodécimo año. Revisó setenta y nueve investigaciones en las que examinó especialmente el rendimiento académico en Matemática y la actitud hacia la misma. Los resultados indicaron que excepto en el cuarto grado, el uso de la calculadora conjuntamente con la enseñanza tradicional de la Matemática, mejora el promedio de los alumnos en destrezas básicas tanto en ejercicios de cómputo como en la resolución de problemas. Un uso prolongado de la calculadora con niños de cuarto grado parece afectar negativamente las destrezas básicas de éstos.

Según algunas investigaciones reportadas por Marilyn Suydam (1987), existen indicaciones de que la calculadora ayuda a los estudiantes en el aprendizaje de la Matemática. Concretamente, en los tópicos siguientes:

- **Resolución de problemas.** El uso de la calculadora permite a los estudiantes atender los elementos que son esenciales para la resolución del problema, y abstenerse de dedicar tiempo a efectuar operaciones aritméticas.
- **Ideas acerca de números.** Los estudiantes pueden investigar algunas de las

propiedades de los números mediante el uso de la calculadora. Por ejemplo, la conmutatividad de la multiplicación.

- **Conteo.** En el proceso de contar, la calculadora es un instrumento particularmente valioso. Permite al estudiante encontrar patrones de manera que puedan conocer propiedades importantes de los números.
- **Combinaciones básicas.** La calculadora facilita al estudiante el aprendizaje de las combinaciones básicas de las operaciones aritméticas fundamentales.
- **Adición, sustracción, multiplicación y división de números enteros y decimales.** La calculadora puede ayudar a los estudiantes a entender los algoritmos de estas cuatro operaciones.

Wheatley (1979) recomienda ciertos cambios en el curriculum en la enseñanza de la Matemática. Uno de los cambios propuestos es el dedicar menos tiempo a la computación, al aprendizaje del algoritmo de la división, por ejemplo, y dedicarle más tiempo a la resolución de problemas, a las aplicaciones, al razonamiento matemático, a temas como: mediciones, estadística y probabilidades. Las personas que tienen facilidad en la resolución de problemas necesitan tiempo para aplicar diferentes heurísticas. Disponiendo de una calculadora para hacer los cálculos, el estudiante se siente libre para poner su atención en la resolución del problema, en vez de distraer tiempo y energías en los algoritmos de las operaciones aritméticas fundamentales.

Yvon (1987) considera que se obtienen seis ventajas del uso de la calculadora en el aula:

- 1.- Genera una actitud positiva hacia la Matemática, al hacer que el niño no se sienta abrumado por el exceso de cálculo llevándolo a visualizar la belleza y lo divertido de la Matemática.
- 2.- Aumenta la confianza que los niños tienen en su habilidad para resolver problemas.
- 3.- Refuerza las destrezas computacionales al ofrecer al estudiante resultados inmediatos sin tener que esperar que el maestro califique su trabajo.
- 4.- Contribuye más al crecimiento individual de algunos estudiantes.
- 5.- Simplifica la revisión del trabajo.
- 6.- Otra ventaja del uso de la calculadora es de tipo social. Según Yvon, los docentes que usan la calculadora en sus clases se entusiasman con el trabajo de equipo y la cooperación que se genera entre los estudiantes.

Berlin y White (1984), en un resumen sobre resultados obtenidos en investigaciones relacionadas con el uso de la calculadora, para mejorar el rendimiento académico en Matemática en los niveles de cuarto, quinto, sexto, séptimo y novenos años, señalan que el 35% de estos estudios favorece su uso, un 44% no encuentra diferencias significativas entre su utilización y su no utilización, y sólo un 3% de los estudios favoreció otros tratamientos que se compararon con la calculadora para mejorar el rendimiento académico en Matemática.

En relación con aspectos de contenido, los autores apuntan que la calculadora se ha usado con éxito en pre-escolar y en el primer grado para contar, mediante la correspondencia uno a uno entre el conteo oral y el conteo con la calculadora. Esta facilita el conteo de dos en dos, de cinco en cinco, etc.

En cuanto al aprendizaje de las operaciones de suma y resta, las investigaciones sugieren que se tiende a comprender primero los conceptos para adquirir luego una alta precisión con la calculadora, y el rendimiento académico en la resta es superior con el uso de ésta. También se encontró que los estudiantes mejoran la precisión en los resultados de la división y la multiplicación con el uso de la calculadora, especialmente de la división.

Respecto a la forma en que el uso de la calculadora influye sobre la actitud hacia la Matemática, debe subrayarse que ésta debe ser utilizada en la escuela como un instrumento importante en el aprendizaje de la Matemática. Como se puntualizó en párrafos precedentes, la calculadora ayuda a los estudiantes en la adquisición de destrezas y conceptos matemáticos. Por ejemplo, a comprobar el trabajo hecho con material concreto, explorar principios matemáticos y patrones, comprobar las computaciones mentales y las realizadas en papel y lápiz en resolución de problemas.

Las investigaciones muestran que el uso de la calculadora produce muchos beneficios no cognoscitivos. Por ejemplo, Reys y Reys (1987) reportan que los estudiantes muestran más entusiasmo y confianza en la resolución de problemas cuando la usan. Los estudiantes que trabajan con calculadora tienen actitudes positivas hacia la Matemática y demuestran mayor persistencia en la resolución de problemas.

Otros investigadores como Hembree (1986) y Meyer (1980) concluyen, de la misma manera que Reys y Reys, en que, los estudiantes que usan calculadora tienen mayores actitudes hacia la Matemática y muestran mayor confianza en sí mismos cuando están trabajando en esta disciplina.

Siempre y dentro del campo de las actitudes hacia la Matemática, Berlin y White hacen referencia a treinta y seis estudios en los que se usó la calculadora y en treinta de ellos no existen diferencias significativas en cuanto a las actitudes hacia la Matemática, en estudiantes que usan calculadora y los que no la usan. Sólo en seis de ellos encontraron diferencias en las actitudes a favor del uso de la calculadora. No obstante, estos resultados de la investigación, los maestros insisten en que la calculadora motiva a los estudiantes. Esos resultados en las actitudes pueden deberse al corto tiempo de los estudios y a la falta de sensibilidad de los instrumentos usados para medir el cambio de actitud. Los docentes en general, después de recibir capacitación sobre el uso de la calculadora, muestran una actitud más positiva hacia su uso.

Los padres de familia y los maestros en general, tienden a aceptar mejor el uso de la calculadora a medida que se asciende en el nivel escolar. Se oponen a su uso si se utiliza siempre para reemplazar destrezas que tradicionalmente se adquirirían con papel y lápiz. Favorecen el uso de la calculadora si se usa para comprobar respuestas; le dan un apoyo moderado para desarrollar ideas y conceptos, para resolver problemas y para hacer las tareas.

Berlin y White (1984) formulan las siguientes diez recomendaciones para maestros que desean hacer uso de la calculadora

- 1.- Experimentación y planeamiento:
  - Aprenda usted mismo a usar la calculadora.
  - Usela con sus estudiantes después de haber pensado acerca del "cómo", "en qué oportunidad", "por qué".
  - Desarrolle una política para su uso en la escuela y una guía con reglamentación.
  - Incorpore la calculadora en el currículo. Desarrolle un nuevo currículo si es necesario.
  - Desarrolle un programa de capacitación para maestros en servicio.
  - Lleve a cabo investigación y evaluación de sus experiencias.
  - Tenga cuidado al usar la calculadora en grados inferiores.
- 2.- Estudie las diferentes calculadoras que pueden ser adquiridas.
- 3.- Énfasis del maestro en: desarrollo de conceptos, procesos algorítmicos, cuándo aplicar las operaciones, procesos reales e interdisciplinarios.
- 4.- Haga énfasis en los procesos. La calculadora es sólo una herramienta para facilitar el

aprendizaje.

- 5.- Aumente el énfasis en las estrategias para resolver problemas.
- 6.- Dedique menos tiempo a la práctica de cálculos y más al desarrollo de algoritmos (más actividades de laboratorio).
- 7.- Haga más énfasis en fracciones decimales (0,75) y menos énfasis en fracciones comunes ( $\frac{3}{4}$ ). Introduzca los decimales más temprano.
- 8.- Haga énfasis en estimación, aproximación, comprobación, retroalimentación, exploración y descubrimiento.
- 9.- Planee más trabajo en todos los niveles de la escuela en: valor posicional, decimales, teoría de números, patrones, secuencias, probabilidades, números grandes, números negativos, notación científica, generación de datos y comprobación de fórmulas.

La calculadora manual no ha sido utilizada en nuestro medio educativo como un instrumento importante en la enseñanza de la Matemática. En países desarrollados, la calculadora ha sido usada en las escuelas por más de una década. En los Estados Unidos de Norteamérica, por ejemplo, se ha usado en pre-escolar y en la escuela primaria con muy buenos resultados. Muchos autores han investigado el rol de la calculadora en la adquisición de destrezas y conceptos matemáticos en la educación primaria y en la secundaria.

Es importante que el maestro esté preparado para usar adecuadamente la calculadora, como un instrumento que va a enriquecer y mejorar el aprendizaje. Una de las principales ventajas de su uso consiste en que puede generar información rápidamente, dándole al estudiante la oportunidad de hacerse observaciones y arriesgarse a hacer conjeturas, de esta manera, este trabaja en forma creativa y no como observador pasivo, además la calculadora le permite explorar y verbalizar la Matemática.



## Capítulo 3

### METODOLOGIA

En este capítulo se resume la información en relación con el tipo de investigación, fuente de datos, instrumentos, procedimientos para la recolección de la información y análisis de datos.

#### Definición del tipo de investigación

Este es un estudio de tipo experimental en el que se consideran como variables independientes el tratamiento seguido en cada grupo, el sexo, el tipo de escuela (pública y privada) y el nivel (tercero-quinto grados). Como variables dependientes se consideran:

a) rendimiento académico obtenido en los temas de numeración, valor de posición, y reconocimiento y reproducción de patrones, b) actitud hacia la Matemática, c) discriminación, habilidad espacial y razonamiento.

Se aplicaron cuatro tratamientos; un grupo trabajó sólo con material concreto, otro lo hizo sólo con calculadora, un tercer grupo realizó la mitad de las actividades con calculadora y la otra mitad usando material concreto y un cuarto grupo no participó de ninguna de las actividades, considerándose éste como grupo control.

Los estudiantes que participaron en cada uno de los grupos se seleccionaron al azar. También fue asignado al azar el tratamiento correspondiente a cada uno de los grupos.

#### Fuente de datos

El estudio incluyó 155 estudiantes de tercero y quinto grados, seleccionados al azar de seis escuelas del Primero y Segundo Ciclos de la Educación General Básica, la distribución que se presenta en el Cuadro N° 1 incluye sólo a 153 estudiantes debido a que dos estudiantes no realizaron las pruebas de rendimiento en los temas de aritmética

## Cuadro N° 1

### Total de estudiantes seleccionados, distribución por tipo de escuela y tratamiento

Tratamiento	Escuela Pública	Escuela Privada	Total
Calculadora	20	20	40
Calculadora y Material Concreto	18	20	38
Material Concreto	18	19	37
Control	18	20	38
Total	74	79	153

En un inicio se seleccionaron veinte estudiantes por tipo de escuela para cada uno de los tratamientos, perdiéndose cuatro sujetos de las escuelas públicas y uno de las escuelas privadas, por causa de deserción escolar.

Las condiciones del tratamiento variaron en dos dimensiones, la primera dimensión describe los cuatro tipos de tratamiento seguido y la segunda describe el tipo de escuela a la que pertenece cada estudiante.

### Procedimiento

Los estudiantes que participaron en el estudio, recibieron lecciones durante cuatro meses, participando de dos sesiones semanales con una duración de cuarenta minutos cada una. Durante estas sesiones realizaron treinta actividades: diez relacionadas con conceptos de numeración, diez sobre valor de posición y diez acerca de reconocimiento, reproducción y extensión de patrones.

Todos los grupos realizaron las mismas actividades, diferenciándose sólo por el tipo de tratamiento; un grupo realizó todas las actividades usando material concreto, otro grupo sólo hizo uso de la calculadora y el grupo que participó del tratamiento mixto, realizó cinco actividades de cada tema con material concreto y las otras cinco con calculadora, asignándose al azar el tratamiento a aplicar en cada actividad.

Las sesiones en las que los estudiantes realizaron las actividades, fueron dirigidas por asistentes de investigación, éstos eran estudiantes de los últimos cursos de la carrera de Bachillerato en Educación Primaria y previamente fueron entrenados por el equipo de investigadores y supervisados por estos.

En el Anexo N° 1, se incluye una muestra del tipo de actividades que se realizaron con los estudiantes. Cabe destacar que antes de ser aplicadas a los estudiantes que participaron en el proyecto, todas estas actividades habían sido probadas por medio de una aplicación que los mismos investigadores habían hecho, con estudiantes pertenecientes a una escuela pública y una escuela privada que no formaban parte de la muestra. El objetivo de esta aplicación piloto fue el de conocer acerca de aspectos como: claridad en las instrucciones, tiempo necesario para la realización de cada actividad y actitud del estudiante ante ésta.

### Instrumentos

Los instrumentos usados para la recolección de los datos incluyeron: a) una prueba de aritmética que evalúa los conceptos de numeración, valor de posición, y reconocimiento, reproducción y extensión de patrones; b) una prueba de actitud hacia la Matemática; c) una prueba de discriminación, habilidad espacial y razonamiento.

Estas pruebas fueron aplicadas previamente a los mismos estudiantes que habían participado en la aplicación piloto de las actividades. En el cuadro N° 2, se resume la información en relación con el número de preguntas y niveles de confiabilidad (alfa de Crombach) correspondientes a cada una de las pruebas.

En este informe no se incluye copia de estas pruebas por considerarse que son de carácter confidencial. Si el lector desea consultarlas, puede hacerlo en el Instituto de Investigación para el Mejoramiento de la Educación Costarricense (I.I.M.E.C.).

Los puntajes obtenidos por los estudiantes en estas pruebas constituyen las variables dependientes; como variables independientes se consideraron el sexo, el grado, el tipo de institución y el tratamiento seguido.

Cuadro N°2  
 Número de preguntas y niveles de confiabilidad  
 correspondientes a cada prueba.

PRUEBA		Número de preguntas	$\alpha$ de Crombach
Aritmética	Valor de posición	15	0,89
	Numeración	22	0,88
	Patrones	11	0,95
Habilidades mentales	Espacial	25	0,79
	Razonamiento	25	0,79
ACTITUD HACIA LA MATEMÁTICA		15	0,89

#### Análisis de resultados

Se realizaron análisis de varianza para someter a prueba las hipótesis siguientes:

- 1.- No existe diferencia significativa entre los resultados obtenidos por los estudiantes que participaron en la experiencia (grupos sólo calculadora, calculadora y material concreto y sólo material concreto) y los estudiantes del grupo control, en las subpruebas de discriminación, habilidad espacial y rendimiento.

- 2.- No existe diferencia significativa entre los resultados obtenidos por los estudiantes que participaron en la experiencia (grupos sólo calculadora, calculadora y material concreto y sólo material concreto) y los estudiantes del grupo control, en la prueba de actitud hacia la Matemática.
- 3.- No existe diferencia significativa entre los resultados obtenidos por los estudiantes que participaron en la experiencia (grupos sólo calculadora, calculadora y material concreto y sólo material concreto) y los estudiantes del grupo control, en las subpruebas de numeración valor posicional y patrones.

Con el propósito de conocer la existencia de diferencias en las variables dependientes entre los grupos; de acuerdo con variables independientes de: sexo, grado (tercero y quinto), tipo de institución (pública o privada), tipo de tratamiento (sólo calculadora, calculadora y material concreto, sólo material concreto y control), se aplicaron pruebas de contrastes de medias a posteriori según el procedimiento de Scheffé.

## Capítulo 4

### Análisis y Resultados

En este capítulo se presentan los resultados obtenidos en relación con la ejecución de los estudiantes, al responder las pruebas de discriminación, habilidad espacial, razonamiento, actitud hacia la Matemática y aritmética. Esta última prueba evalúa el rendimiento de los estudiantes en relación con: numeración, valor de posición y patrones. El análisis de los resultados obtenidos en todas las pruebas, se presenta de acuerdo con las variables independientes consideradas: sexo, grado (tercero y quinto), tipo de institución (pública y privada) y tratamiento seguido (sólo calculadora, calculadora y material concreto, sólo material concreto y control).

En el anexo N° 2, se presentan los resúmenes del análisis de varianza, de acuerdo con cada una de estas variables independientes.

En los cuadros N° 3, 4 y 5 se presentan las medias aritméticas obtenidas por los estudiantes en las pruebas de discriminación, habilidad espacial, razonamiento, actitud hacia la Matemática y aritmética.

Cuadro N°3  
Medias aritméticas obtenidas en las sub-pruebas de discriminación,  
habilidad espacial y razonamiento; por sexo, grado,  
tipo de institución y tratamiento.

VARIABLE	NUMERO DE SUJETOS	DISCRIMINACIÓN Y HABILIDAD ESPAC. X	RAZONAMIENTO X	PRUEBA COMPLETA X
SEXO	Mujeres 78	30.46	37.43 *	67.89
	Hombres 77	31.14	35.73	66.94
GRADO	Tercero 79	26.87	33.91	60.82
	Quinto 76	34.88 *	39.39 *	74.28 *
TIPO DE INSTITUC.	Pública 76	29.30	35.88	65.18
	Privada 79	32.24 *	37.24 *	69.56 *
METODOLOGIA (Tratamiento)	Calculadora 40	28.85	35.65	64.50
	Calculadora y Material concreto 38	34.21 *	39.18	*73.39*
	Material concreto 37	28.92	35.41	64.45
	Control 39	31.28	36.26	67.54

$\alpha = 0,05$

A un nivel de significancia de 0,05, los resultados obtenidos en la resolución de la prueba de discriminación, habilidad espacial y razonamiento, indican la existencia de diferencias significativas en los resultados en algunas de las subpruebas o en la prueba total, de acuerdo con las variables consideradas.

Las mujeres presentan un puntaje significativamente más alto que el obtenido por los hombres en la sub-prueba de razonamiento.

En relación con la variable grado, los estudiantes de quinto grado presentan puntajes significativamente más altos que los estudiantes de tercer grado en las sub-pruebas de discriminación,

habilidad espacial, razonamiento y en el puntaje total de la prueba.

Los estudiantes procedentes de escuelas privadas presentan resultados significativamente más altos que los estudiantes que provienen de escuelas públicas, en las dos sub-pruebas y en el puntaje de la prueba completa.

De acuerdo con los resultados obtenidos por tipo de tratamiento, a un nivel de significancia de 0.05, se acepta la hipótesis nula: "no existe diferencia significativa entre los resultados obtenidos por los estudiantes que participaron en la experiencia (grupos calculadora, calculadora y material concreto, sólo material concreto) y los estudiantes del grupo control, en las sub-pruebas de discriminación, habilidad espacial y razonamiento.

En cuanto al tipo de tratamiento recibido por los estudiantes de los grupos experimentales, y los estudiantes que hicieron uso de la calculadora y material concreto a la vez, presentan puntajes significativamente más altos que los estudiantes que usaron sólo calculadora o sólo material concreto en la sub-prueba de discriminación y habilidad espacial y en el puntaje total de la prueba. En relación con los puntajes obtenidos en la sub-prueba de razonamiento, no hay diferencias significativas en los resultados obtenidos por los cuatro grupos.



Cuadro N°4

Medias aritméticas obtenidas en la prueba de actitud hacia la Matemática sexo, grado, tipo de institución y metodología

VARIABLE	NUMERO DE SUJETOS	MEDIA ARITMETICA
SEXO	Mujeres 78	29.69
	Hombres 76	30.83
GRADO	Tercero 79	27.04
	Quinto 75	33.64 *
TIPO DE INSTITUCIÓN	Pública 75	27.95
	Privada 79	32.44 *
METODOLOGÍA (Tratamiento)	Calculadora 39	30.69
	Calculadora y material concreto 38	27.76
	Material Concreto 37	33.51
	Control 39	29.18

$\alpha = 0.05$

A un nivel de significancia de 0.05, los resultados obtenidos en la prueba de actitud hacia la Matemática, muestran diferencias significativas sólo en relación con las variables grado y tipo de institución.

Los estudiantes de quinto grado manifiestan una actitud significativamente más alta hacia la Matemática que los estudiantes de tercer grado.

En relación con el tipo de institución, son significativamente más altos los puntajes obtenidos por los estudiantes procedentes de escuelas privadas.

En relación con el tratamiento seguido, no existen diferencias significativas en los puntajes obtenidos por los estudiantes de cuatro grupos; resultados que conducen a la aceptación de

la hipótesis nula: "No existe diferencia significativa entre los resultados obtenidos por los estudiantes que participaron en la experiencia (grupos calculadora, calculadora y material concreto, sólo material concreto) y los estudiantes del grupo control, en la prueba de actitud hacia la Matemática".

Cuadro N°5

Medias aritméticas obtenidas en las subpruebas de numeración, valor de posición y patrones; por sexo, grado, tipo de institución y tratamiento

N = 153	Numeración X	Valor de Posición X	Patrones X	Aritmética (total) X
Sexo				
77 masculino	16.45*	11.09	8.05*	35.60*
76 femenino	14.99	10.49	6.97	32.45
Grado				
78 Tercero	13.36	9.40	6.33	31.66
75 Quinto	18.19*	12.24*	8.57*	39.17*
Tipo de institución				
74 Pública	14.91	10.20	6.55	31.66
79 Privada	16.49*	11.34*	8.42*	36.25*
Tratamiento				
40 Calculadora	15.25	11.05	6.30	32.40
38 calculadora y mat. concreto	17.71*	12.08*	8.87*	38.66*
37 Mat. concreto	16.73	11.70	8.84	37.27
38 Control	13.26	8.34	6.16	27.76

$\alpha = 0,05$

A un nivel de significancia de 0,05, los resultados obtenidos en la resolución de toda la prueba indican la existencia de diferencias significativas en el rendimiento de acuerdo con las cuatro variables independientes.

En el análisis de los resultados obtenidos en las subpruebas, también se encuentran diferencias significativas entre el rendimiento presentado por los diferentes grupos de estudiantes. Los varones superaron a las mujeres en el rendimiento académico en numeración, y reconocimiento y extensión de patrones, sin embargo esta diferencia no es significativa en el caso del concepto de valor de posición.

Los estudiantes de quinto grado presentan en todos los casos puntajes significativamente superiores a los obtenidos por los de tercer grado y lo mismo sucede entre los estudiantes procedentes de escuelas privadas y públicas, en donde los primeros aventajaron a los segundos en su rendimiento.

En cuanto al tipo de tratamiento recibido, los estudiantes que hicieron uso de la calculadora y el material concreto son los que presentan los puntajes más elevados, tanto en la prueba total como en la correspondiente a cada uno de los conceptos estudiados. El uso del material concreto solo, produjo en todos los casos un puntaje mayor que el uso de sólo calculadora y en todos los casos los estudiantes pertenecientes al grupo control son los que obtuvieron los puntajes menores.

A un nivel de significancia de 0,05, se rechaza la hipótesis nula: " No existe diferencia significativa entre los resultados obtenidos por los estudiantes que participaron en la experiencia (grupos calculadora, calculadora y material concreto, sólo material concreto) y los estudiantes del grupo control, en las sub-pruebas de numeración, valor posicional y patrones. Se concluye que:

- En la sub-prueba de numeración, los estudiantes pertenecientes a los grupos que usaron calculadora y material concreto, presentan un rendimiento significativamente más alto que los estudiantes del grupo control.
- En la sub-prueba de valor de posición, los estudiantes pertenecientes a los tres grupos que participaron en la experiencia, presentan resultados significativamente más altos que los estudiantes del grupo control.
- En la sub-prueba de reconocimiento reproducción y extensión de patrones, los estudiantes pertenecientes a los grupos de usaron calculadora y material concreto o sólo calculadora, presentan un rendimiento significativamente más alto que los estudiantes del grupo control.
- En el puntaje total de la prueba, los estudiantes que participaron en la experiencia (grupos calculadora, calculadora y material concreto y sólo material concreto) presentan resultados significativamente más altos que los estudiantes del grupo control.

## Capítulo 5

### CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

En este capítulo se presenta un resumen del estudio, las conclusiones que se deducen del análisis de los resultados obtenidos y las recomendaciones que originan estos resultados.

#### Resumen del estudio

Este es un estudio de tipo experimental en el que participaron 153 estudiantes de tercero y quinto grados, pertenecientes a tres escuelas públicas y tres escuelas privadas de la ciudad de San José. Estos estudiantes fueron sometidos a diferentes tratamientos para el aprendizaje de los conceptos aritméticos de numeración, valor de posición, y reconocimiento extensión de patrones.

Como variables independientes se consideraron: el tratamiento aplicado a cada grupo (sólo calculadora, calculadora y material concreto, sólo material concreto y grupo control), el sexo tipo de escuela (pública y privada) y el grado (tercero y quinto). Como variables dependientes se consideraron: el rendimiento académico obtenido en los conceptos de aritmética estudiados, la actitud hacia la Matemática, discriminación, habilidad espacial y razonamiento.

Los estudiantes que participaron en cada uno de los grupos se seleccionaron al azar y también se asignó al azar el tratamiento que correspondió a cada grupo.

Para el estudio de los resultados se realizó un análisis de varianza, para someter a prueba las hipótesis planteadas en relación con la existencia de diferencias significativas en los resultados presentados por los estudiantes que participaron (grupos sólo calculadora, calculadora y material concreto y sólo material concreto) y los estudiantes del grupo control, en relación con los resultados obtenidos en las variables dependientes consideradas. Además se aplicaron pruebas de contrastes de medias a posteriori según Scheffé, con el propósito de conocer acerca de la existencia de diferencias según las variables independientes .

## Conclusiones

A partir de la ejecución de los estudiantes que participaron en el estudio, se deducen las conclusiones siguientes:

- Las mujeres presentan resultados significativamente más altos en la prueba de razonamiento, pero son aventajadas por los hombres en los resultados obtenidos en la prueba de aritmética. En relación con la actitud hacia la Matemática, no se evidencian diferencias significativas entre los resultados obtenidos por ambos grupos.
- Las variables grado y tipo de institución son determinantes en los resultados obtenidos en todas las pruebas aplicadas: discriminación y habilidad espacial, razonamiento, actitud hacia la Matemática y rendimiento académico en aritmética. En todas estas son significativamente más altos los resultados obtenidos por los estudiantes de quinto grado y los que proceden de escuelas privadas.
- Los estudiantes que trabajaron a la vez con calculadora y material concreto son los que presentan resultados más altos en las pruebas de discriminación, habilidad espacial y aritmética y excepto en el caso del tema de patrones, no hay diferencias significativas en los resultados obtenidos en estas pruebas por los estudiantes que usaron sólo calculadora o sólo material concreto.
- En el análisis basado en el puntaje total de la prueba de aritmética se obtuvo que los estudiantes del grupo control, presentan un rendimiento significativamente menor que los estudiantes de los otros tres grupos (sólo calculadora, calculadora y material concreto y sólo material concreto).
- En relación con la actitud hacia la Matemática, no hay diferencias significativas en los resultados presentados por los estudiantes que participaron en los diferentes tratamientos.

Estas conclusiones parecen indicar que, de acuerdo con las bondades del uso de la calculadora señaladas por autores como Jones (1976), Sullivan (1976), Wheatley (1979), Myer (1980), Werner (1980), Berlin y White (1984) y las ventajas del uso del material concreto mencionadas por Dienes (1960) y Suydam (1986), en esta investigación el uso de la calculadora pareciera determinar el mismo resultado que el uso del material concreto ya que, en dos de los temas de este estudio: numeración y valor de posición, el rendimiento de los estudiantes que trabajaron sólo con calculadora es tan bueno como el que presentan los que lo hicieron sólo con material concreto y

en todos los casos mayor que el presentado por los estudiantes del grupo control. Sin embargo, los resultados obtenidos parecieran indicar que el estudiante mejora su ejecución en pruebas de discriminación, habilidad espacial y aritmética cuando participa a la vez del uso de la calculadora y del material concreto, lo cual podría ser fruto de la combinación de las bondades de estos dos medios.

Contrariamente a lo señalado por Beardslee (1978), Hembree (1986), Reys y Reys (1987), Driscoll (1984), los resultados obtenidos en este estudio, indican que el uso de la calculadora y del material concreto no parecieran ser factores que contribuyan a mejorar la actitud del estudiante hacia la Matemática, ni su ejecución en pruebas de razonamiento, ya que en éstas los resultados obtenidos por estudiantes que participaron en experiencias con la calculadora y/o material concreto no son significativamente diferentes a los obtenidos por los estudiantes pertenecientes al grupo control. En el caso de la actitud hacia la Matemática, el resultado podría estar afectado por el corto tiempo de duración del estudio y falta de sensibilidad de los instrumentos usados para su medición, factores que también son nombrados por Berlin y White en el análisis de la medición de la actitud hacia la Matemática, en treinta y seis estudios en los que se trabajó con estudiantes que hicieron uso de la calculadora y estudiantes que no la usaron.

## Recomendaciones

El rendimiento académico más alto en aritmética que presentan los hombres que participaron en este estudio en contraste con la ejecución más alta que presentaron las mujeres en la prueba de razonamiento, sugiere la necesidad de profundizar en investigaciones en relación con la disposición que pudieran presentar hacia la Matemática, los sujetos de uno u otro sexo y las causas que podrían originar esta situación.

Las diferencias de puntajes entre el rendimiento presentado por los estudiantes de tercero y quinto grados, evidencian la necesidad de una revisión de los contenidos programáticos para la enseñanza-aprendizaje de la Matemática en la escuela primaria, con el fin de conocer si en realidad estos están acordes con el grado de razonamiento que presentan los estudiantes de los diferentes niveles, ya que, en este caso el desarrollo que puede tener el estudiante al pasar del tercer grado al quinto grado, parece ser un factor que favorece la comprensión de los conceptos estudiados.

Los resultados obtenidos por los estudiantes de escuelas públicas y privadas, sugieren la necesidad de dotar a las primeras de mejores condiciones que favorezcan el proceso de aprendizaje de la Matemática en sus estudiantes.

Por último, en relación con los resultados obtenidos según el tipo de tratamiento, si como es conocido, durante los últimos años diferentes investigaciones han demostrado las bondades del uso del material concreto en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática, este hecho da sustento a una recomendación para la incorporación del uso de la calculadora en este proceso, ya que en esta investigación, se presentan casos de ejecuciones similares entre estudiantes que hicieron uso sólo de la calculadora o sólo del material concreto como es el caso de los temas de numeración y valor de posición. Aunque de acuerdo con los resultados obtenidos, lo más conveniente es la combinación del uso de la calculadora y material concreto.



## BIBLIOGRAFIA

- Beardslee, E. C. "Teaching Computational Skills with a Calculator" en Marilyn N. Suydam y Robert E. Reys (eds.). Developing Computational Skills. 1978 Yearbook, Virginia. The National Council of Teachers of Mathematics Inc. 1978.
- Berlín, Donna F. y White, Arthur L. "Calculators for Developing Countries". Monografía preparada para el V Congreso Internacional de Educación Matemática, Adelaide, Australia. Agosto, 1984
- Berlín, D. y White, A. "An Instructional Model for Integrating the Calculator". Arithmetic Teacher. Vol 34, Nº6. Febrero 1987.
- Bogen, J.E., De Zure, R. Ten Honten W.D. y Marsh, J.F. "The other side of the brain" Bulletin of the los Angeles Neurological Society, 1972.
- Bogen, J.E., "Hemispheric Specialization. Some educational aspects of Hemispheric specialization". UCLA Educator, Vol. 17: 24-32, 1976.
- Bruner, J.S. The Process of Education. New York: Vintage Books, 1960.
- Bruner, J.S. Toward a Theory of Instruction. Cambridge, Massachusetts: Harvard University Press, 1966.
- Driscoll, M. "What Presearch says", Arithmetic Teacher, Vol. 31. Nº6, Febrero 1984.
- Delgado V. Esquivel, J. y Peralta, T. "Diagnóstico Evaluativo de la Enseñanza de la Matemática en la Educación General Básica y Diversificada": San José, IIMEC, Universidad de Costa Rica, 1983
- Dienes, Z.P. "Some Basic Processes Involved in Mathematics Learning" en Robert B. Ashlock y Wayne L. Hernan Jr. Current Research in Elementary School Mathematics. New York. The Macmillan Co., 1970.
- Dienes, Z.P. Building Up Mathematics. London: Hutchinson Education, 1971.

- Fennema, E. "Models and Mathematics". The Arithmetic Teacher. Vol. 19, NO8. Diciembre 1972.
- Flournoy, F. Las Matemáticas en la Escuela Primaria. Editorial Troquel, Buenos Aires. 1964.
- Gagné, R. M. The Conditions of Learning. New York: Holt, Rinehart and Winston, 1970.
- Gagné, R.M. "Learning and Proficiency in Mathematics". En Robert B. Ashlock y Wayne L. Hernan, Jr. Current Research in Elementary School Mathematics. New York: The Macmillan Co. 1970.
- Heddens, J. "Bridgin the Gap between the Concrete and the Abstract" Arithmetic Teachers, Febrero, 1986
- Hembree, R. "Research Gives Calculators a Green Light." Arithmetic Teacher. Vol.34. NO1. Setiembre, 1986.
- Hynes, M. "Selection Criteria". Arithmetic Teacher. Febrero, 1986.
- Kennedy, L. Guiding Children to Mathematical Discovery. Belmont, Wadsworth. 1980
- Kennedy, L. "A Rationale", Arithmetic Teacher. Marzo, 1983.
- Kraft, R. "An EEG Study: Hemispheric brain functioning of six to eight years old children during Piagetian curriculum task with variation in presentation mode". Unpublished Dissertation. The Ohio State University. 1976.
- Jiménez, M. "Juegos Matemáticos. Un recurso didáctico para incrementar destrezas aritméticas básicas". Tesis para optar al grado de licenciatura en Administración Educativa. Facultad de Educación, Universidad de Costa Rica, 1977.
- Jones, E.W. The Effect of the Hand-Held Calculator on Mathematics Achievement Attitude and Self Concept of Sixth Grade Students (Doctoral Dissertation, Virginia Polytechnic Institute and State University, 1976) DAI, Vol.37, página 1387, 1976.
- Languis, Sanders y Tpps. Brain and Learning. Washintong, National Association for the Education of young children, 1980.

- McGuinness, D. "How Schools Discriminate Against Boys". Human Nature. Vol.2: 82-88, 1979.
- Méndez, Z. Chávez, C., Escalante, A.C., Desarrollo del pensamiento formal en estudiantes de enseñanza secundaria del Área Metropolitana de San José, C.R. San José, Costa Rica: EUNED, 1981.
- Méndez, Z. Pereira, Z., Carazo Z., Carazo. "Experiencias con aprendizaje operatorio sobre nociones aritméticas elementales en un muestra de niños costarricenses", en Compendio de Resúmenes. Segundo Encuentro Nacional de Investigadores en Educación. Facultad de Educación, Universidad de Costa Rica, agosto, agosto, 1983.a.
- Méndez Z. Zayda. "Evolución y aprendizaje genético de nociones geométricas y elementales en escolares del área metropolitana". En Compendio de Resúmenes. Segundo Encuentro Nacional de Investigadores en Educación. Facultad de Educación, Universidad de Costa Rica, agosto, 1983,b.
- Meyer, P. "When you use a calculator you have to think". Arithmetic Teacher. Vol. 27, Nº5. Enero 1980.
- Piaget, J. Psicología de la inteligencia. Buenos Aires: Editorial Psique, 1966.
- Piaget, J. La formación del símbolo en el niño. México: Fondo de Cultura Económica, 1975.
- Puig Adam. El material didáctico matemático actual. Madrid: Ministerio de Educación Nacional, Inspección Central de Enseñanza Media, 1958, página 18.
- Roberts, D.M. "The impact of electronic calculators on educational performance". Review of Educational Research, 50, 71-98, 1980.
- Reys, B y Reys, R. "Calculators in the classroom: How can we Marks it Happen?" Arithmetic Teacher. Vol. 34, Nº6, febrero 1987.
- Russell, B. New Hopes for a Changing World. Londres, Allin and Unwin, 1951.
- Sawada, D. "Multisensory information matching ability and mathematics learning". Journal of Research in Mathematics Education. 13: 390-394, 1982.

- Sullivan, J. J. "Using Hand-held Calculators in the Sixth Grade Classes. The Arithmetic Teacher. Vol.23:551-552, 1976.
- Suydam, M. "Using Research: A key to Elementary School Mathematics", Ohio, ERIC clearing house for Science Mathematics and Enviromental Education, 1981.
- Suydam, M.N. The use of calculators in pre-college education. Fifth annual state-of-the art review. Columbus, Ohio, Calculator Information Center, 1982.
- Suydam, M. "Achieving with Calculators". Arithmetic Teacher. Vol31. NQ3. Noviembre, 1983
- Suydam, M. "The Process of Counting" Arithmetic Teacher. Vol 33, NQ5. Enero, 1986
- Suydam, M. "Research Report: What are Calculators Good For?" Arithmetic Teacher. Vol-34. NQ6, Febrero, 1987.
- Weinstein, M.L. "A neuropsychological approach to math disability". New York University Education Quarterly. Vol.11: 22-28, 1980.
- Werner, M. "The Hand-held Calculator and Its Impact on Mathematics Curricula". School Science and Mathematics. Vol.80 (1): 29-36, 1980.
- Wheatley, G.H. "Calculators in Elementary Schools". The Arithmetic Teacher. Vol. 27 (1): 18-21, 1979.
- Wittrock, M.C. The generative process of memory. UCLA Educator. Vol, 17: 22-42, 1975.
- Young, S. "How Teacher Educators Can Use Manipulative Materials with Preservice Teachers". Arithmetic Teacher. Vol.3, NQ4, Diciembre 1983.
- Yvon, B. "A Compelling Case for Calculators" Arithmetic Teacher. Vol 34. NQ6, febrero, 1987.

**A N E X O S**

# **ANEXO N°1**

**ACTIVIDADES  
DESARROLLADAS  
POR LOS  
ESTUDIANTES,  
HACIENDO USO DE LA  
CALCULADORA.  
EL GRUPO QUE  
TRABAJO  
CON MATERIAL**

**CONCRETO  
DESARROLLO ESTAS  
MISMAS  
ACTIVIDADES, PERO  
HACIENDO  
USO DE PALETAS**

**ANEXO N°2**

**RESULTADOS OBTENIDOS EN EL  
ANALISIS DE VARIANZA**